This is a digital copy of a book that was preserved for generations on library shelves before it was carefully scanned by Google as part of a project to make the world's books discoverable online.

It has survived long enough for the copyright to expire and the book to enter the public domain. A public domain book is one that was never subject to copyright or whose legal copyright term has expired. Whether a book is in the public domain may vary country to country. Public domain books are our gateways to the past, representing a wealth of history, culture and knowledge that's often difficult to discover.

Marks, notations and other marginalia present in the original volume will appear in this file - a reminder of this book's long journey from the publisher to a library and finally to you.

Usage guidelines

Google is proud to partner with libraries to digitize public domain materials and make them widely accessible. Public domain books belong to the public and we are merely their custodians. Nevertheless, this work is expensive, so in order to keep providing this resource, we have taken steps to prevent abuse by commercial parties, including placing technical restrictions on automated querying.

We also ask that you:

+ *Make non-commercial use of the files* We designed Google Book Search for use by individuals, and we request that you use these files for personal, non-commercial purposes.

+ *Refrain from automated querying* Do not send automated queries of any sort to Google's system: If you are conducting research on machine translation, optical character recognition or other areas where access to a large amount of text is helpful, please contact us. We encourage the use of public domain materials for these purposes and may be able to help.

+ *Maintain attribution* The Google "watermark" you see on each file is essential for informing people about this project and helping them find additional materials through Google Book Search. Please do not remove it.

+ *Keep it legal* Whatever your use, remember that you are responsible for ensuring that what you are doing is legal. Do not assume that just because we believe a book is in the public domain for users in the United States, that the work is also in the public domain for users in other countries. Whether a book is still in copyright varies from country to country, and we can't offer guidance on whether any specific use of any specific book is allowed. Please do not assume that a book's appearance in Google Book Search means it can be used in any manner anywhere in the world. Copyright infringement liability can be quite severe.

About Google Book Search

Google's mission is to organize the world's information and to make it universally accessible and useful. Google Book Search helps readers discover the world's books while helping authors and publishers reach new audiences. You can search through the full text of this book on the web at `http://books.google.com/`

A propos de ce livre

Ceci est une copie numérique d'un ouvrage conservé depuis des générations dans les rayonnages d'une bibliothèque avant d'être numérisé avec précaution par Google dans le cadre d'un projet visant à permettre aux internautes de découvrir l'ensemble du patrimoine littéraire mondial en ligne.

Ce livre étant relativement ancien, il n'est plus protégé par la loi sur les droits d'auteur et appartient à présent au domaine public. L'expression "appartenir au domaine public" signifie que le livre en question n'a jamais été soumis aux droits d'auteur ou que ses droits légaux sont arrivés à expiration. Les conditions requises pour qu'un livre tombe dans le domaine public peuvent varier d'un pays à l'autre. Les livres libres de droit sont autant de liens avec le passé. Ils sont les témoins de la richesse de notre histoire, de notre patrimoine culturel et de la connaissance humaine et sont trop souvent difficilement accessibles au public.

Les notes de bas de page et autres annotations en marge du texte présentes dans le volume original sont reprises dans ce fichier, comme un souvenir du long chemin parcouru par l'ouvrage depuis la maison d'édition en passant par la bibliothèque pour finalement se retrouver entre vos mains.

Consignes d'utilisation

Google est fier de travailler en partenariat avec des bibliothèques à la numérisation des ouvrages appartenant au domaine public et de les rendre ainsi accessibles à tous. Ces livres sont en effet la propriété de tous et de toutes et nous sommes tout simplement les gardiens de ce patrimoine. Il s'agit toutefois d'un projet coûteux. Par conséquent et en vue de poursuivre la diffusion de ces ressources inépuisables, nous avons pris les dispositions nécessaires afin de prévenir les éventuels abus auxquels pourraient se livrer des sites marchands tiers, notamment en instaurant des contraintes techniques relatives aux requêtes automatisées.

Nous vous demandons également de:

+ *Ne pas utiliser les fichiers à des fins commerciales* Nous avons conçu le programme Google Recherche de Livres à l'usage des particuliers. Nous vous demandons donc d'utiliser uniquement ces fichiers à des fins personnelles. Ils ne sauraient en effet être employés dans un quelconque but commercial.

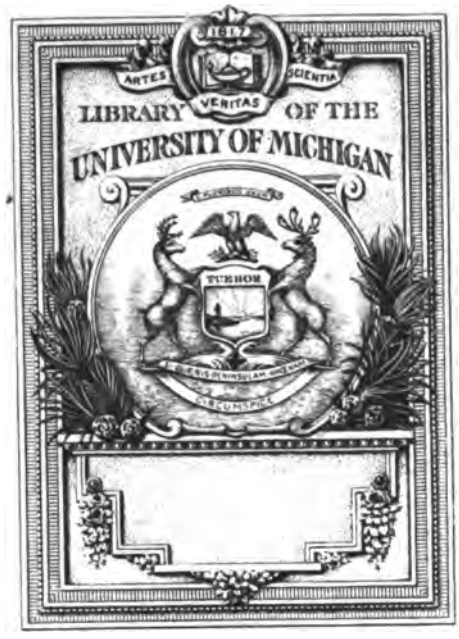
+ *Ne pas procéder à des requêtes automatisées* N'envoyez aucune requête automatisée quelle qu'elle soit au système Google. Si vous effectuez des recherches concernant les logiciels de traduction, la reconnaissance optique de caractères ou tout autre domaine nécessitant de disposer d'importantes quantités de texte, n'hésitez pas à nous contacter. Nous encourageons pour la réalisation de ce type de travaux l'utilisation des ouvrages et documents appartenant au domaine public et serions heureux de vous être utile.

+ *Ne pas supprimer l'attribution* Le filigrane Google contenu dans chaque fichier est indispensable pour informer les internautes de notre projet et leur permettre d'accéder à davantage de documents par l'intermédiaire du Programme Google Recherche de Livres. Ne le supprimez en aucun cas.

+ *Rester dans la légalité* Quelle que soit l'utilisation que vous comptez faire des fichiers, n'oubliez pas qu'il est de votre responsabilité de veiller à respecter la loi. Si un ouvrage appartient au domaine public américain, n'en déduisez pas pour autant qu'il en va de même dans les autres pays. La durée légale des droits d'auteur d'un livre varie d'un pays à l'autre. Nous ne sommes donc pas en mesure de répertorier les ouvrages dont l'utilisation est autorisée et ceux dont elle ne l'est pas. Ne croyez pas que le simple fait d'afficher un livre sur Google Recherche de Livres signifie que celui-ci peut être utilisé de quelque façon que ce soit dans le monde entier. La condamnation à laquelle vous vous exposeriez en cas de violation des droits d'auteur peut être sévère.

À propos du service Google Recherche de Livres

En favorisant la recherche et l'accès à un nombre croissant de livres disponibles dans de nombreuses langues, dont le français, Google souhaite contribuer à promouvoir la diversité culturelle grâce à Google Recherche de Livres. En effet, le Programme Google Recherche de Livres permet aux internautes de découvrir le patrimoine littéraire mondial, tout en aidant les auteurs et les éditeurs à élargir leur public. Vous pouvez effectuer des recherches en ligne dans le texte intégral de cet ouvrage à l'adresse `http://books.google.com`


ARTES
VERITAS
SCIENTIA
LIBRARY OF THE
UNIVERSITY OF MICHIGAN
TUEBOR

TA
672
.F89

LA THEORIE ET LA PRATIQUE DE LA COUPE DES PIERRES ET DES BOIS POUR LA CONSTRUCTION DES VOUTES Et autres Parties des Bâtimens Civils & Militaires,

OU

TRAITÉ DE STEREOTOMIE A L'USAGE DE L'ARCHITECTURE,

Par M. FREZIER, Chevalier de l'Ordre Militaire de Saint Louis, Ingenieur ordinaire du Roy en Chef à Landau.

TOME SECOND

Frezier, Amédée François

A STRASBOURG.

Chez JEAN DANIEL DOULSSEKER le Fils, Marchand Libraire à l'entrée de la Ruë dite Flader-Gass.

A PARIS,

Chez CHARLES ANTOINE JOMBERT Libraire, Ruë St. Jacques, au coin de la Ruë des Mathurins.

M DCC XXXVIII.

1738

Hist. of Sci.
Héret
12-6-39
39808

TABLE DES TITRES DU SECOND TOME.

LIVRE. IV.

pages.

DE la Tomotechnie, ou de l'Art de couper les ſolides pour la conſtruction des Voutes & autres ouvrages d'Architecture. 1

CHAP. I. *Premiere partie des Voutes ſimples.*

Des Elemens de la Pratique de la Coupe des pierres & des bois,
1°. De la connoiſſance des ſurfaces. 3
2°. De la poſition des ſommets des angles des portions de ſurfaces courbes régulieres. 4
Uſages des obſervations précédentes. 5
3°. Des ſurfaces courbes régulierement irrégulieres, ou des *paremens gauches.* 7
4°. Des differens moyens de parvenir à la formation des parties des corps, dont les ſurfaces & les angles ſont donnez. 11
Des avantages, & déſavantages de chaque méthode. 13
Des avantages de la méthode par panneaux. 14
PROB. I. Par trois points donnez dans un ſolide, faire paſſer une ſurface plane, ou *dégauchir un parement.* 15
Remarque ſur l'uſage. 17
PROB. II. Faire une ſurface courbe concave ou convexe, qui ſoit une partie d'un corps régulier primitif, cylindrique, conique ou ſphérique, ou creuſer une doële, & former un extrados. 18
Des ſegmens cylindriques. 19
Des ſegmens coniques. 21
Des ſegmens ſphériques. 22
LEMME I. Les cordes égales dans des cercles égaux ont plus grande raiſon aux petits qu'aux grands cercles. *ibid.*
LEMME II. Les arcs des cercles inégaux, qui ont des cordes égales, ſont entr'eux en raiſon reciproque de de leurs fleches. *ibid.*
LEMME III. Si l'on fait mouvoir un arc de cercle ma-

Pages.

jeur autour de ſa corde, laquelle ſoit auſſi le diametre de la baſe d'un ſegment de ſphère, il n'en touchera la ſurface, que lorſqu'il ſera perpendiculaire à la baſe de ce ſegment. 23

PROB. III. Par trois points donnez à la ſurface d'une ſphère, ou dans ſa projection faire paſſer un cercle, qui ſoit la baſe du ſegment, fait par un plan, qui la coupe par ſes trois points. 24

Pratique. 1°. Faire un ſegment de ſphère concave ou convexe. 25

2°. Faire ſeulement une portion de ſegment. 27

Remarque. 29

Remarque Hiſtorique. 30

Des ſegmens des Sphéroïdes.

Faute. III. PROB. I V. Par trois points donnez à la ſurface d'un Sphéroïde, dont on a la projection, faire paſſer une Ellipſe, qui ſoit la baſe du ſegment, fait par un plan qui le coupe par ces trois points. *ibid.*

Pratique. Faire un ſegment de Sphéroïde alongé ou aplati, dont la baſe & la ſection perpendiculaire à la baſe ſont données. 35

I V. PROB. V. Faire une ſurface quelconque régulierement irréguliere, ou une *ſurface gauche.* *ibid.*

CHAP. *De l'Apareil & Arondiſſement des Angles en Talud.* 39

I I. V. PROB. VI. Faire l'Encognure d'un angle ſaillant ou rentrant, dont les faces ſont en taluds égaux ou inégaux, avec des chaînes ou boſſages en ſaillie, ſont les côtez ſe terminent à un plan vertical. 40

Remarque ſur les erreurs des ouvriers. 43

V I. PROB. VII. Racorder deux Taluds égaux ou inégaux.

1°. Par des arondiſſemens cylindriques. 47

Remarque ſur les erreurs des ouvriers. 49

2o. Des arondiſſemens cylindriques, lorſque les taluds des faces ſont inégaux. 50

2°. Partie du Probleme des arondiſſemens coniques; du conique Droit. 51

Du conique ſcalene. premier Cas. 52

De l'arondiſſement d'une ſeule face d'encognure.

2°. Cas des taluds égaux. 54

Aplication du Trait à la formation des Glacis des Fortifications. *ibid.*

pages.
3e. Cas des taluds inégaux. 55
Corol. Agrandir ou diminuer l'arondiſſement dans une raiſon donnée. 57
Uſage des arondiſſemens, & Remarques ſur les fautes qu'on y trouve ſouvent. 61

CHAP. IV. *Des Voutes planes horiſontales ou inclinées.*
Prob. VIII Faire une Plate-bande. 64
Remarques ſur l'exécution. 67
Uſage des Plate-bandes. 68
Des Voutes plates. 69
Prob. IX. Faire une Voute plate de claveaux égaux entr'eux, dont les joins de la doële ſoient en Echiquier, & ceux de l'extrados en differens compartimens. 71
2e. Maniere avec des claveaux mixtes. 73
3e. Et 4e. Maniere. 74
5e. Maniere. 75
Remarque ſur l'uſage. 77
Prob. X. Faire une Voute plate inclinée à l'horiſon, qui ne s'apuye que ſur les deux côtez inférieurs contigus. 78

CHAP. V. *Des Voutes cylindriques* ou Berceaux. 83
Des variations des Berceaux. 87
Des Courbes d'Extrados, & des cintres inuſitez, quoique convenables à la conſtruction. *ibid.*
Des Courbes d'Equilibre, des extrados & intrados des Vouſſoirs Polis. 88
De la Chaînette. 97
De l'Ovale de Caſſini. 99
De la Cicloïde. 100
De la Spirale. 101
Des Courbes compoſées. 102
Remarques ſur ces eſpeces de cintres. 104
Prob. XI. Faire un Berceau Droit, circulaire, elliptique ou rampant.
1o. Par équarriſſement. 108
2o. Par panneaux. 111
Remarques ſur les mauvaiſes pratiques. 113
3o. Par demi-équarriſſement. 115
Obſervations ſur les berceaux rampans. 117
Des berceaux obliques. 121

Pages

PROB. XII. Faire un Berceau horiſontal de face oblique d'une ſeule, de deux ou de trois obliquitez. 122

Remarque ſur quelques fautes que l'on fait contre la bonne conſtruction. 131

Du Biais par Abregé. 133

Remarques ſur ce Trait. 134

Des Berceaux à double obliquité, ou Porte ſur le coin aplomb. 135

Remarque ſur l'uſage. 137

Du Biais paſſé. ibid.

Remarque ſur la fauſſeté de l'ancien Trait, & ſon inutilité. 141

Porte Droite en Talud. 142

Remarque ſur l'uſage. 151

Porte Biaiſe & en talud. 152

Remarque ſur ces Portes. 158

Porte ſur le coin ou dans l'angle en talud. 159

PROB. XIII. *Faire toutes ſortes de Berceaux en deſcente* 161

1°. Deſcente Droite par devant & par derriere. 163

2°. Deſcente droite en talud par devant & aplomb par derriere. 167

Des Deſcentes biaiſes. 170

Deſcente biaiſe rampante par devant & droite par derriere. 177

Remarque ſur la premiere diſpoſition. 179

Deſcente biaiſe par devant & Droite par derriere, dont les naiſſances du cintre de face ſont de niveau. 187

Remarque ſur les deſcentes biaiſes de face rampante. 188

Deſcente biaiſe & en talud, dont l'arc de face eſt de niveau, par ſes impoſtes. 191

Méthode génerale de faire les berceaux, tirée de Deſargues. 192

Explication & ſommaire de cette méthode, pour toutes ſortes de Berceaux.

CHAP. VI. *Des Voutes coniques, ou Trompes & Voutes en Canoniere.* 206

PROB. XIV. Faire une Voute conique à face plane ou Trompe Droite dans un angle rantrant en plein cintre, ſurhauſſée, ou ſurbaiſſée, ou bien une Voute en Canoniere. 208

Remarque ſur quelques erreurs des Auteurs. 210

Et du P. Deran. 113

PROB. X. Trompe conique de face oblique à ſon axe,

Page
premiere diſpoſition, où l'arc de face eſt pris pour cintre primitif. 218
2e. Diſpoſition, où la ſection Droite eſt priſe pour le cinte primitif. 222
Premiere pratique par circonſcription d'un cône Droit au cone oblique. 223
2e. Pratique par l'inſcription d'un cône Droit, de baſe circulaire ou elliptique dans le cone oblique. 225
Uſage des Trompes biaiſes. 230
2. Trompe Droite & en Talud par une nouvelle tranſpoſition. *ibid.*
2e. Maniere par la projection ordinaire. 232
3. Voute conique biaiſe & en talud. 236
4. Voutes coniques en deſcente. 240
Abajour en O biais ébraſé & en talud. 241
Uſage. 244
5. Voutes coniques rampantes. 245
Premiere diſpoſition, Trompe rampante d'un côté, Droite par ſa direction ſur ſa face. 246
2e. Diſpoſition, Trompe conique rampante par le haut & par le bas. 247
6. Trompe conique de face angulaire en angle ſaillant, Trompe Droite ſur le coin. 249
2e. Eſpece, Trompe ſur le coin, Droite, ſurhauſſée ou ſurbaiſſée. 254
6e. *Faute.* 3e. Eſpece, Trompe ſur le coin biaiſe. 255
7. Des Trompes de faces en Polygones, ou Trompes à Pans. 258
Maniere générale, de faire toutes ſortes de Voutes & Trompes coniques de face angulaire à deux ou pluſieurs pans, ſans connoître les Courbes des arcs de face de chaque pan, ſupoſant le cintre de face circulaire. 261
Des Trompes de faces ondées, dont les impoſtes ſont de niveau, ou rampantes, comme celles d'Anet. 265
Des Voutes coniques, dont les lits ſont obliques à leurs axes. 266
De la corne de vache. 267
Remarque ſur la fauſſeté & l'imperfection de l'ancien Trait. 268
Nouvelle maniere de faire la corne de vache par panneaux. 269
Remarque ſur la réforme à faire à l'ancien Trait. 271
Des Voutes coniques tronquées par leurs faces & par leurs piédroits. 272

page.
1e. Eſpece, arriere-Vouſſure conique bombée, Droite ſur ſon axe. 273
Obſervation générale pour la poſition des naiſſances des arrieres-Vouſſures, bombées ou cintrées par devant & par derriere. 274
2e. Eſpece, arriere-Vouſſure bombée & ébraſée, Droite ou biaiſe, dont les arcs de face de feüillure ne ſont ni ſemblables ni concentriques, premier cas. 278
2e. Cas, Nouvelle arriere-Vouſſure de Marſeille régulierement conique. 281
Obſervations ſur les Traits de la coupe des bois, & des marbres, pour les revêtemens des arrieres-Vouſſures en lambris de Menuiſerie, ou en incruſtation de pieces, de Raport. 290 292
Précis de l'Art des Traits de Menuiſerie. 294
Remarque ſur la pratique du ſieur Blanchard.
Traits de menuiſerie pour les Revêtemens des arrieres-Vouſſures coniques quelconques.
1e. Pour l'arriere-Vouſſure bombée & ébraſée, Droite ſur ſon axe. 295 *ibid.*
Autrement, par panneaux de dévelopement.
Revêtement de la deuxiéme & troiſiéme eſpece d'arriere-Vouſſure conique. 297
Revêtement de la nouvelle arriere-Vouſſure de Marſeille conique. 299
Erreur des Traits du livre de la coupe des bois de Me Blanchard. 301
Remarque ſur l'utilité de la connoiſſance des ſections coniques. 307 308
Uſage des Voutes coniques.

CHAP. VII. *Des Voutes Sphériques, ou en Cu-de-Four.*

Prob. XVI. Faire une Voute ſphérique de rangs de Vouſſoirs horiſontaux ou verticaux. 310
1e. Méthode par la formation des ſegmens de Sphère, pour y inſcrire les doëles des Vouſſoirs. 312 317
Remarque ſur cette premiere méthode.
2e. Méthode par panneaux, en réduiſant la Sphère en cônes tronquez inſcrits à la Sphère. 318 325
3e. Méthode en réduiſant la Sphère en Polyëdre.
Remarque ſur les quatre méthodes de former les Voutes Sphériques & Sphéroïdes. 330
2e. Diſpoſition des rangs de Vouſſoirs en ſituation verticale. 331

pages.
3e. Diſpoſition, où les rangs de Vouſſoirs ſont inclinez à l'horiſon. 332
4e. Diſpoſition, où ils ſont rangez de differentes manieres dans la même Voute. ibid.
1e. Eſpece de variation des Voutes Sphériques fermées en Polygone. ibid.
Prob. XVII. Faire une Voute Sphérique compoſée de rangs de Vouſſoirs de differentes directions.
1e. Diſpoſition & premiere méthode, par l'inſcription de l'enfourchement dans un ſegment de Sphère. 333
2e. Méthode, par le moyen des panneaux de doële plate. 338
3e. Méthode, par panneaux flexibles. 342
Erreur de l'ancien Trait, correction & réforme. 344
Aplication de ce Trait aux Voutes Sphéroïdes ſurhauſſées ou ſurbaiſſées. 347
Démonſtration de l'erreur de l'ancien Trait. 350
Lemme, ſi l'on fait mouvoir deux couronnes de cercles égales, qui ſe croiſent autour de leurs rayons ou diametres, comme ſur des axes de révolution. 351
1°. Plus les axes de révolution ſeront inclinez entr'eux, plus l'interſection ſera éloignée de la ligne, qui paſſe par les deux centres des couronnes.
2°. Plus l'interſection ſera éloignée de cette ligne, plus la Diagonale qui lui eſt perpendiculaire ſera courte & au contraire. 352
Remarque ſur le Trait. 356
2e. Eſpece de variation desjoins, inverſe de laprécédente.
Des Voutes Sphériques, faiſant le *plan* d'une Voute d'arête. 357
1e. Méthode. 358
2e. Méthode, par panneaux flexibles. 359
Remarque.
3e. Méthode par panneaux de doële plate. 360
Uſage. 361
Des Voutes Sphériques *incompletes & tronquées*. 362
Des incompletes ouvertes.
Prob. XVIII. Faire une Voute Sphérique ou Sphéroïde incomplete. 364
Trompe en niche Droite par devant, par rangs de Vouſſoirs paralleles à la face. 365
Trompe en niche & en coquille. ibid.
Remarque ſur cette conſtruction. 366
Trompe ſphérique ſur le coin ou en niche. ibid.

pages
Remarque sur la construction. 373
Des Voutes Sphériques tronquées.
Premier Cu-de-Four en pandantif sur un Polygone quelconque. 374
Remarque sur le Trait. 380
2e. Voute sphérique en pandantif sur un Polygone régulier quelconque, où les rangs de Voussoirs sont verticaux. 382
3e. Maniere, par équarrissement. 385
Des Voutes sphériques en Pandantif sur des Polygones irréguliers. 388

CHAP. VIII. *Des Vautes en Sphéroïdes ou Cu-de-Fours, surhaussées, surbaissées, ou sur un plan Ovale.* 389
Erreurs de tous les anciens Traits des Voutes Sphéroïdes. 390
Remarque sur le Trait. 393
Prob. XIX. Faire une Voute en Sphéroïde Oblong, ou Cu-de-Four sur un plan Ovale, premier cas du Sphéroïde régulier. 395
2e. Méthode, par l'inscription des Cylindres. 399
2e. Cas des Voutes Sphéroïdes irrégulieres, ou des Voutes Ellipsoïdes, ou Voutes de four surhaussées & surbaissées sur un plan Ovale. 400
Remarque sur l'usage. 401
Observation sur les figures des Domes. 402
Prob. XX. Trouver les axes conjuguez de la portion d'Ellipse Géneratrice d'un Sphéroïde, lequel étant vû d'une distance & d'une hauteur donnée, présente à l'œil l'aparence d'un corps sphérique, *ou pour l'Architecture*, faire l'épure du Dome surhaussé, de maniere qu'étant vû d'une distance & d'un niveau donné à la ronde, il paroisse à peu près Sphérique en plein cintre. 403
Des Voutes Sphéroïdes tronquées, ou cu-de-four en pandantif sur un quarré long, ou sur une Lozange, dans laquelle les clefs de formerets sont de niveau. 405

CHAP. IX. *Des Voutes Annulaires, ou Voutes sur le Noyau.* 409
Prob. XXI. Faire une Voute sur le Noyau circulaire ou elliptique, tournant sur une Courbe quelconque. 410
Premiere Méthode, par l'inscripion des Cylindres. *ibid.*
2e. Méthode, par panneaux flexibles. 411
3e. Méthode, par doëles plates. 412

2e. Espece, des Voutes sur le Noyau elliptique. 414
Des Voutes sur le Noyau incompletes. 416
Des Voutes hélicoïdes, ou des Berceaux tournans & rampans. 417
PROB. XXII. Faire une Voute en Vis d'un cintre quelconque, ou Vis St. Giles. 419
Premiere Courbe de section horisontale. 424
2e. Courbe de section horisontale au lit de la Vis. 425
Formation du Tambour d'une assise portant la Vis. 426
Du Berceau tournant & rampant incomplet, ou de la Vis à jour suspenduë. 428
Remarque sur l'usage. 433

CHAP. X. *Des Voutes de surfaces irrégulieres.* 434
Premiere Classe, des Voutes conico-cylindriques. 435
PROB. XXIII. Faire une Voute conico-cylindrique.
Premiere Espece, Passage ébrasé entre deux faces droites, dans lequel les impostes sont de niveau, aussi bien que le milieu de la clef. 437
Berceau irrégulier, dont les cintres de faces sont d'inégale hauteur sur même largeur. 439
Arriere-Voussure de Marseille ordinaire. 440
Arriere-Voussure reglée & bombée. 443
Du Larmier reglé & bombé. 449
Du Bonnet de Prêtre. *ibid.*
2e. Classe, des Voutes irrégulieres, dont les surfaces sont à double courbure. 450
PROB. XXIV. Faire une Voute conico-sphérique, ou Trompe Droite sur les impostes, & Courbe sous la clef. 451
Autre façon de Trompe conico-sphérique, à joins cintrez en coquille. 456
PROB. XXV. Faire une Voute cylindrico-sphéroïde, ou Berceau de niveau, dont la clef & les impostes sont de differente nature, l'un droit, l'autre courbe. 458
Premier Cas, Berceau irrégulier, dont les impostes sont courbes & la clef droite. 455
Usage. 461
2e. Cas, inverse du précédent, Berceau droit sur les impostes & courbe sous la clef. 462
Remarque sur les fautes de l'ancien Trait. 467
Bonnet de Prêtre de direction concave d'une face à l'autre. 468
2e. Espece, Voute sphérico-cylindrique, ou *Trompe à Panache*. 469

TABLE

Page

Arriere-Vouſſure de Montpellier. 476
2e. Maniere, où les lits ſont droits. 482
Du Revêtement de cette arriere-Vouſſure, par un Lambris de Menuiſerie. 484
3e. Eſpece, Voute Sphérico-Priſmatique, ou arriere-Vouſſure de St. Antoine. 489
Premiere façon, où les piédroits ſont paralleles entr'eux. 491
Par équarriſſement. 492
Second Maniere, & variation de figure par panneau de doële plate. 494
Remarque pour la biaiſe. 498
Troiſiéme maniere, & variation de coupe. 499
Du Revêtement de cette arriere-Vouſſure, en Lambris de Menuiſerie. 501

FIN.

AVERTISSEMENT.

IL eſt à propos que j'avertiſſe ici Meſſieurs les Souſcripteurs, qu'ils doivent s'adreſſer aux Libraires de Paris & des Provinces, nommez dans le Projet de ſouſcription qui a été publié, & non pas à moi, pour retirer les Exemplaires qui leur ſont dûs.

Pluſieurs d'entr'eux m'ont écrit des Provinces les plus reculées pour ce ſujet, s'imaginant que j'avois quelque part au produit de l'impreſſion. Je dois leur déclarer que je n'en ai aucune; que je penſe avec toute la nobleſſe, qui convient à un Officier, n'ayant eu pour objet de mon travail que le bien public, ſans viſer à aucun benefice: je puis même dire plus, prévoyant que par la circonſtance des tems, il me ſeroit d'ailleurs infructueux quelque conſiderable qu'il ſoit.

Dans la même idée ces Meſſieurs ſe ſont plaint à moi de pluſieurs choſes, qu'ils ne doivent imputer qu'au Libraire.

La premiere eſt le retardement de l'Edition, qui ne ſera achevée qu'environ deux ans après qu'elle a été promiſe. Il n'y a pas de ma faute en cela, mon Manuſcrit étoit achevé, lorſque l'impreſſion a été propoſée.

La Seconde eſt que le Papier eſt trop bis. Il n'a pas tenu à moi qu'il n'ait été plus blanc, je l'avois exigé du Libraire, avec qui je n'ai agi avec un extrême déſintéreſſement, qu'à deſſein de l'engager à ne rien épargner pour une belle Edition; je ſuis faché, comme ces Meſſieurs, qu'il n'ait pas ſecondé mon intention.

La Troiſiéme eſt qu'il y a des fautes d'impreſſion: j'en conviens, mais il n'y en a pas aſſez pour ſe récrier, *il eſt difficile* de les éviter totalement dans un Livre de cette nature, imprimé loin de l'Auteur; celui de Mr. de la Ruë qui eſt ſi bien conditionné, & qui a été imprimé ſous ſes yeux à l'Imprimerie Royale, n'en eſt pas exempt; puiſqu'on en compte 87. dans l'Errata, ſans celles qui ont échapé au Réviſeur. Un Lecteur qui s'arrête à ces minuties pour juger d'un Livre, eſt ſemblable à un homme qui s'attacheroit plus à examiner le vaſe, qu'à goûter la liqueur qu'il contient. Les gens éclairez & intelligens ont d'autres remarques à faire, qui meritent des réponſes plus ſéreuſes.

J'en vais raporter ici une d'un de nos Ingenieurs, qui a les deux quali-

tez néceſſaires pour juger de mon ouvrage, leſquelles ſont très rarement raſſemblées dans la même perſonne, c'eſt d'être en même tems Mathematicien & bon Architecte.

J'ai donné au troiſiéme Livre page 325 & ſuivantes, la maniere de faire le dévelopement du Cône ſcalene, par le moyen des cordes du cercle de ſa baſe. Cette ſolution ne lui avoit pas parû ſuffiſante du premier abord, en ce que le dévelopement fait par les cordes, ſera toujours plus petit, que celui de la ſurface courbe circonſcrite à ces cordes. Il auroit ſouhaité que j'euſſe donné la maniere de trouver l'angle $B^1 S^1 a^1$ (Tome premier, planche 22, figure 266.) que font entr'eux les côtez qui comprennent la ſurface dévelopée; tels ſont, (pour me ſervir d'un exemple familier) les bords d'un morceau de Papier, dont on avoit fait un cornet, à quoi j'ai répondu.

Premierement, que ſi l'on examine la fin de ma ſolution, on verra qu'étant rélative à la conſtruction des Voutes, dont les Vouſſoirs ne ſe font bien que par le moyen des doëles plates, paſſant par les cordes des arcs, compris par les diviſions des cintres en Vouſſoirs, elle eſt très exacte, & très convenable à la pratique.

Secondement, qu'il ne me paroît pas poſſible, en général, de déterminer l'ouverture de cet angle dans le Cône ſcalene, & même pas toujours dans la ſupoſition du Cône Droit, ce Probleme eſt tranſcendant, car il ſe réduit à *Trouver la Somme de telle partie qu'on voudra de tous les angles infiniment petits, qui forment l'angle ſolide du Cône ſcalene*; en voici la raiſon:

Il eſt démontré que la Somme de tous les angles infiniment petits autour du Sommet du Cône, eſt à la ſomme de tous les angles autour du centre de la baſe, c'eſt-à-dire à quatre Droits, comme réciproquement le rayon de la baſe eſt au côté du Cône. Le Lemme ſecond page 22 de ce deuxiéme Tome, peut ſervir d'introduction à la connoiſſance de cette verité, que je ſupoſe connuë. Ainſi nommant le rayon de la baſe r, & le côté du Cône c, la valeur de la ſomme de tous les angles infiniment petits, autour du Sommet, ſera exprimée par $\frac{r}{c} \times 4$ Droits; c'eſt-à-dire, que ſi par exemple le rayon de la baſe eſt la moitié du côté du Cône, ou bien (ce qui revient au même) ſi la ſection triangulaire du Cône eſt un triangle équilateral, la valeur de tous les angles autour du ſommet ſera de 180. dégrez; mais toutes les fois que la raiſon de r à c, ne ſera pas de nombre à nombre, il ſera impoſſible d'exprimer la valeur de tous ces angles infiniment petits.

Le ſçavant Lecteur dont je parle, a été ſatisfait de cette réponſe.

Au reſte, je ſouhaite que ce ſecond Tome ſoit auſſi bien reçû que le premier, qui m'a attiré des lettres obligeantes de pluſieurs perſonnes diſtinguées par leur ſcience dans les Mathematiques, & dans l'Architecture, parmi leſquels je puis nommer Mr. Senès de l'Academie des Sciences de Montpellier, Ingenieur en Chef de cette Place, & du Canal de Cette au Rône, & Mr. Belidor Commiſſaire Provincial d'Artillerie, & Profeſſeur Royal des Mathematiques aux Ecoles du même Corps, qui dans la Préface du premier Tome de ſon excellente *Architecture Hydraulique*, qu'il vient de publier depuis peu, m'honore d'éloges que je mérite moins par mes ouvrages, que par la conformité d'intention que j'ai avec lui, de travailler utilement pour les Arts néceſſaires au bien de l'Etat. Heureux ſi j'avois autant de talens & de capacité que lui, pour ſeconder cette noble inclination. Nous lui avons l'obligation d'avoir enrichi ces Arts de belles Découvertes, & de les avoir éclairé des lumieres de la raiſon ; en quoi il a fourni aux Ingenieurs & aux Architectes, les moyens de s'aquiter facilement & parfaitement des Fonctions de leur Profeſſion. Comme Ingenieur, je lui en fais mes remercimens, & comme Particulier, ſenſible à l'honneur qu'il m'a fait en public, je lui dois auſſi en public des marques de ma parfaite reconnoiſſance, que je le prie de recevoir, déclarant que par un excès de modeſtie, il attribue à mes conſeils les beautez d'une Méthode, qui ne vient que de ſon propre fond.

Fautes à corriger avant que de lire.

Pages.	*Lignes.*	*Fautes.*	*Corrections.*
4	17	ꝛ	ꝛ
5	6	trouvera	tracera
13	34	face	baſe
16	2	uſuels	viſuels
18	35	faire à	faire qu'à
19	16	*b i* de	*b i* & *e d*
20	17	peut	veut
23	29	A *f* B	AFB
24	4	Probl. II.	Probl. III.
25	8	L *o*	*l o*
26	14	HIR	HPR
38	2	méme 1	même 1.
	24	le plan	le plus
46	11	EB ... E P	E *b* ... E *p*
51	24	AD	BD
52	35	plane & pour	plane pour
55	26	EB	E *b*
56	4	*a b c*	*a b e*
	32	D *m p*	D *m d*
67	29	quantité	qualité
74	30.	39[b]	39[6]
76	1	} entrailles	entailles
	11	}	
81	13	*g f* 2	*g e f* 2
	35	C *b* 2	C 2 *b*
84	13	DA	DA *c d*
89	8	H *a*	H *a*
	27	*h m t*	*h m t*
91	24	T *h m t*	T *h m d*
93	35	toujours le	*effacez* le
94	33	*c h*	C *h*
	35	de *c*	de C
98	19	A T N	ATG ou *a* T *n*
104	13	à *d m b*	à *m b*
	14	EX	FX
109	24	Charbon	Carton
	32	la priſme	le priſme
	34	4 *k* 8	4 K 8
111	1	E 3 *d* 4	E 3 & 4. 4
115	23	K, 4 *m*	K 4 *m*
118	25	*r* 2	*r* 2.
119	22	7	7.
	28	11 2 3	11, 12, 13
120	18	BE	BF
123	9	*r*1 *r*2 *r*3	1. 2. 3.
124	27	une	un
125	16	que ſi l'on	que l'on
	34	6	6.
127	14	BY	*b* Y
129	27	conſtruction	proportion
134	2	E *st* .... E *r n*	E *r r* ... E S *n*
137	29	difficulté	difformité

Pages.	Lignes.	Fautes.	Corrections.
138	32	ceintre	centre
140	20	C1	S2
142	31	eſt par	& par
144	12	Boulogne	Bologne
145	10	CH *ajoûtez*	qu'elles couperont en des points par
149	2	perpendiculaires	paralleles
157	21	BN	AN
158	36	à plomb	ſont à plomb
160	12	I*f a*	I *f* 2
	23	2 2	2 2
170	derniere	comme	commune
173	penultiéme	RG	KG
174	32	I on	I ou L
	33	IC	LC
175	18	ce ces	de ces
177	23	& oblique	eſt oblique
180	16	C∞ 1	C∞ 1∞
187	32	qui eſt	qui a
189	22	donneront	elles donneront
	25	enſuite par	enſuite ſi par
	39	I1 2	I1 2
195	20	l'une en l'autre talud	l'une en talud & l'autre en
198	6	96	95
205	1	DI *d i* en EM	DI de la fig. 97 en *di* & EM
	2	faiſat	faiſant
	12	1 2 , 2 3	1 2 , 2 3
209	28	tête égales	têtes égales
217	25	hauteur de	hauteur ſur
220	4	*b d*	BD
221	21	centre	ceintre
	26	B *d*	BD
224	15	L *o*	LO
	28	égaux	égales
225	derniere	élevez	élevées
227	20	g1	g 2
234	26	O 1	S. 4 *f*
	27	02	S. 3 *f*
252	23	M	m
254	23	NB	N *b*
	27	BS *d*	BSD
258	20	FM & EN	NM & EN2
263	30	menieres	manieres
264	6	*i* ne feut	il ne faut
	15	paſſear	paſſera
273	22	148 *idem* en marge,	138
275	33	G	C
284	13	de 2 à 2	de 2 à Q
286	34	6 & *r*	6 & *s*
288	9	154	144
293	derniere	diſtanges	diſtances

Pages.	*Lignes.*	*Fautes.*	*Corrections.*
296	7 & 11	*i d*	I *d*
300	28	I *tu*	I *tu* X
303	8	*ajoûtez*	fig. 154
	26	éleve la	élevera
304	3	I I^{i} I 2^{i}	I I ^{i}, 2 2^{i}
305	3	*p*^{1} 2 2°	*p*^{1} 2°
307	1	5	51
308	24	n'en connoitre	n'en pas connoître
ibid.	penult.	Vivaux	Vitraux
320	13	CD	CP
321	18	G 2	O 2
322	8	lequel	laquelle
ibid.	marge	163 . . . 163	162... 161
326	17	*q r*	QR
	26	ou de	ou 5 *x* 60
	28	*ſ r* Q	SRQ
327	16	*q l*	*q* ϰ
ibid.	24	Q *r* S	QRS
328	dernier article	au lieu de *i*, mettez	L *idem* au ſuivant
330	7	KS	*k s*
333	18	enfournement	enfourchement
ibid.	19	formées	fermées
334	6	*g f*	9 *f*
336	17	Q *n*	*q n*
ibid.	38	N	I
ibid.	39	MG	M *g*
340	36	AF ϰ	AFZ
341	14	*i* & *m*	*i* & M
345	34	point *e*	point C
346	11	le régle	la régle
357	3	A *u* × *u p* . . . . *n*	AE × E *p* . . . N
ibid.	5	*n u*	N *u*
360	32	179	176
365	8	182 . . 183	183 . . 182
366	29, 30, 31 32	*les petits 6 doivent être des b*	
368	12	particulieres	particulers
374	7	56	58
ibid.	15	59 fig. 207 & 208	60 fig. 209 & 210
383	30	*pp* . . . D *p* & *p*6	*p*d *p*d . . . DP & *p b*
ibid.	31	E *p p* F	EP, PF
ibid.	derniere	1e 3	13
391	derniere	s'en	c'en
393	5	porté	portée
ibid.	9	que	; ce que
397	20	en C	en *c*
409	25	Shériques	Sphériques
410	6	CH toujours	CH ſont toujours
ibid.	13	KRC	KR *c*
ibid.	26	4^{t}	*p*^{t}
411	6	élevera	levera
ibid.	13	parallelement	perpendiculairement
419	18	ceintre	centre
420	23	MF de la fig. 130	*m* F de la fig. 124
421	12	horiſontale *a*	horiſontale *a* X

Pages.	*Lignes.*	*Fautes.*	*Corrections.*
421	36	1° *m*	1° M
422	1	N *n*	M *n*
ibid.	14	*x c y* 11	*x* C *y* I[1]
ibid.	27	points repaires	points de repaires
	ibid.	on trouvera	on tracera
423	5	& *y*	& *y* I[1]
ibid.	7	trouvera	tracera
ibid.	10	CV *f*	*k* V *f*
424	10	*p*3 *q* 3	*p*3 *q*3
ibid.	11	V3 *q*1 *q*3	V3 *q*4 *q*3
ibid.	16	un ſi	d'un ſi
ibid.	20	portant	portent
ibid.	21	ſoiunt	ſoient
ibid.	23	héliboïde	hélicoïde
425	1	*ſc*	*ſe*
ibid.	4	*gc*	3 *e*
ibid.	16	&	&c.
430	9	& la a vis	& à la vis
431	2, 5, 6	KL	*k l*
432	31	1 *o*1 F *n*2 LD *n* &c.	*n*1 1[r], F *n*2 LDG *n*4
ibid.	32	D *y n*3 *x*	DY *n*4 X
ibid.	33	*z y x* P	ZYXP
437	1	Probleme	Probleme XX III.
ibid.	9	de ceintre	de ce ceintre
ibid.	31	diviſera	décrira
438	26	on vera	on menera
ibid.	29. 30	8 . . . 1 K	I . . . IK
439	11	aves	axes
440	3	trouvent	trouvoient
ibid.	17	autres	Auteurs
ibid.	26	entierement	extrémement
ibid.	dern.	*p* H *i*	PH *i*
441	6	Conique	Coniques
ibid.	26	BD	*b d*
ibid.	34	*a k*	*a* K
445	12	6907	6 H 07
ibid.	22	égel	égal
447	26	GY	G *y*
ibid.	dern.	dormans	dormant
448	5	gauche	gauches
ibid.	19	5 LP	5 *l* P
ibid.	penult.	*p x*	P *x*
449	15	A *a*	AD
451	8	ſur la	ſous la
452	33	C 2 du	C 2 ; du
453	3	à *c* S	à CS
454	34	R *x* B	RXB
455	9, 10, 12	*x*	X
456	35	A *n* S	A *m* S
457	1	centre	centres
458	5	d'autant	d'autant plus
ibid.	10	X *c* M *x*	*c* M *x*
459	29	1, 1e, 22 *e*	1 1 *e* 1e, 2 2 *e* 2 *e*
464	12	*b h*	*b h*.

Pages.	*Lignes.*	*Fautes.*	*Corrections.*
465	3	verticales	verticale
476	13	c'étoit	c'étoient
ibid.	17	il eſt	il en eſt
ibid.	29	à ſa	à la
477	35, 36, 38, 8,		9
479	11	*b*, *e*, *f*	*b*, *c*, *f*
480	1	I6S	16S
ibid.	17	il y le	il y a le
486	16	*f d*	F *d*
ibid.	18	*g f*	*g* F
ibid.	34	centre	ceintre
487	13	converges	convergens
492	32	à *f* F *d*	à *f* F
493	20	*d* X	*dx*
496	32	2 p^1, 1 p^2	1 p^1, 2 p^2
497	21	X_2	X 2
ibid.	23	point	joint
503	15	points	pointes

TABLE

TRAITÉ DE STEREOTOMIE.

LIVRE QUATRIEME.

DE LA TOMOTECHNIE,

OU

De l'Art de couper les Solides pour la Conſtruction des Voutes & autres Ouvrages d'Architecture ;

En Termes de l'Art,

Des TRAITS de la Coupe des Pierres & des Bois.

LES Principes de Theorie & de Pratique qui compoſent les deux premiers Livres de ce Traité, & les Régles du deſſein de l'Epure que nous avons donné dans le troiſiéme, renferment tout l'Art de la Coupe des Pierres & des Bois ; j'y avois borné mon Ouvrage, comptant que j'en avois aſſez dit pour mettre un Lecteur en état d'en faire l'Application à chaque eſpece de *Trait* de Voute en particulier, quelque difficile qu'elle puiſſe être, & que je devois renvoyer ceux à qui de telles inſtructions ne ſuffiſent pas, aux Livres du

Pere DERAN & de M. de la RUE, ſur-tout à ce dernier qui eſt bien circonſtancié pour la pratique ordinaire, & enrichi de belles Figures. A l'égard de la coupe des Bois pour les revêtemens de Lambris, j'aurois auſſi pû me contenter d'indiquer le Traité du Sieur BLANCHARD; mais ayant fait attention que ces Auteurs, qui ſe ſont bornez à une ſimple pratique, ont beaucoup laiſſé à déſirer, & quelquefois à corriger, j'ai ſuivi le conſeil que l'on m'a donné de remanier la même matiere pour l'éclairer de Démonſtrations, & la traiter plus méthodiquement; d'autant plus que je me ſuis ſenti en état d'y ajouter pluſieurs nouveaux Traits, tant de mon propre fond que de quelques-unes des Leçons que feu M. de la HIRE a donné à l'Academie d'Architecture au vieux Louvre. Il eſt difficile de pénetrer dans la Theorie d'une grande partie des beaux Arts ſans être redevable de quelques lumieres à ce grand Matématicien, qui les a enrichi de pluſieurs Découvertes; cependant comme il laiſſoit à ſes Auditeurs le ſoin d'en trouver les Démonſtrations, & qu'il a fallu les accommoder à mes principes, on n'y reconnoîtra que le fond de la Doctrine, tant j'y ai fait de changemens & d'additions.

JE puis de même avancer qu'on ne trouvera ici de répetitions de livre de la Coupe des Pierres, que celles qui ſont néceſſaires pour comparer differentes Epures entr'elles, lorſque les *Traits* ont été ſuſceptibles de variations; perſuadé que rien n'ouvre mieux l'eſprit que de lui préſenter differentes idées ſur le même ſujet. J'ai eu deſſein d'approfondir cette matiere; je ne ſçai ſi j'ai réuſſi, le Public en décidera; j'expoſe du moins ma bonne volonté pour la perfection de la partie la plus difficile de l'Architecture; je ſouhaite qu'un plus habile Matématicien acheve cette ébauche, & rencheriſſe ſur ce Traité comme je crois avoir rencheri ſur tous les autres qui m'ont précedé.

PREMIERE PARTIE.
DES VOUTES SIMPLES.

CHAPITRE I.
Des Elemens de la Pratique de la Coupe des Pierres & des Bois.

I.
De la connoiſſance des Surfaces.

AVANT que d'entrer en matiere il eſt à propos de donner ici une idée nette & diſtincte des differentes ſortes de ſurfaces qu'on peut former dans les ouvrages d'Architecture, afin qu'ayant une pleine connoiſſance de celles qu'on ſe propoſe de faire, on trouve plus facilement les moyens néceſſaires à l'exécution.

LES Surfaces ſont ou *Planes* ou *Courbes*, c'eſt une diviſion ſimple & generale.

La Surface Plane eſt celle à laquelle une ligne droite, comme une Régle, peut s'appliquer en tout ſens, & parce qu'il n'y a qu'une ſorte de ligne droite, il n'y auſſi qu'une ſorte de ſurface plane.

La Surface Courbe au contraire eſt celle à laquelle une ligne droite ne peut s'appliquer tout au plus qu'en un ſens, & non pas de l'autre, ou même en aucune poſition. Et comme il y a pluſieurs ſortes de Courbes il y a auſſi pluſieurs eſpeces de ſurfaces courbes.

LES unes ſont *régulieres*, les autres *irrégulieres*. On peut diviſer la premiere eſpece en deux claſſes; l'une de ces corps réguliers, que j'appelle Primitifs, tels ſont la Sphère, le Cone, & le Cylindre.

L'AUTRE de ceux qui ſont un peu moins réguliers comme ſont les Sphéroïdes, les Cones & Cylindres, dont les baſes ne ſont pas circulaires, les Anneaux, &c. on peut appeller leurs ſurfaces *les régulierement irrégulieres.*

LES ſurfaces irrégulieres ſont en nombre infini; mais celles des ouvrages d'Architecture ont toujours une ſorte de régularité, ſans quoi elles ſeroient déſagreables à la vûë, & l'on ne pourroit en faire l'objet d'un Art, dont la fin eſt de plaire autant que de ſervir aux beſoins de la vie. Après avoir conſideré les ſurfaces dans le tout, il faut en

examiner les parties faites par la ſection des planes qu'on peut ſuppoſer les couper de differentes façons.

II.

De la Poſition des Sommets des Angles des portions de Surfaces courbes régulieres.

LORSQUE une ſphère, un cone, ou un cylindre ſeront coupez par trois plans inclinez entr'eux, qui ſe coupent au dedans du corps, la portion de ſurface qu'ils comprendront ſera un Trilatere', autrement une figure de trois côtez, dont les ſommets des trois angles qu'ils forment ſeront dans un même plan; c'eſt-à-dire, qu'ils pourront être appliquez à une ſurface plane, qu'ils toucheront en trois points tout au moins.

LA raiſon en eſt évidente par la 2. prop. du 11. L. d'EUCLIDE, en ce qu'on peut toujours faire paſſer un plan par trois points donnez.

Fig. 1. & 2. SI des trois plans qui coupent le corps donné, il y en a deux *a*H*y*, *bsc* ou A*bx*, N*H*p, dont l'interſection tombe au dehors de la ſurface en *x*, ou en Y, alors il ſe formera un Quadrilatere, c'eſt-à-dire, une figure de quatre côtez, dont les ſommets *abcy*, AN*px*, des angles qu'ils comprennent, pourront être ou ne pas être dans un plan, ce que l'on peut connoître par les marques ſuivantes.

PREMIEREMENT une portion de ſurface de quatre côtez peut être le ſegment formé par les ſections de quatre plans auſſi bien que par trois. Mais ſoit par l'un ou l'autre de ces nombres de plans, il ſera toujours vrai, pour les ſegmens cylindriques, que les ſommets de ſes quatre angles ſeront dans un plan, lorſque deux de ces côtez ſeront droits; parce qu'il n'y a de ſection rectiligne dans le cylindre que celle qui eſt formée par un plan paſſant par l'axe ou parallelement à l'axe, & dans le cone que celle qui eſt dans un plan paſſant par le ſommet du cone, *Fig.* 1. dont il coupe les côtez en ligne droite de part & d'autre de l'axe; or dans la portion cylindrique *ac*, les côtez droits ſont paralleles entr'eux; donc [par la 7.e du 11. l. d'EUCL.] ils ſont dans le même plan. Et *Fig.* 2. dans la portion conique AP [*Fig.* 2.] ces côtez concourent au ſommet *s*; donc [par la 2.e du même] ils ſont dans un même plan.

Fig. 3. SECONDEMENT, ſi une ſurface ſphérique n'eſt coupée que par trois plans, dont deux *ab*, *db* ſe croiſent hors de la ſphère en *b*, la portion de ſurface qu'ils comprendront ſera un quadrilatere, dont les quatre angles ſeront dans le troiſiéme plan *abd*, qui coupe les deux précedens.

Mais ſi la portion de ſurface quadrilatere de ſphère, de cone ou de

cylindre eſt coupée par quatre plans dans des circonſtances differentes, & qu'on ne connoiſſe que la poſition des lignes de leurs interſections dans le corps coupé, on pourra connoître ſi les ſommets des quatre angles ſont dans un même plan comme il ſuit; en ſuppoſant ces interſections coupées par un cinquiéme plan *a s l.* Fig. 3.

Premierement pour la ſphère, on trouvera un cercle par trois de ces points donnez, ou pour me ſervir du langage des Ouvriers, on fera le trait *des trois Points perdus*; ſi le cercle ne paſſe pas par le quatriéme, les quatre angles ne ſeront pas dans un plan, parce que toutes les ſections planes de la ſphère ſont des cercles.

Secondement pour la portion cylindrique, ayant joint les quatre points donnez par des lignes droites, s'il ne s'en trouve pas deux paralleles, les ſommets des quatre angles ne ſont pas dans un même plan. Fig. 1.

Troisiemement pour la portion conique; ſi deux des lignes qui paſſent par les points donnez, ne concourent pas au ſommet du cone, les quatre ſommets des angles ne ſont pas dans un même plan. Fig. 2.

On peut appliquer ces obſervations au corps de la ſeconde eſpece, que nous avons appellé régulierement irréguliers, comme ſont 1.° les ſphéroïdes formez par la révolution d'une Ellipſe ſur un de ſes axes. 2.° aux cylindres & aux cones de baſe Elliptique, avec cette difference, que la maniere précedente ne pourra ſervir que pour les portions de ſphéroïdes, dont les angles donnez ſeront dans un plan perpendiculaire à l'axe de révolution; pour les autres ſegmens obliques, on n'y peut parvenir que par le moyen d'une Ellipſe, qui doit être celle de la ſection oblique donnée dans le ſphéroïde convexe, par l'inclinaiſon du plan coupant, s'il eſt incliné à l'axe de révolution, ou par une Ellipſe ſemblable à la géneratrice, ſi le plan coupant eſt parallele à l'axe de révolution.

Uſage des Obſervations précedentes.

Pour former une ſurface courbe il faut commencer par en placer & déterminer les extrémitez ſur une ſurface plane, en les poſant dans leur juſte diſtance. Enſuite par le moyen des modéles de courbures convenables, appellez *Cerches*, on creuſe la pierre ou le bois au deſſous de cette premiere ſurface, autant qu'il eſt néceſſaite; ainſi il importe de ſçavoir ſi les quatre angles de la portion de ſurface courbe qu'on veut former, ſe trouvent avoir leur ſommet dans cette ſurface de préparation, on eſt toujours ſûr qu'il y en a trois; mais on ne peut s'aſſûrer du quatriéme que par les moyens que nous avons donnez.

J'Ay dit au premier Livre qu'on ne connoiſſoit les lignes courbes que par le moyen des lignes droites auſquelles on les compare, en meſurant de combien elles s'en approchent ou s'en écartent à chaque point, c'eſt-à-dire, par le moyen des abſciſſes & des ordonnées. Je dis ici la même choſe d'une ſurface courbe à l'égard de la plane, qui ſert de préparation pour en meſurer les profondeurs.

D'ou il ſuit que la méthode qui les ſuppoſe, appellée par *Doeles plates*, donne de grands avantages pour la formation des vouſſoirs des voutes; car ſi la portion de ſurface eſt cylindrique ou conique, on aura déja ſur ce plan les longueurs & la poſition de ſes côtez droits, & celle des cordes des arcs de ſes baſes oppoſées, & ſi la portion de ſurface eſt ſphérique, ou ſphéroïde, coupée par des plans [comme il convient ordinairement à la conſtruction des voutes] paſſant par leur centre, ou parallelement à ſon axe, on aura ſur ce plan les quatre Cordes des arcs de ſes côtez.

D'ou il eſt aiſé de conclure quelle peut être la figure des Doëles plates des vouſſoirs de chaque eſpece de voute. Premierement celles des voutes en Berceau, qui ſont les cylindriques, ne peuvent être que des Parallelogrames ou des Trapezes, qui ayent deux côtez paralleles; car la ſection d'un cylindre par un plan qui n'eſt pas parallele à ſon côté, ou ce qui eſt la même choſe à ſon axe, ne peut être une ligne droite, mais bien une courbe.

Secondement que les Panneaux de Doële plate des vouſſoirs des voutes coniques peuvent être des Triangles, ou des Trapezes ou Trapezoïdes, mais jamais des Parallelogrames; parce que la ſection faite parallelement à un côté par un plan coupant le cone, eſt une Parabole.

Troisiemement que les doëles plates des vouſſoirs des voutes ſphériques ou ſphéroïdes ne peuvent être que des triangles ou des Trapezes iſoſceles, c'eſt-à-dire, dont les angles des côtez inclinez entr'eux, & avec les côtez paralleles, ſoient égaux; parce que nous ferons voir dans la ſuite que les ſommets des quatre angles d'une portion de ſphère ne ſont dans un plan, que lorſqu'on y peut inſcrire une portion de cone droit, excepté *le cas de la Section ſouſcontraire.*

Si les quatre angles d'une ſection de ſurface courbe, coupée par trois ou quatre plans, ne ſont pas dans un ſeul plan, on peut toujours en comprendre trois dans un plan, & trois dans l'autre; parce que les ſommets des angles oppoſez ſuivant la diagonale ſeront communs aux deux plans; mais nous allons traiter de ces irrégulieres.

III.

Des Surfaces courbes régulierement irrégulieres.

En Termes de l'Art.

Des Paremens Gauches.

On appelle *Gauche* en Architecture, une ſurface qui n'a pas une certaine régularité que ſa figure ſemble exiger, par analogie à la mauvaiſe grace qu'on trouve a ce qui eſt fait avec la main gauche ; ainſi une ſurface qui devroit être plane, comme celle d'une pierre ou d'un bois mal équarri, & dont les côtez oppoſez ſe croiſent en les regardant par le profil, eſt appellée Gauche.

On tire auſſi la nomination de ces eſpeces de ſurfaces de la difference des expoſitions de leurs parties, qu'on compare à un regard louche, en Latin *Limus*, qui ſemble tourné en même tems vers differens objets, telle eſt celle des *Limons* des Eſcaliers tournans, dont la figure eſt bien exprimée par ce nom, que j'appliquerai auſſi à d'autres ſurfaces pareilles.

J'appellerai ſurface *Courbe régulierement gauche* celle dont on peut aſſigner une géneration par le mouvement d'une ligne droite ou courbe, qui en parcourt d'autres par ſes extrémitez, leſquelles lignes ne ſont pas ſemblables, ou ſemblablement poſées.

De telles ſurfaces ont rarement leurs quatre angles dans un plan, ſi on les ſuppoſe coupées par quatre autres.

Par cette définition on conçoit qu'une portion de ſurface de ſphère, de cône ou de cylindre, qui n'auroit pas ſes quatre angles dans un plan, ne ſeroit pas pour celà une ſurface gauche, mais celle qui paſſeroit par les quatre lignes droites tirées d'un angle à l'autre ne ſeroit pas régulierement plane, elle ſeroit *gauche* de la premiere eſpece, que j'appelle *Planolime*, c'eſt-à-dire, qui reſſemble à une plane ſans l'être.

Pour aider l'imagination à ſe repréſenter la generation d'une ſurface, il n'y a qu'à penſer à la trace d'un bâton dans la neige, ou d'un fil-de-fer chaud dans la cire condenſée.

Premiere Eſpece de Surface Gauche.

Si une ligne droite AB eſt appuyée vers ſes extremitez ſur deux autres droites AD, BC, qui ne ſont pas paralleles ni dans un même plan, & qu'on la faſſe mouvoir ſur ces lignes, la trace de la genera- Fig. 4.

trice AB formera par ce mouvement une ſurface courbe *Gauche*, dont les diagonales droites tirées d'un angle oppoſé à l'autre, ne ſe rencontreront point, & ſeront toutes hors de la ſurface.

Corollaire de Pratique.

D'ou il ſuit que pour connoître ſi une ſurface qui paroît plane eſt Gauche, comme une porte dont le bois s'eſt *Dejeté* & *Tourmenté* en ſéchant, il n'y a qu'à tendre un fil d'un angle oppoſé à l'autre en diagonale; s'il s'écarte du milieu c'eſt une marque ſûre qu'elle eſt gauche; la même choſe ſe connoît par le moyen d'une régle ſur un parement de bois ou de pierre.

Il n'eſt pas fort néceſſaire de connoître les eſpeces de Courbes des diagonales d'une ſurface gauche, formée comme nous venons de le dire; mais c'eſt une curioſité qui me fit plaiſir lorſque je l'eu découverte.

Si les quatre lignes ou côtez droits de la ſurface gauche ſont égales, on trouve que la diagonale courbe BD eſt une parabole, & AC une autre differemment ſituée.

Pour le démontrer, il n'y a qu'à ſuppoſer une ſurface plane, paſſant par les trois angles ADC, comme A*b*CD, qui s'éloignera de l'angle B de l'intervale B*b*, plus ou moins grand ſelon que la ſurface ſera plus ou moins gauche. Puis ayant diviſé les lignes AD, BC & *b*C en quatre parties égales & tiré les droites 1*n*, 2*n*, 3*n*, par ces diviſions; on tirera auſſi les droites *n* 1°, *n* 2°, *n* 3° paralleles à B*b*. Alors on reconnoîtra que la ligne AB, tranſportée en 1*n*, coupera la diagonale DB au point 9, qui ſera aux trois quarts de la ligne 1*n*, & au deſſus de la ligne 1 1°, qui eſt dans le plan ADC*b* de la quantité 9*x*, qui eſt auſſi les trois quarts de la hauteur *n* 1°. De même la ligne AB, tranſportée en 2*n* coupera la diagonale DB au milieu en E, qui ſera élevé au deſſus du plan A*b*CD de l'intervale EF, égal auſſi à la moitié de la hauteur *n* 2° ainſi du reſte. Si l'on ſuppoſe donc la plus grande hauteur du gauche B*b* égal à 16 parties, *n* 1° en contiendra 12, qui eſt les $\frac{3}{4}$ de 16 & 9*x* contiendra les $\frac{3}{4}$ de 12, qui ſont 9, de même EF moitié de *n* 2° = 8 ſera de quatre parties, & 4*x* = $\frac{1}{4}$ de 3*n* ſera auſſi le quart de la hauteur *n* 3° = 4; par conſéquent = 1, on aura donc cette ſuite 16, 9, 4, 1, 0, qui eſt celle des quarrez pour les abſciſſes de la Parabole, & les nombres naturels 1, 2, 3, 4, pour ſes ordonnées; donc cette Courbe eſt une portion de Parabole, qui a ſon ſommet en D, comme il eſt repréſenté au deſſous de la Fig. 4. en *d*, 1, 4, 9, 16.

Presentement ſi l'on veut connoître l'autre diagonale courbe ſur AC

AC on trouvera qu'elle eſt encore Parabolique, mais tournée en ſens contraire, & qu'elle a ſon ſommet au milieu en F ; car ſa diſtance ou élevation en *y*, ſur le plan A*b*CD ſera du quart de 12 = 3 ; en F de la moitié de 8 = 4, & en *z* des trois quarts de 4 = 3 ; ainſi ſa plus grande hauteur eſt en F d'où elle ſe rapproche du plan vers A & vers C. Pour en avoir un plus grand nombre de points on peut doubler B*b*, le faiſant valoir 32 parties, & ſuppoſer AD & BC diviſez en 8, on aura cette ſuite o $3\frac{1}{2}$, 6, $7\frac{1}{2}$, 8, $7\frac{1}{2}$, 6, $3\frac{1}{2}$ o, ou en doublant 0, 7, 12, 15, 16, dont les reſtes à 16 qui ſont les abſciſſes ſont 0, 1, 4, 9, 16, c'eſt-à-dire, la ſuite des quarrez des ordonnées 1, 2, 3, 4 ; mais comme cette Courbe n'eſt ici d'aucun uſage nous ne nous y arrêterons pas.

Corollaire.

Il ſuit de cette géneration que quoique cette ſurface ſoit réellement courbe, on peut la former exactement avec une régle AB, muë d'un mouvement uniforme ſur les deux côtez AD, BC changeant continuellement d'inclinaiſon à l'égard de ſa premiere poſition, comme aux échelons des aîles des Moulins à vent ſur le *Volant* & les *Antes*, ce qui fait que les *Cotereſts*, n'étant pas dans un même plan, forment la ſurface gauche de l'aîle du moulin à vent.

J'appelle cette premiere eſpece de ſurface Gauche *Planolime*, du Latin *Plana* & *Lima*, qui reſſemble à une plane, mais qui eſt gauche, & courbe quoique terminée par des lignes droites, & formée comme les plans, par le mouvement d'une ligne droite.

La ſeconde eſpece de ſurfaces courbes Gauches eſt formée par le mouvement mixte d'une ligne droite AB, dont une partie vers A ſe meut ſur une ligne droite EF, & l'autre ſur une courbe CD telle qu'on voudra, ſoit arc de cercle ou d'Ellipſe, ou toute autre courbe, d'une ſeule ou pluſieurs inflexions, comme l'ondée F*be* [*Fig.* 6.] la trace de cette ligne forme une ſurface concave ou convexe, qui s'applanit de plus en plus depuis la courbe CD juſqu'à la ligne droite EF [*Fig.* 5.] où elle perd ſa concavité ou convexité : telles ſont les doëles de ces *Arrieres Vouſſures qu'on appelle Réglées & Bombées*, & les Coquilles des eſcaliers à vis, comme la figure 14. J'appelle cette ſurface du nom de *Mixtilime*; parce que ſa géneration ſe fait par deux lignes droites CH & HG & une courbe ADG. *Fig.* 5. *Fig.* 6.

Corollaire.

De-là il ſuit, comme ci-devant, que l'on peut former cette ſurface par le mouvement d'une Régle AB [*Fig.* 5.] ou *ab* [*Fig.* 6.] où RE [*Fig.* 14.]

Fig. 7. *La troiſiéme eſpece* de ſurfaces gauches eſt formée par le mouvement d'une ligne droite AB, qui ſe meut ſur deux courbes A*b*F, BHD, ou differentes, ou differemment poſées, où les cordes AF, BD des arcs ſemblables ne ſoient pas paralleles entr'elles; de ſorte que les quatre angles ABDF ne ſont pas dans un même plan A B D*f*; mais un d'entr'eux comme F s'en éloigne de l'intervale F*f*, plus ou moins, ſuivant l'inégalité de la poſition des Courbes, telles ſont les doëles des voutes de *la Vis St. Giles quarrée* à chaque Rampe, qui ſont ſemblables à un cylindre tors. J'appellerai cette eſpece *Delioïde.*

COROLLAIRE.

Il ſuit de même de cette géneration, qu'on peut former cette ſurface par le mouvement d'une Régle *ab* [*Fig.* 7.] muë ſur deux arcs de lignes courbes A*b*F, BHD.

Il faut remarquer que je ne comprends pas dans cette eſpece les ſurfaces gauches des Limons tournans; car quoiqu'elles ſoient réellement formées par le mouvement d'une ligne droite ſur deux courbes, qui ſont des Helices, elle ne doivent être conſiderées que comme une partie d'une ſurface *Mixtiline*, telle qu'on la voit à la figure 14. en DKGD.

La quatriéme eſpece des ſurfaces courbes gauches eſt formée par le mouvement d'une ligne courbe dont la courbure n'eſt pas conſtante, mais variable, qui ſe meut ſur deux autres courbes conſtantes, telle ſeroit, par exemple, une côte de Baleine pliée en arc qu'on appuyeroit ſur deux arcs de lignes courbes ſemblables ou differentes, dont on lâcheroit la corde à meſure qu'on la meut, pour lui donner la liberté de s'ouvrir de plus en plus; & enfin de ſe redreſſer tout-à-fait. Ainſi prenant
Fig. 8. les arcs AEB, DGC [*Fig.* 8.] pour apuis de l'arc AHD, ſi en lachant inſenſiblement la corde on le tranſporte en I*b*K, où elle s'eſt déja un peu redreſſée; enſuite en EFG, où elle l'eſt d'avantage, enfin en BC où elle s'eſt totalement redreſſée, on auroit formé une ſurface pareille à celle que le vent forme dans les voiles lorſqu'il les enfle. En effet ſi l'on renverſe la figure 8. on pourra conſiderer la ligne droite BC comme la *vergue*, [en terme de marine] les points A & D comme ceux d'*Ecoute*, entre leſquels eſt la plus grande courbure AHD, & les côtez BEA, CGD, comme les *Ralingues.*

En Architecture on fait de pareilles ſurfaces pour les doëles des vouſſoirs de *l'Arriere vouſſure de St. Antoine.* Je dis les vouſſoirs, non pas l'arriere vouſſure entiere; parce qu'elle prend ſa naiſſance ſur trois lignes droites, ſçavoir, deux ſur les piedroits, & une ſur le linteau ou Fer-

meture. J'appelle cette ſurface *Sphericolime*; parce qu'elle a quelque rapport à une ſphère quoique fort imparfaitement.

Il eſt aiſé de conclure de la formation de cette ſurface qu'elle ne peut être faite, comme les trois précedentes, par le moyen d'une Régle; mais ſeulement par le ſecours de ces modeles de Courbes, contournées ſur des planches minces que nous appellons *Cerches*.

Ces quatre eſpeces de ſurfaces comprennent toutes celles qui ſont poſſibles & uſuelles en Architecture, même les vis & écroües, qui ſont des portions de mixtilimes; car faiſant mouvoir une ligne droite appliquée à angle Droit, Aigu, ou Obtus, à un axe, au long de cet axe, d'un côté & de l'autre, ſur une Helice, il ſe formera une ſurface de vis, & ſi au lieu de l'Helice, qui ne s'approche pas de l'axe, on ſubſtituë une Helice en limace, ce ſera la ſurface que les Ouvriers appellent le Colimaçon, qui s'approche & ſe joint enfin à ſon axe.

IV.

Des differens moyens de parvenir à la formation des Parties des Corps, dont les Surfaces & les Angles ſont donnez.

Quoique l'on connoiſſe parfaitement la figure du ſolide qu'on ſe propoſe de faire, & les ſurfaces courbes qu'il y faut former, on ne peut les tailler immédiatement dans une pierre de figure quelconque; on n'y parvient que par la médiation des ſurfaces planes.

L'on a imaginé pour l'exécution de la Coupe des pierres deux méthodes differentes, qui ſuppoſent plus ou moins de ſurfaces planes, & qui y conduiſent avec plus ou moins de diſpoſitifs.

L'une de ces méthodes s'appelle *par Equarriſſement*, & l'autre *par Panneau*, nous en donnerons une troiſiéme qui n'a pas de nom, parce qu'elle eſt nouvelle; nous l'appellerons *Demi-équarriſſement*.

I.°

La méthode par *Equarriſſement* eſt ainſi appellée, parce qu'avant que de former une figure de ſolide oblique, on commence par en former une de cube, ou de parallelepipede à l'équerre, capable de la contenir. Enſuite on trace ſur chacune des ſurfaces planes ſuppoſées en ſituation Verticale ou Horiſontale, la projection des ſurfaces du corps qu'on ſe propoſe de former, & l'on retranche du parallelepipede tout ce qui

excéde les contours de chaque projection, en abatant la pierre superfluë, & parce que les ſurfaces de ce corps ſont ou en quarré ou en quarré long avant que d'être taillées; on appelle la méthode qui en ſuppoſe de telles *par Equarriſſement.*

On l'appelle auſſi *par Dérobement*, comme ſi on dépoüilloit la figure propoſée de la robe dont elle eſt envelopée; c'eſt ainſi qu'on dit *dérober des fèves*, pour les dépoüiller de leur écorce, ce qui fait voir que le P. Dechalles n'a pas compris le ſens de ce mot, lorſqu'il l'a traduit *per ſuffurationem* par larcin, au lieu qu'il devoit le traduire *per ſpoliationem.*

II.

La ſeconde méthode appellée *par Panneaux*, eſt plus immédiate pour l'exécution, en ce qu'elle ne ſuppoſe qu'une ſurface plane, laquelle peut même ſubſiſter, l'ouvrage étant achevé, ſi l'on commence par une de celles des lits ou des têtes. Elle conſiſte à former des modeles des ſurfaces du corps ou vouſſoir qu'on veut faire, pour les appliquer ſur la pierre, & en tracer par ce moyen le contour exactement. Ces modeles ſe font ſur des matieres inflexibles comme des planches, lorſqu'il s'agit de la formation d'une ſurface plane, & quelquefois ſur des matieres flexibles, comme du Carton, du fer-blanc, ou des lames de plomb, lorſqu'il s'agit d'une ſurface courbe, dont on cherche le contour par la voye du développement qui eſt la moins ordinaire dans l'exécution.

Pour placer ces modeles dans la ſituation où ils doivent être entre eux, on ſe ſert des inſtrumens propres à déterminer les inclinaiſons des ſurfaces, comme ſont les Biveaux & fauſſes équerres.

REMARQUE.

Quoique cette méthode s'appelle particulierement *par Panneaux*, il ne faut pas croire qu'on puiſſe tout-à-fait ſe paſſer de modeles dans la précedente par équarriſſement; car il faut pour tracer un contour courbe employer un panneau, ou quelque choſe d'équivalent, comme un biveau à branche courbe, ou une cerche; parce que les petites portions des ſurfaces des vouſſoirs ne permettent pas qu'on puiſſe y tracer des arcs de cercle par le moyen du ſimbleau, en ce qu'il faudroit y ajouter une ſurface continuë prolongée pour y placer un centre, s'il s'agit d'un arc circulaire de peu de degrez, ou deux foyers pour une petite portion d'Ellipſe; ou bien employer les pratiques que nous avons donné au ſecond Livre, pour ſe paſſer du centre ou des foyers; or il eſt bien plus ſimple & plus ſûr de faire un modele ſur une épure où la ligne courbe eſt entierement tracée, que d'avoir recours à des

operations fort compoſées, qu'il faudroit répeter ſouvent pour de petites parties.

La troiſiéme méthode que j'ai appellé par Demi-équarriſſement participe des deux précedentes, feu M. de la Hire qui en eſt l'inventeur ne lui ayant pas donné de nom particulier, j'ai cru devoir lui en donner un pour la diſtinguer des autres. J'en renvoye l'explication aux exemples que j'en donnerai; il ſuffit de la connoître ici comme moyenne entre celle par Panneau, & celle par Equarriſſement, en ce qu'on y fait uſage des ſurfaces ſuppoſées Horiſontales ou Verticales comme dans l'équarriſſement, & des Panneaux de Doëles, comme à la méthode des Panneaux.

Des Avantages & Déſavantages de chaque Méthode.

L'Avantage de la méthode par équariſſement conſiſte 1.° en ce que l'on s'épargne la peine de faire un grand nombre de panneaux pour la conſtruction d'une voute, lorſque ſes ceintres ne ſont pas circulaires; parce qu'il en faut changer à chaque vouſſoir.

2.° En ce qu'il n'eſt pas néceſſaire de connoître les lignes courbes, qui ſe forment par l'interſection des ſurfaces courbes; on les forme par une eſpece de hazard, en abatant ſucceſſivement la pierre d'une Doële à la régle trainée ſur un Arc-Droit.

Ses Déſavantages ſont 1.° qu'elle conſomme beaucoup de pierre en pure perte; car puiſqu'il faut chercher des ſurfaces inclinées entre des verticales & des horiſontales; ſi leur inclinaiſon eſt, par exemple de 45. degrez dans un cube, il eſt clair que tout ce qui eſt au-delà de la diagonale d'une de ſes faces étant inutile, il en faut retrancher un priſme triangulaire égal à celui qui doit reſter, de ſorte qu'en ce cas la perte de la pierre eſt évidemment de la moitié; mais ce n'eſt pas encore tout, ſi ſur cette ſurface inclinée il en faut élever deux autres à angle Droit ou Obtus, comme ſont les joints de Tête avec les Doëles; il faut encore abatre une ſeconde fois de la pierre & en retrancher de plus deux Priſmes triangulaires, & enfin ſi le vouſſoir eſt extradoſſé il en faut encore abatre un quatriéme priſme triangulaire. La Fig. 11. le fera voir ſenſiblement; parce qu'on y a ponctué tout ce qui doit être enlevé. Ainſi dans le priſme dont *dabc* eſt une face, il faut premierement enlever un Priſme triangulaire qui aura pour baſe le triangle mixte *fdg*, ſecondement un autre qui ait pour baſe le triangle rectiligne *afe*, troiſiémement un autre oppoſé au premier, qui ait pour baſe le triangle mixte *ebb*, & enfin un quatriéme rectiligne, dont la baſe eſt le triangle *gcb*. *Fig.* 11.

Le ſecond Déſavantage eſt, qu'il faut non ſeulement faire inutilement

les ſurfaces d'un Parallelepipede qu'il faut recouper, mais ſouvent des ſecondes ſurfaces, qui ſont encore inutiles, & qu'il ne faut ſuppoſer que pour trouver les troiſiémes, qui doivent ſubſiſter quand l'ouvrage eſt achevé, qu'il auroit cependant fallu faire immédiatement ſi on avoit pû; on en verra des exemples dans la ſuite.

Le troiſiéme Déſavantage eſt, que ſi les angles ſont un peu alterez par l'exécution, & que l'équarriſſement ne ſoit pas exact dans les renvois, que ces angles ſont d'une ſurface à une autre, ſoit par la faute des Equerres ou des Biveaux, ou de la main de l'Ouvrier qui s'en ſert, il peut en réſulter des erreurs ſenſibles, & des arêtes d'un contour irrégulier & mal formé.

Les Avantages de la Méthode par Panneaux.

De l'expoſition des avantages & déſavantages de la méthode par équarriſſement, il eſt aiſé d'inferer ceux de la méthode de tracer les pierres par le moyen des Panneaux.

Premierement, il eſt viſible que l'operation étant plus immédiate elle doit être plus courte.

Secondement, qu'y ayant moins de ſuppoſition de ſurfaces planes à faire préceder, il y a plus de facilité à faire ſervir des pierres de moindre volume.

Troiſiémement, qu'y ayant moins à retrancher, il s'y trouve une plus grande œconomie dans la conſommation de pierre.

4.° Que l'operation étant fondée ſur l'étenduë des ſurfaces, dont on a pû exactement tracer les contours par les régles de l'épure, on y eſt conduit beaucoup plus ſûrement, & par conſéquent elle en doit être plus exacte.

Enfin c'eſt la plus ſçavante méthode & le principal objet de l'étude de la Coupe des Pierres, dont les Auteurs qui en ont traité ont fait le plus de cas, comme il paroît par ce qu'en dit le P. Deran.

Le ſeul Déſavantage qu'on y trouve, eſt un plus grand attirail d'inſtrumens, ſi l'on peut appeller les panneaux de ce nom.

La troiſiéme méthode *par Denti-équarriſſement*, participe des avantages des deux autres; nous en renvoyons l'explication au premier exemple du trait des voutes en Berceau.

Malgré l'imperfection de la méthode par équarriſſement, les Appareilleurs la préferent ordinairement à celle des Panneaux par pluſieurs

raiſons; la premiere, parce qu'ils ſe ſoucient moins de ménager la pierre, dont la dépenſe ne roule pas ſur leur compte, que de s'épargner de la peine; la ſeconde, parce qu'ils ont beſoin de moins d'inſtrumens, c'eſt-à-dire, de Panneaux, & moins d'inquietude que les tailleurs de pierre ne prennent quelquefois les uns pour les autres, ou les placent en fauſſe poſition, ce qui arrive ſouvent, ſi on n'a ſoin d'y veiller. La troiſiéme, c'eſt que comptant toujours ſur quelques ragrémens, ils ſont peu curieux d'une parfaite operation, parce qu'ils ſe flatent de ſauver les apparences par ce moyen.

Nous n'adopterons dans cet ouvrage aucune de ces méthodes en particulier, nous ferons uſage des unes & des autres ſuivant les occurrences, & lorſque chacune d'elles conviendra également à la facilité de l'operation, nous en donnerons l'application au Trait, pour mettre le Lecteur en état de choiſir ce qui lui conviendra le mieux, comme on le verra dans celui des Berceaux. Il faut auparavant voir les élemens de la pratique pour tracer les ſurfaces ſimples, conſiderées ſans aucune diviſion.

Problême I.

Par trois Points donnez dans un Solide faire paſſer une Surface Plane.

En Termes de l'Art.

Dégauchir un Parement.

Soit un quartier de pierre AE [*Fig.* 9.] tel qu'il vient de la carriere, d'où on l'apporte brut, mais ordinairement formé quoiqu'imparfaitement en parallelepipede, ſur lequel il faut faire un *Parement droit*, c'eſt-à-dire, une ſurface plane, à laquelle la régle puiſſe être appliquée en tout ſens, ſans qu'il reſte aucun vuide entre deux. *Fig.* 9.

On commencera par tracer une ligne avec une régle où l'on jugera à propos pour y pouſſer une cifelure vers un de ſes angles, & l'ayant bien dreſſée à la régle, on y en appliquera une immobile, comme en HE, ſoit qu'on la faſſe tenir par quelqu'un en cette ſituation; ſoit qu'on l'y appuye avec une pierre ou autre choſe, ſi l'on eſt ſeul. Enſuite on poſera une autre régle IK vers la face oppoſée AC, à l'autre arête auſſi près du bord qu'on jugera à propos, & on la placera à l'égard de la premiere régle de maniere que le bord de la ſeconde couvre exactement celui de la premiere, ſans que les deux régles ſe croi-

ſent en regardant de differens endroits par devant leurs côtez extérieurs; enſorte que les rayons uſuels LN, LO, qui ſe terminent à la premiere régle en H & E, raſent la ſeconde en N & en O, de même l'œil étant ſitué en M regardant en E & G, le bord de la premiere régle HE raſe la ſeconde IK en B & C; alors on trace une ligne droite le long de la régle IK ſur le côté BC, des extrémitez de laquelle on tirera à la régle deux autres lignes BP & CE, ſur le lit de deſſus AP, & ſur celui de deſſous DE, le long du bord de la pierre, après quoi on abatra avec les outils convenables tout ce qui excede ces lignes, ſoit en commençant par y pouſſer des ciſelures, lorſque la pierre peut ſe tailler au ciſeau, comme toutes les pierres tendres; ſoit en y faiſant une *plumée* ou rigole, au lieu de ciſelure avec la pointe du marteau, comme l'on eſt obligé de faire à certaines pierres dures, grenées d'un gros grain, comme du Granite d'Egypte, telles que ſont celles de la côte du Nord de la Bretagne, ſur leſquelles le ciſeau ne mord pas.

Lorsque les quatre lignes du contour de la ſurface ſont déterminées & dreſſées, on abat la pierre qui les excéde, en examinant de tems en tems avec une régle que l'on place où l'on veut, ſi elle s'applique aux côtez oppoſez ſans qu'on puiſſe appercevoir du jour entre la régle & la pierre, car ce jour indique des creux ou des boſſes; c'eſt la premiere choſe qu'apprennent les Tailleurs de pierre, & c'eſt par là qu'on vérifie la juſteſſe & la propreté de leur ouvrage. Ce qui eſt le but de notre deſſein, où nous ne nous propoſons pas de dreſſer des Ouvriers dans les operations de la main, qui ſont un effet de l'habitude, mais de former des connoiſſeurs qui puiſſent juger de leur travail, les redreſſer quand ils ont fait faute, & diriger ceux qui s'y prennent mal.

Demonstration.

La pratique de ce Probleme eſt démontrée dans la 2.e propoſition du 11.e Livre d'Euclide, qui dit que trois lignes droites qui ſe coupent ſont néceſſairement dans un plan, & par conſéquent toutes celles qui ſont tirées dans ce triangle, or les rayons viſuels LH, LE avec le côté de la régle GE, forment un triangle, dans lequel [par la conſtruction] eſt la ligne NO de la régle IK, de même que les rayons viſuels MG, ME, avec le côté EH & la ligne FK, partie de la regle IK; donc les lignes BP & CE, qui joignent les deux régles, & toutes celles qu'on peut tirer d'un côté à l'autre, ſont dans le même plan; par conſéquent la ſurface ainſi formée ſera exactement plane, ou en terme d'Architecture, un Parement droit, *ce qu'il falloit faire.*

Lorsqu'on n'a pas beſoin de faire des arêtes paralleles entr'elles, on peut

on peut former une ſurface plane par trois points donnez, en faiſant une rigole ou ciſelure à la régle poſée de cant, d'un des points donnez à l'autre, comme pour faire un triangle, & en abatant enſuite la pierre, qui ſe trouve excéder la profondeur de ces trois rigoles ou *plumées*, ce qu'on connoît en faiſant couler la régle ſur ces rigoles en travers, comme ſur autant d'apuis qu'elle doit affleurer.

Quoiqu'il ne s'agiſſe pas ici de dreſſer les Ouvriers dans le maniment des outils, dont nous ſuppoſons qu'ils ont fait apprentiſſage, nous avons cru qu'il étoit à propos d'en mettre ici la figure, pour en donner les noms les plus uſitez, & leurs uſages, c'eſt une connoiſſance néceſſaire aux gens de Cabinet, qui ont du goût pour les Arts.

A. *Teſtu*, marteau qui a d'un côté une pointe & de l'autre une maſſe pour ébaucher une pierre en abatant des parties avec la maſſe, dont on frape ſur les bords pour faire ſauter un éclat, & achever d'enlever avec la pointe le reſte, qui fait une boſſe. Le *Plan* du même outil eſt au deſſous en *a*.

B. *Laye* ou *marteau bretelé*, qui a d'un côté un tranchant uni & de l'autre un tranchant denté, qui fait des ſillons; ſon *plan* eſt en *b*.

C. *Ciſeau* à ciſeler, il y en a de pluſieurs grandeurs; lorſque le ciſeau eſt large avec un manche pour être pouſſé à la main, comme les outils de Menuiſeries, on l'appelle *Fer quarré*: on ſe ſert du ciſeau pour les pierres tendres & dures d'un grain lié; mais lorſque le grain eſt ſabloneux, comme aux pierres des carrieres de la côte du Nord de la Bretagne, dont j'ai parlé, les Ouvriers ne s'en ſervent point, ils font tout à la pointe.

D. *Maillet* pour pouſſer le ciſeau.

E. *Marteau à deux pointes* pour la pierre dure; lorſqu'il eſt un peu plus long on l'appelle *pioche*; ſon plan eſt en *e*.

F. *Riflard bretelé* pour la pierre tendre.

G. *Crochet*.

H. *Rippe*.

I. *Compas à fauſſe équerre*.

Remarque ſur l'Uſage.

La maniere de former régulierement une ſurface plane eſt le fondement de toute la Pratique, non ſeulement de la coupe des pierres & des bois, mais encore de tous les Arts qui ſont de quelqu'uſage en Architecture, comme de la Charpenterie, Menuiſerie, Serrurerie & autres; parce qu'il faut preſque dans tous les ouvrages faire des

ſurfaces planes. Lorſqu'il s'agit de petits morceaux qu'on peut tenir à la main, les Ouvriers en examinent la juſteſſe en fermant un œil & régardant avec l'autre la ſurface plane en profil, enſorte que le rayon viſuel ne l'aperçoive que comme une ligne droite; car ſi un des corps paroît croiſer l'autre oppoſé, c'eſt une preuve que le parement eſt *gauche*; alors ils abatent de la matiere ſur un des angles ou ſur les deux oppoſez, s'il convient, pour effacer cette partie qui paroît croiſer le côté droit qu'on regarde en profil.

Dans les grands ouvrages qu'on ne peut regarder de même à cauſe de leur poſition, on couche une régle d'un angle de la ſurface à ſon oppoſé, ou ſi la régle n'eſt pas aſſez grande, on doit tendre des fils ou cordeaux des uns aux autres ſuivant les diagonales, pour voir s'ils ſe touchent au milieu, où ils ſe croiſent. C'eſt ainſi qu'on peut examiner, comme je l'ai dit ailleurs, ſi une porte ou une table s'eſt cambrée en ſéchant, ou par quelqu'autre cauſe; car pour peu qu'il reſte d'intervale entre ces deux diagonales, c'eſt une preuve que la ſurface eſt gauche & non pas plane. Voyons préſentement comment on parvient à la formation des ſurfaces courbes.

PROBLEME II.

Faire une Surface Courbe Concave ou Convexe, qui ſoit une partie d'un Corps régulier primitif, Cylindrique, Conique ou Sphérique.

En Termes de l'Art.

Creuſer une Doële, ou former un Extrados de Voutes régulieres des trois premieres eſpeces.

Principes de pratique.

On peut diviſer les voutes 1.° en planes. 2.° En courbes en tout ſens. 3.° En mixtes, qui ſont droites en un ſens & courbes dans l'autre.

Les planes ſont les platebandes, les platfonds horiſontaux, & enfin les Trompes plates, dont les platfonds ſont inclinez à l'horiſon.

Les courbes en tout ſens ſont les ſphériques, les ſphéroïdes, les annulaires, appellées voutes ſur le noyau, & les vis.

Les mixtes ſont les cylindriques ou berceaux, & les coniques, qui ſont droites ſuivant leur direction, & courbes ſuivant leur largeur.

Cette diviſion fait tout d'un coup apercevoir quels ſont les inſtrumens dont on peut ſe ſervir pour les former. 1.° Que les planes ne peuvent ſe faire à la *Régle*. 2.°. Celles qui ſont toutes courbes ne peu-

vent ſe faire qu'avec la *Cerche* d'un contour oppoſé à celui de leur ſurface, c'eſt-à-dire, Concave pour les Extrados, & Convexe pour le creux de la Doële. 3.° Enfin que les mixtes peuvent ſe faire par le moyen de l'un de ces deux inſtrumens, *la Régle* ou *la Cerche*.

Il faut encore ſouſdiviſer les mixtes, en celles dont la courbure eſt égale, comme aux Berceaux Cylindriques, & inégales, comme dans les coniques. Les premieres peuvent ſe faire indifferemment avec la Régle ou la Cerche; mais les autres ne peuvent ſe faire commodément qu'à la Régle; parce qu'il faudroit continuellement changer de Cerche.

Des Segmens Cylindriques.

Quoique l'on puiſſe choiſir pour former une ſurface cylindrique l'inſtrument courbe de la cerche, ou le droit de la Régle, & que l'un des deux ſuffiſe, il eſt cependant vrai que pour bien operer on a beſoin de l'un & de l'autre. Si l'on ſe borne à l'uſage de la cerche, il ſuffit pour la préparation de la taille de la pierre ou du bois de dreſſer un parement, pour y tracer les côtez paralleles *b i* de la portion cylindrique, leſquels doivent ſervir d'appui à la cerche C, ſoit qu'il s'agiſſe de creux ou de boſſe, de Doële ou d'Extrados. Ces deux côtez étant tracez ſur le parement, il n'y a qu'à abatre la pierre ou le bois, juſqu'à ce que la cerche C, poſée toujours perpendiculairement à ce parement, ſe meuve ſur ces lignes droites, & s'ajuſte parfaitement dans le creux *b m e*; ou ſur la convexité, ſi au lieu du creux il s'agit d'un morceau convexe, enſorte qu'il ne reſte aucun vuide entre l'un & l'autre. *Fig.* 10.

Si l'on veut ne faire uſage que de la régle RE, au lieu d'un ſeul parement *a d*, qui répond à la Doële, il faut en faire deux oppoſez *a f*, *b g* paralleles entr'eux qui ſont les baſes, en termes de l'art les têtes de la pierre; parce que pour déterminer la poſition de cette régle RE, il lui faut fixer deux appuis, comme il en a fallu deux à la cerche pour déterminer la poſition de l'arc; or ceux-ci ne peuvent être raſſemblez ſur une même ſurface plane, mais ils doivent être ſéparez de l'intervale des baſes du cylindre; parce que la cerche ou modele courbe doit ſe mouvoir en ligne droite, & le modele droit doit ſe mouvoir en ligne courbe, circulaire ou Elliptique, ſelon la nature des baſes ou ſegmens du cylindre à faire.

D'ou il ſuit qu'on peut s'y prendre de deux manieres pour l'exécution.

Premierement, ſi l'on veut ne ſe ſervir que de la régle, il faut com-

mencer par dreſſer deux paremens paralleles entr'eux & oppoſez, pour y placer les ſegmens des baſes donnez; c'eſt-à-dire, pour former les deux têtes de la pierre, & tracer ces deux ſegmens égaux, de maniere que leurs cordes ſoient paralleles; c'eſt pourquoi après avoir tracé le premier avec un panneau ou avec le compas, ſi le centre ſe trouve ſur la tête on appliquera une régle ſur ſa corde, & une autre régle à la tête oppoſée, qui ſe bornoye par celle-ci, enſorte qu'étant regardées en profil, l'une ne paroiſſe pas croiſer l'autre; dans cette ſituation on trace la ligne qui doit ſervir de corde au ſecond arc, ſur laquelle on applique le panneau du même ſegment de cercle ou d'Ellipſe pour le tracer, ſi les têtes ſont paralleles, ou un autre ſegment donné ſur l'Epure, ſi elles ne le ſont pas; puis ayant tracé ces deux têtes, on abatra la pierre à la régle entre les deux arcs des baſes, la faiſant couler ſur ces arcs parallelement à des diſtances proportionelles des extrémitez de ces arcs, comme l'on voit à la fig. 10. la régle RE; alors le creux cylindrique ſera bien formé.

Secondement, ſi l'on ne peut ſe ſervir que de la cerche C, on commencera à dreſſer un parement *a b l* K [par le Problême premier] ſur lequel on tracera deux lignes droites *bi*, *ed*, paralleles entr'elles, & diſtantes de l'intervale de la corde *be*, de la cerche du creux qu'on veut former, puis ſans s'embaraſſer de former des paremens pour y tracer les têtes, on abatra la pierre ſuivant le contour de la cerche C, qu'on tiendra bien perpendiculairement à la premiere ſurface plane, & qu'on fera couler dans cette ſituation le long des lignes droites *bi*, *ed*, qui doivent en guider le mouvement, enſorte qu'il ne paroiſſe aucun jour entre la pierre & la cerche; mais comme il pourroit arriver que la cerche s'enfonceroit un peu trop dans le creux, ſans qu'on s'en apperçût, ſi le ſegment approchoit beaucoup de la grandeur du demi-cercle, il faut pratiquer deux parties ſaillantes *o p*, qui ſoient les continuations de la corde de part & d'autre, ſur leſquelles elle puiſſe s'appuyer; ainſi on eſt ſûr qu'elle ne s'enfonce ni trop ni trop peu.

On voit que dans la premiere pratique il faut deux paremens de préparation avant que de commencer à creuſer, & que dans celle-ci il n'en faut qu'une, mais auſſi elle eſt moins ſûre; parce qu'il s'y peut faire des ondulations que la régle ne feroit pas; il eſt auſſi vrai que la régle peut en faire dans la largeur, & ne pas ſuivre exactement le contour de la Courbe donnée; ainſi pour operer auſſi parfaitement qu'il eſt poſſible, il faut ſe ſervir de l'un & de l'autre inſtrument, ſçavoir de la régle & de la cerche.

Des Segmens Coniques.

Nous avons donné ci-devant le choix de deux inſtrumens pour former les ſurfaces cylindriques, il n'en eſt pas de même pour les coniques, on ne peut gueres ſe ſervir que de la régle; parce qu'il faudroit trop multiplier les cerches, qui varient de contour à chaque point de longueur, en ce que les ſections coniques ſemblables augmentent vers la baſe, & diminuent vers le ſommet.

D'ou il ſuit que la préparation à l'excavation d'une doële, ou à la formation d'une ſurface convexe d'extrados doit être faite par les deux ſurfaces planes des têtes, ſur leſquelles on placera les arcs & leurs cordes de la même maniere que nous venons de le dire pour les cylindriques, avec cette difference, que les arcs oppoſez quoique ſemblables n'étant pas égaux, le mouvement de la régle qui guide l'excavation ne doit pas être parallele à lui-même; mais plus grand vers la baſe que vers le ſommet du cone, dans le rapport des contours des arcs des deux têtes, & comme il n'eſt pas aiſé de bien conduire ce mouvement à vûë d'œil, il faut diviſer ces contours *h m* K, *i n l* [*Fig.* 12.] en un même nombre de parties égales entr'elles, qui feront ſemblables à celles de la tête oppoſée, & placer la régle *re* ſur les correſpondantes, par exemple, de la ſeconde diviſion d'une tête, à la ſeconde diviſion de l'autre, ainſi des autres, du tiers & du quart; dans cette ſituation la régle ne doit laiſſer aucun vuide au deſſous, ce que l'on connoît en voyant ſi le jour y paſſe. Il n'en eſt pas de même pour peu que cette direction ſoit changée, la régle ne peut y être appliquée ſans laiſſer du vuide. *Fig.* 12.

La raiſon en eſt bien ſenſible, parce que la régle doit tendre au ſommet du cone, dont ce ſegment eſt une partie tronquée, ſans quoi la ſection ne ſera pas verticale, c'eſt-à-dire par le ſommet; or nous avons démontré au premier Livre qu'il n'y a que celle-là de rectiligne.

Ce que nous avons dit pour la formation des ſurfaces concaves s'applique naturellement aux convexes de même eſpece & grandeur; mais l'uſage en eſt rare dans les voutes, elles ſont rarement extradoſſées.

Nous avons ſuppoſé dans ces exemples de ſegmens coniques & cylindriques, que les baſes ou têtes oppoſées doivent être paralleles entr'elles, pour la facilité de l'introduction à la pratique; mais rien n'empêche qu'elles ne faſſent avec la ſurface plane, qui paſſe par leurs cordes, tel angle que l'on voudra; l'operation ſera toujours exacte, mais elle produira des ſurfaces concaves ou convexes differentes du cylindre, par exem-

ple, on ne pourroit pas appliquer perpendiculairement une cerche qui auroit pour contour l'arc d'une de ces baſes, à cauſe que l'obliquité change la ſection du cylindre, qui devient plus grande ſans être plus profonde.

Des Surfaces Sphériques.

Puisque les ſphères ſont courbes en tout ſens, il eſt évident qu'on ne peut les former qu'avec un inſtrument courbe, c'eſt-à-dire, une cerche, qui doit auſſi ſe mouvoir ſur un appui courbe, qui eſt le cercle de la baſe du ſegment qu'on veut former; or parce que le cercle eſt une figure plane, il faut commencer par dreſſer un parement ſur la pierre ou le bois pour l'y tracer; & pour montrer que la poſition de la cerche ſur ce plan n'eſt pas indifferente, nous allons établir les propoſitions ſuivantes.

LEMME I.

Plan. 29. Fig. 15. *Les Cordes égales dans des Cercles inégaux ont plus grande raiſon aux petits qu'aux grands Cercles.*

Soient deux cordes égales AB, HL [*Fig.* 15.] poſées parallelement dans des cercles concentriques AGB, DKE, dont le centre eſt en C, & les rayons CD, CE menez par les extrémitez A & B, & CK par le milieu de ces cordes; enſorte que AF = HL.

Puisque les arcs AG & DK ſont concentriques entre les mêmes rayons, il eſt clair qu'ils contiennent un nombre égal de degrez; mais la corde HL = AB ou ſa moitié HI = AF [par la ſuppoſition] n'eſt que partie de celle de l'arc DK, donc elle eſt ſoutendante d'un arc d'un plus petit nombre de degrez du grand cercle, que du petit, *ce qu'il falloit démontrer.*

COROLLAIRE.

D'ou il ſuit que le rayon du petit cercle AGB eſt à celui du grand DKE, comme la corde d'un même nombre de degrez, que le plus grand eſt à celle d'un plus petit AF : DM :: AC : CD :: HI : DM, ou comme AG plus grand en valeur de degrez eſt à HK plus petit en nombre de degrez.

LEMME II.

Les Arcs des Cercles inégaux, qui ont des cordes égales, ſont entr'eux en raiſon réciproque de leurs flèches.

Fig. 16. Soient [*Fig.* 16.] deux arcs de cercles inégaux AGB, AFB, qui ont

la corde commune AB, dont les centres ſont en D & C ; je dis que ces arcs ſont entr'eux en raiſon réciproque de leurs flêches EF, EG.

Si par leurs centres D & C, on mene une ligne fG, elle ſera perpendiculaire à la corde AB, [par la 5. du 3.e d'Eucl.] donc EB ſera le ſinus commun de la moitié de ces arcs; or $DB + DE = gE : EB ::$ EB : EG & $CB + CE = fE : EB ::$ EB : EF [par la 13e du 6.e d'Eucl.] donc ſi l'on retranche la partie CE, commune aux deux diametres gG, & fF ; on aura DB : CB : : EG : EF ; mais les cercles ſont entr'eux comme les rayons; donc BGA : BFA :: EG : EF, *ce qu'il falloit démontrer.*

LEMME III.

Si l'on fait mouvoir un Arc de cercle Majeur autour de ſa Corde, laquelle ſoit auſſi le Diametre de la Baſe d'un Segment de Sphère, il n'en touchera la Surface que lorſqu'il ſera perpendiculaire à la Baſe de ce Segment.

Soit l'arc AFB, partie d'un cercle majeur d'une ſphère $AfBF$, dont la corde AB eſt le diametre d'un cercle mineur $AbBH$, qui eſt la baſe d'un ſegment de ſphère, repréſenté en profil par l'arc AFB. Si l'on ſuppoſe le même arc tourné perpendiculairement à celui-ci, ſon rayon ſera repréſenté en profil par la ligne CF, & la corde égale à AB par le ſeul point E, ſur lequel faiſant mouvoir comme ſur un pivot le rayon CF, le point C décrira l'arc nc, & le point F l'arc lm, lequel point ſe détache dans ce mouvement de part & d'autre de l'arc AFB, qu'il ne touche qu'en un ſeul point F [par la 13. du 3.e l. d'Eucl.] parce que [par la 3.e du même l.] CF paſſant par le milieu de AB lui eſt perpendiculaire, & par la 12. elle paſſe par les deux centres. Il en ſera de même de toutes les lignes qui ſont dans le plan du même arc de cercle majeur, & paralleles à EF, leſquelles n'atteindront à la ſurface du ſegment de ſphère que dans la même ſituation perpendiculaire, par conſéquent donneront une ſuite de points d'attouchement dans cette ſurface, qui ſeront la trace d'un arc égal à AfB, *ce qu'il falloit démontrer.*

Corollaire.

D'où il ſuit, que ſi l'arc de cercle tournant ſur une corde égale au diametre AB de la baſe du ſegment de ſphère, appartient à un cercle mineur, il ne pourra tourner au tour du point E dans ce ſegment; parce que [par le 2.e Lemme] ſa flêche ſera plus grande que FE, par exemple Fx ; alors il eſt clair qu'elle ſera arrêtée dans la ſituation Ey, au-delà de laquelle elle ne pourra s'approcher du milieu F, il en ſera de même de l'autre côté. Et ſi la flêche étoit moindre que

la ligne E F, il eſt évident qu'elle ne pourroit toucher au fond du ſegment nulle part; alors ce ſeroit une marque que l'arc, dont la corde ſeroit toujours égale à A B, appartiendroit à une plus grande ſphère, qu'à celle dont l'arc AEB eſt le profil du ſegment.

PROBLEME II.

Par trois Points donnez à la Surface d'une Sphère ou dans ſa projection, faire paſſer un Cercle, qui ſoit la Baſe du Segment, fait par un plan qui la coupe par ces trois points.

Fig. 17. SUPPOSONS premierement que ces trois points ſoient donnez à la projection dans les circonſtances ordinaires aux traits des voutes ſphériques, qui ſont que deux de ces points comme 2 & 3 ſoient dans une ſection horiſontale, dont la projection eſt l'arc 2 *f* 3, & que le troiſiéme point 1 ſoit dans une ſection verticale, paſſant par le point donné 2, & par le centre de la ſphère.

AYANT tiré par les points 2 & 3 la corde 2, 3, on lui menera par le point 1 une parallele 1, 4, qui coupera l'arc 1 L 4 concentrique au premier 2 *f* 3 au point 4, on diviſera la corde 1, 4 en deux également en M, par où on tirera CL, qui diviſera auſſi 2, 3 en deux également en *m*, & l'arc 2, 3 en *f*. Par les points *f* & L on élevera ſur CL des perpendiculaires L*l*, *f*F, qui couperont le cercle majeur GAH aux points *l* & F, par où on menera deux petites paralleles à CL, ſçavoir *l*O, F *r*, qu'on fera égales aux flêches de la projection LM, *fm*; par les points *o* & *r* on tirera une ligne, qui coupera l'arc GAH aux points Y & *y*; leſquels ſeront les extremitez du diametre du cercle Y*qy*, que l'on cherche; il ne reſte plus qu'à le diviſer en deux pour en avoir le centre & le tracer.

SECONDEMENT, ſi les trois points donnez étoient ſans aucun ordre comme 1 *e* D, il faudroit du centre C mener par chacun de ces trois points des arcs de cercles 1 P, D*p*, *ep*, juſqu'à un rayon A C, qu'ils couperont aux points P *pp*, par leſquels on élevera des perpendiculaires ſur AC, qui couperont l'arc AH aux points Y, *d*, E, & par ces points on menera des paralleles à AC indefinies Y *o*ˣ, *dg*, E*x*, ſur leſquelles on portera les diſtances des points donnez priſes à la projection, à laquelle elles répondent, ſçavoir 1D à la plus baſſe en YS, 1*e* en Y*t*, & D*e* en *du*, puis par les points *tsu* élevant des perpendiculaires, qui couperont les horiſontales ſuperieures aux points *unx*, on aura les hauteurs des points donnez à la projection, au deſſus de l'inferieure 1; ſçavoir *su* pour celle du point D, & *tn* pour celle du point *e*. Enſuite *ux* pour celle du point *e* au deſſus du point D; ainſi ayant

tiré

tiré les lignes Y*u*, Y*n*, *dx*, on fera avec ces trois lignes un triangle YE' *g'*, à part, au tour duquel on circonſcrira un cercle, par le Problême que les Ouvriers appellent *les trois points perdus.* Ce ſecond cas ſe préſente rarement à le pratique des Traits des voutes.

DEMONSTRATION.

PUISQUE les arcs 2*f* 3 & 1 L 4 ſont des ſections horiſontales de la ſphère, leurs fléches LM, *fn* ſeront auſſi horiſontales; par conſéquent elles ſont bien repréſentées au profil par des lignes L*o*, F*r* paralleles à une ligne CQ, qu'on ſuppoſe horiſontale, & l'arc QAF vertical, & la ligne *or*, qui paſſe par leurs extrémitez repréſentera en profil la ligne M*m* de la projection, laquelle eſt dans le plan qui paſſe par les quatre points 1, 2, 3 donnez, & le quatriéme trouvé; donc la ligne Y*y* eſt le profil de ce plan, lequel étant perpendiculaire au plan vertical QAYC, ne peut être repréſenté ſuivant les régles de la projection que par cette ſeule ligne; mais parce que le plan vertical dont CQ eſt la projection horiſontale, paſſe par le milieu du plan 1 2 3 4, il paſſera auſſi par le centre du cercle auquel cette ſurface ſera inſcrite; par conſéquent le milieu de la ligne Y*y* ſera le centre, & Y*y* le diametre de ce cercle, *ce qu'il falloit trouver.*

POUR le ſecond cas, il eſt clair que les hauteurs reſpectives des points donnez D & *e*, à l'égard du point 1, & celle du point *e*, à l'égard du point D, ſont bien trouvées, en ce que leurs diſtances du centre C ſont rapportées ſur une même horiſontale AC, priſe pour baſe d'un quart de cercle vertical AHC, à la circonference duquel ſont terminées les verticales élevées ſur les points P*p*, qui repréſentent les donnez 1*e*D; ainſi la projection horiſontale, & la hauteur verticale étant données, l'hypotenuſe de chaque triangle rectangle ſera la juſte diſtance d'un point à l'autre, comme nous l'avons démontré au troiſiéme Livre.

PRATIQUE.

Faire un Segment de Sphère Concave ou Convexe.

SOIT [*Fig.* 18.] un quartier de pierre brute AD, dans lequel on veut creuſer une portion de ſphère. *Fig.* 18.

AYANT dreſſé un parement [par le Probl. I.] c'eſt-à-dire, une ſurface plane, on y tracera le cercle *fn g* FoK, dont le diametre eſt trouvé par le Problême précedent, pour celui de la baſe du ſegment propoſé; puis on diviſera le contour de ce cercle en autant de parties éga-

les qu'on voudra, comme ici en quatre, aux points f, g, F, K, par leſquels & par le centre C on tirera des diametres fF, gK.

On fera enſuite une *Cerche* avec un morceau de planche mince, qu'on coupera ſuivant le contour d'un arc d'un cercle majeur de la ſphère, c'eſt-à-dire, décrit avec la moitié de ſon diametre, il n'importe de la grandeur de cet arc, pourvû que ſa corde ne ſoit pas moindre qu'un diametre fF, il faut même qu'il ſoit plus grand, ou du moins la cerche plus large que la fléche CP, pour la commodité du maniement.

On commencera par creuſer le long d'un diametre comme fF une rigole qu'on appelle *plumée* pour y ajuſter la cerche perpendiculairement au parement, ce qu'on peut faire aſſez juſte à vûë d'œil, ou ſi l'on veut en y appuyant une équerre, comme on voit, à la figure, la cerche HFR, appuyée contre la branche qr de l'équerre eqr.

On en fera autant ſur un ou pluſieurs diametres, qui croiſent le premier, comme ſur gK, & l'on marquera au fond le milieu ou pole du ſegment P, puis on enlevera la pierre entre ces rigoles ou plumées, en préſentant de tems en tems la cerche, qu'on fera tourner ſur ce milieu comme ſur un pivot, ſans l'incliner à droite ni à gauche; enſorte que les extremitez de la corde *on* affleurent toujours le parement, & que le point P touche au fond ſur la marque qu'on y a faite, auſſi bien que tout le contour de la cerche, ce que l'on connoît, lorſqu'elle bouche le paſſage de la lumiere; car pour peu qu'elle trouve d'inégalité dans le fond on voit le jour entre deux. Et afin que l'épaiſſeur de la planche ne donne pas un faux contour, il faut qu'elle ſoit taillée de part & d'autre en *chanfrain*, plus ou moins aigu, ſelon qu'il convient à la grandeur ou petiteſſe de ſegment.

La néceſſité de ces précautions eſt démontrée dans les Lemmes précedens particulierement au troiſiéme, par lequel on voit que ſi la cerche étoit inclinée ſur la corde *on*, le ſegment qui ſeroit creuſé ſuivant ſon contour ne ſeroit plus portion de la ſphère propoſée, mais d'un autre de plus grand diametre, dans le rapport réciproque de la fauſſe profondeur, que donneroit la cerche, inclinée à celle de la même en ſituation perpendiculaire.

La démonſtration de cette pratique eſt fondée ſur ce que tous les cercles, qui paſſent par le centre de la ſphère ſont égaux entr'eux; de ſorte que la cerche étant portion d'un grand cercle, doit convenir & s'ajuſter à la ſurface de la ſphère toutes les fois & dans toutes les poſitions, où ſon plan doit paſſer par ce centre; mais il ne peut y paſſer que lorſqu'il fera ſes révolutions ſur ſon axe, comme ſur un pi-

vot, qui tourne ſur le pole P, ou qu'étant incliné au plan de la baſe hors du milieu, il le ſera de maniere qu'il paſſe encore par le centre, ce qui n'eſt pas ſi aiſé dans la pratique, que de le placer perpendiculairement au plan de la baſe du ſegment, où l'on peut ſe ſervir d'une équerre comme nous l'avons dit; car l'uſage du biveau, qui pourroit ſervir pour donner l'inclinaiſon à la cerche, ſuppoſe, ce qui eſt en queſtion, qu'on a tracé un cercle majeur dans le ſegment, ſur lequel le biveau doit avoir une de ſes branches, & l'autre doit être perpendiculaire au plan de la cerche.

Second Cas.

Pour former ſeulement une portion de Segment.

Il arrive quelquefois qu'on veut creuſer une portion de ſegment dans une pierre *abde*, qui n'eſt pas aſſez large pour y tracer le cercle de la baſe entiere; de ſorte qu'on ne peut y avoir que deux arcs de cette baſe diametralement oppoſez. Alors la maniere la plus ſûre & la plus correcte ſeroit de chercher la flêche du ſegment de cercle mineur, qui a pour corde la ligne *rs*, où la pierre manque, pour y décrire l'arc de baſe *ros*, ce qui n'eſt pas bien difficile. *Fig.* 19. & 19ª.

Soit le ſegment OPQ [*Fig.* 19ª.] la portion de la cerche HPR, qui doit entrer dans le creux de la pierre. On portera la moitié de la largeur *ae* de cette pierre, du milieu C, en D, par où on tirera D*y* parallele à la portion du rayon du milieu C P, & l'on aura la longueur D*y*, qui ſera la flêche qu'on cherche. Ainſi par les trois points donnez *rs* *, extremitez de la corde du ſegment, & *y* extremité de la flêche, on fera paſſer un arc de cercle, qui ſera le modele de la cerche qu'il faudroit appliquer aux côtez oppoſez de la pierre *r s*, & *v u*, où elle manque, pour la formation du ſegment entier de la ſphère. * *Fig.* 19.

Mais ſi l'on veut s'épargner cette peine, qui entraîneroit avec elle l'obligation de dreſſer les côtez de la pierre pour y placer cette cerche, comme un panneau, au lieu qu'on peut les laiſſer brutes, & cependant faire la portion de ſegment de ſphère demandée, ſans erreur ſenſible; on peut s'y prendre autrement.

Ayant décrit une portion de cercle majeur HPR, pour en former la cerche comme on la voit à la figure au deſſus; d'un point P, pris pour milieu, on prendra deux arcs égaux PH & PR, plus grands que les deux PO & PQ, qui doivent être dans le creux du ſegment de ſphère, pour avoir le bord de la cerche HR, au deſſus du plan de ſa baſe. Enſuite par les points F M *g f m* G, où les lignes diagonales *ad*, *Fig.* 19ª.

be, & celle du milieu *Mm* coupent les arcs *rv*, *ns* de cette baſe, on tirera des tangentes à ces arcs, ou ce qui eſt la même choſe des perpendiculaires aux diametres, comme TN d'un côté, *tn* de l'autre; puis ayant fait les plumées ſuivant les diagonales F*f*, G*g*, & la ligne du milieu *Mm*, avec le contour de la cerche HPR, que la perſpective nous oblige de repréſenter dans cette figure en portion d'Ellipſe, quoique ce
Fig. 19^a. ſoit la même qui eſt en arc de cercle au deſſus marquée des mêmes Lettres. On marquera au fond du ſegment avec préciſion le point P, milieu du creux où ſe croiſent les trois poſitions de la cerche, qui ont donné la formation des deux triangles ſphériques égaux FP*g*, GP*f*.

Ensuite pour former les portions du ſegment, qui ſe trouvent au delà de ces triangles ſphériques, on tiendra toujours le milieu P de la cerche ſur celui du ſegment, & on la tournera ſur ce point comme ſur un pivot, en bornoyant la ligne HR par une des tangentes TN, ou *tn*, afin qu'elle ne panche pas plus à droite qu'à gauche, je veux dire vers X que vers Q; ſuivant ces points on abatra la pierre pour que le creux s'ajuſte parfaitement à ſon contour, en toutes ces ſituations.

Demonstration.

Premierement, dans la figure 19^a. il eſt viſible que la ligne D*y* étant parallele à la flêche CP, peut exprimer la ſection d'un plan coupant la ſphère perpendiculairement au cercle, qui eſt la baſe du ſegment, dont la ligne OQ repréſente le diametre, comme on le voit en perſpective à la fig. 19; or les paremens des côtez de la pierre *ab* & *ed* ſont ſuppoſez d'équerre au parement *ad*; donc l'arc d'un cercle mineur paſſant par *rys*, exprimé par D*y* de la fig. 19^a, exprimera auſſi parfaitement la ſection de la ſphère faite par le plan d'un des côtez de la pierre qu'on doit creuſer.

Secondement, puiſqu'il eſt de l'eſſence de la ſurface ſphérique, que tous ces points ſoient également éloignez du centre, la corde *yx* doit être perpendiculaire à la flêche CP, qui repréſente une portion de l'axe, & les points *yx* doivent être également éloignez des points C & P, ſans quoi ils ne pourroient être équidiſtans du centre, qui eſt dans la prolongation de la ligne PC; or puiſque toutes les ſections que l'on peut faire dans la ſphère par la corde *yx* ſont des cercles, il ſera toujours vrai que les tangentes de ces cercles, qui ſeront paralleles à cette corde, le ſeront à toutes les lignes qui lui ſeront paralleles, comme HR; donc ſi l'on fait une parallele à la tangente dans un plan quelconque paſſant par cette corde, on en déterminera par ce moyen la poſition [par la 9.e du 11.e liv. d'Eucl.] donc ſi HR

eſt parallele à TN, *y x* la ſera auſſi, & les points *y* & *x* ſeront équidiſtans du centre de la ſphère, *ce qu'il falloit faire.*

Nous n'avons parlé juſqu'à préſent que de la formation du ſegment de ſphère concave; parce que c'eſt le plus uſuel dans la pratique des voutes, s'il s'agiſſoit d'en former un convexe, comme il arrive aux voutes extradoſſées, ou pour former un globe; il eſt premierement évident qu'il faut que les cerches ſoient d'une courbure contraire aux précedentes, c'eſt-à-dire, qu'elles ſoient concaves au lieu d'être convexes, comme elles doivent être pour la formation de la doële. Mais il faut de plus commencer par la formation d'un Cylindre Droit, comme on voit à la fig. † au deſſus du chiffre 20, pour avoir dans une de ces baſes celle du ſegment, & dans la direction de ſes côtez celle de l'axe de la ſphère, qui doit être perpendiculaire à la baſe du ſegment; ainſi ayant formé un cylindre convexe par une pratique contraire à celle que nous avons donné au Problême précedent pour le concave ſur un diametre donné *f* F ou *g* K, & de la hauteur de la flêche CP trouvé par le profil, on fera une cerche concave d'un arc de cercle majeur de la ſphère égal à la profondeur du ſegment; puis la poſant ſur le centre P de la baſe ſupérieure du cylindre, perpendiculairement à cette baſe on abatra la pierre en croix *a b e d* pour bien ſe conduire, & enſuite le reſte en faiſant tourner la cerche ſur le poſe P, enſorte que ſon extremité parcoure la circonference de l'autre baſe *f g* FK. Fig. †

REMARQUE.

On voit par toutes ces précautions que l'Auteur du Livre de la *Pratique de la Coupe des pierres*, n'a pas pourvû aux imperfections & aux défauts de la méthode de creuſer ſes *Ecüelles* à la pag. 60. particuliérement lorſqu'elles ſont ébrêchées, faute de largeur ſuffiſante de la pierre deſtinée à faire un vouſſoir, puiſqu'il ne régle point la poſition de la cerche; cependant il eſt clair, par ce que nous venons de dire, qu'on ne peut la mettre en bonne ſituation qu'avec certaines précautions, leſquelles étant négligées il eſt bien difficile qu'elle ne donne une fauſſe plumée, qui altere la régularité de la ſurface ſphérique; car ſi elle panche, par exemple, ſuivant la poſition ponctuée *h z*, le point P s'approchera du côté *e d*, & le point *x* s'abaiſſera en *z* au deſſous de la vraie ſurface ſphérique; donc l'arc P*z* ſera tout hors de la ſphère, qui doit avoir pour baſe de ſegment le cercle *r s u* V, puis la perpendiculaire au plan de ce cercle paſſant par P ne paſſera plus par ſon centre.

On voit auſſi par la même raiſon que la maniere dont le P. Deran fait ſes doëles ſphériques par le moyen des deux diagonales de ſa pierre

ad, *be* ne peut conduire les Ouvriers, même encore fort imparfaitement, qu'à la formation des deux triangles ſphériques oppoſez *r*PV, *s*P*u*, & que les reſtes du ſegment *r*P*s*, V*u* ſont faits au hazard.

U S A G E.

La formation d'un ſegment de ſphère ſert 1.° à celles de toutes les clefs des voutes ſphériques, dont les doëles & les extrados ſont des ſegmens complets.

2.° A la préparation des autres vouſſoirs, qui ſont des ſegmens de ſphère tronquez de pluſieurs côtez, ordinairement de quatre arcs dans les arrangemens ſimples des vouſſoirs, quelquefois de ſix, comme dans les arrangemens variez aux angles d'enfourchemens, dont nous parlerons ci-après.

Remarque Hiſtorique.

Le plus grand ſegment de ſphère qui ait peut-être jamais été fait d'une ſeule piece, eſt la clef de la voute du Dôme de l'Egliſe de Ste. Marie de la Rotonde, bâtie hors de Ravenne en Italie, vers l'an 757. à laquelle quelques Auteurs donnent dix pieds de diametre, & qu'ils diſent peſer environ deux cens miliers. Mais ſi l'on en croit Scamozzi, la choſe eſt bien plus merveilleuſe. Il aſſûre que toute la voute qui a trente ſept pieds de diametre, qui ſont 40. des nôtres, s'il ſe ſert de ſa meſure ordinaire du pied Vicentin, eſt toute d'une piece, *la Cupoletta*, dit-il, *del Tempietto di S. Maria fuori di Ravenna di diametro di* 37. *piedi è tutto d'un Pezzo di pietra*, liv. 8. chap. 14. Il faudroit pour l'en croire que cette Egliſe eût été taillée dans le Rocher, comme celle de St. Emilion en Guienne, ce que l'on ne dit pas de celle de Ravenne.

Si la voute n'eſt pas exactement ſphérique mais ſurhauſſée ou ſurbaiſſée, alors la clef & les vouſſoirs ne ſont plus des ſegmens de ſphères mais de ſphéroïdes, qui demandent plus d'attention pour les bien exécuter, comme nous allons le dire.

Des Segmens des Sphéroïdes.

Probleme III.

Par trois points donnez à la Surface d'un Sphéroïde, dont on a la Projection, faire paſſer une Ellipſe, qui ſoit la Baſe du Segment, fait par un Plan, qui le coupe par ces trois points.

Ce ne ſeroit pas aſſez de trois points pour déterminer le contour

d'une Ellipſe dans toute autre circonſtance que celle de la ſection d'un ſphéroïde; parce que par trois points donnez dans un plan, on peut faire paſſer pluſieurs Ellipſes differentes; ce n'eſt pas même aſſez de quatre en general; ici c'eſt aſſez de trois pour déterminer la poſition d'un plan, pourvû qu'ils ne ſoient pas en ligne droite dans la projection.

Premier cas, où deux des Points donnez ſont dans une ſection parallele à un des Axes.

Premier Exemple, dans le ſphéroïde applati ou oblong, où l'axe eſt en ſituation verticale, & où les ſections horiſontales ſont des Cercles.

Soit [*Fig.* 17.] le demi cercle HBG la projection horiſontale de la moitié d'un ſphéroïde ou voute de four ſurbaiſſée, dont le profil, ou ſection verticale par l'axe eſt le quart d'Ellipſe *hs*B, & les points donnez 1, 2, 3, par leſquels il faut faire paſſer un plan, dont la ſection ſera une Ellipſe, par le Theor. V. [du livre 1.] Du point C, centre du ſphéroïde & de la diſtance C1 pour rayon, on décrira un arc 1, 4, qui coupera le rayon C3 prolongé au point 4, on diviſera la corde 1 4 en deux également en N, pour tirer par ce point N le rayon C*y* indéfini. *Fig.* 17.

Par les points *z* & 1, on élevera des perpendiculaires ſur le rayon CB, qui couperont l'arc Elliptique *hs*B aux points o & Q, par leſquelles on menera *om*, QR, paralleles à CB, qu'on fera égales aux fléches de la projection NO & *rq*. Par les points *n* & R on tirera une ligne, qui coupera cet arc au ceintre ſurbaiſſé aux points Y & *y*; la ligne Y*y* ſera un des axes de l'Ellipſe qu'on cherche.

Pour tracer ſon conjugué, on le diviſera en deux également au point M, par où on tirera P*s*^{2} parallele à CH, qui coupera l'arc au point *s*^{2}. Du point C pour centre, & CP pour rayon on décrira un arc de cercle, qui coupera le rayon du milieu C*y* au point C*, d'où on portera la hauteur P*s*^{2} en C*S; puis ayant tiré par le point C* la perpendiculaire 5, 6 ſur CS, qui coupera le demi cercle horiſontal GBH aux points 5, & 6; on prendra cette ligne 5, 6 pour grand axe d'une ſection verticale de ſphéroïde, & C*S moitié du petit axe, avec leſquels on décrira une demi-Ellipſe 5, S, 6. On portera la fléche M*s*^{2} du profil en *m*S, ſur le demi axe de cette Ellipſe, & par le point *m* on menera la ligne X*x*, parallele à 5 6, qui coupera cette Ellipſe aux points X & *x*; cette ligne X*x* ſera le grand axe de l'Ellipſe qu'on cherche, dont le petit axe eſt la ligne trouvée Y*y* du profil, ce qui donne une Ellipſe telle qu'on la voit repréſentée au deſſous à part, marquée des mêmes lettres, avec la petite lettre *a* en Y**y**.

Second Exemple, dans le Sphéroïde oblong ou aplati, dont les Sections horiſontales ſont des Ellipſes ſemblables.

Fig. 20. Soit [*Fig.* 20.] le ſphéroïde oblong ADB, dont l'axe DE eſt en ſituation horiſontale ; les ſections horiſontales étant des Ellipſes ; & deux des points donnez étant dans une de ces Ellipſes, il faut encore conſiderer leur poſition en deux cas differens, qui rendent l'operation plus ou moins facile & ſimple.

Premier cas, où deux des points donnez ſont équidiſtans d'un des axes de l'Ellipſe, comme ceux marquez 2 & 3 ; en ce cas, ainſi que dans l'exemple précedent, on trouve les axes par la même conſtruction, & plus facilement parce qu'après avoir abaiſſé du milieu *m* de la corde X*x*, une perpendiculaire N*z* ſur CE [comme dans l'exemple précedent de la fig. 17. P*s* ſur CB] on menera par le même point *m*, la ligne *m*V perpendiculaire à N*z*, & du point N pour centre, & pour rayon N*z*, on décrira l'arc de cercle *z*V, qui coupera *m*V au point V ; la ligne *m*V ſera la moitié du ſecond axe. Nous aurions pû prolonger V*m* pour avoir l'axe entier de l'autre côté ; mais nous ne l'avons pas fait pour éviter la confuſion des traits de la figure. Par le moyen des deux axes on décrira une Ellipſe telle qu'elle eſt à la fig. à part V*x u* X.

Second cas, où les points donnez *e* 2 ſont entre les axes AB & DE. Ayant tiré la corde *e* 2 on la diviſera en deux également au point *o*, & on lui menera par le troiſiéme point donnée *d* une parallele *d*1 qui coupera l'Ellipſe *d*1L4 de la ſection horiſontale par le point *d* au point 1, on diviſera auſſi la corde *d* 1 en deux également au point *q*, par où & par le milieu *o* de la premiere corde on menera une ligne indéfinie FG, qui coupera l'Ellipſe ADBE aux points F & G. On diviſera la ligne FG en deux également au point *x*, qui ſe trouve ici ſur la ligne CB tout près de C, d'où comme centre, & CB pour rayon on décrira un arc de cercle, qui coupera en *z* la ligne menée par *x* parallelement à CH, la ligne *z x* eſt le demi axe d'une Ellipſe dont FG eſt le grand axe.

Soit *b p* F un quart de cette Ellipſe, par les points P & *r* où la ligne FG coupe les Ellipſes des ſections horiſontales on élevera des perpendiculaires *p*P, *r*R, qui couperont ce quart d'Ellipſe aux points *p* & R, par leſquels on tirera des petites lignes *p*Q & R*o* paralleles à FG, qu'on fera égales aux flêches P*q* & *ro*. Enſuite par les points Q & *o* du profil on tirera la ligne Y *y*, qu'on diviſera comme dans les exemples précedens en deux également en *m*, d'où on abaiſſera ſur FC la perpendiculaire *m* C*, de même que du point Y la perpendiculaire YK, & de l'autre point *y* la perpendiculaire

culaire yk la ligne Kk ſera la projection d'un des diametres de l'Ellipſe qu'on cherche, dont la vraie longueur eſt la corde Yy de l'Ellipſe Fpb, auquel diametre les lignes d 1 & e 2 ſont des *ordonnées*. Il ne s'agit que de trouver l'angle qu'elles font avec ce diametre. Pour cet effet on tirera les lignes dK & K1, dont il faut trouver les vraies longueurs, ou bien ſeulement de Kd & Kq.

Soit la ligne Tz la hauteur de la premiere ſection horiſontale, qui paſſe par le point donné d, qui eſt priſe au deſſus de AC de la diſtance Pp, on lui fera une parallele ki à la hauteur de YK; enſuite on portera la longueur Kd de la projection, ſur cette ligne en kd, & la longueur de la projection Kq en kq ſur la même. Par les points qdi on élevera des perpendiculaires, qui couperont l'horiſontale Tz aux points xyz, les lignes tirées à ces points du commun k ſeront les vraies longueurs des projections Kd, Kq, Ki. On tracera par leurs moyens une Ellipſe à part, qui ſera celle qu'on cherche.

On prendra une longueur ky, [*Fig.* 20^3 *au coin en bas*] égale à la corde Yy, qu'on diviſera en deux aux points C^x, cette ligne ſera un diametre, & C^x le centre. On prendra la longueur kx du profil, qui eſt exprimée à la projection par Kq, & on la portera ſur Ky en Kq^x. du point q^x pour centre, & pour rayon qd du plan horiſontal, on fera un arc de cercle en d^x, & du point k pour centre, & pour rayon kd du profil, on fera un autre arc qui coupera la perpendiculaire au point d^x, ce qui donnera l'angle $d^x q^x k$, & l'ordonnée $d^x q^x$, au diametre ky, par le moyen de laquelle on tracera [par le Probl. IV. du 2.e Livre] l'Ellipſe $kd^x y21$, qui eſt celle qu'on cherche.

Second cas, de la poſition des points donnez en toute ſorte de Sphéroïde, lorſqu'ils ſont ſans aucun ordre, comme les points 5, 6, 7, *Fig.* 20. on tirera par ces points des lignes droites 5,6 & 5,7, prolongées indéfiniment par les points 5 & 6, on élevera des perpendiculaires 5,5.^{e} 6,6.^{e} égales à la hauteur des points correſpondans à la ſurface du ſphéroïde, ſur leur projection qu'il eſt aiſé de trouver; par exemple, pour le point 6 on menera par ce point la ligne W9, parallele à CB, & par le même point une perpendiculaire 6,9^r indéfinie, enſuite du point W pour centre, & pour rayon W9 on décrira un arc de cercle qui coupera cette perpendiculaire 6,9^r au point 9^r, la longueur 6,9^r portée de 6 en 6e donnera le point 6e pour la hauteur verticale du point, dont 6 eſt la projection.

Supposant de même que le point 5.e eſt la hauteur du point 5, on menera par les points 5e & 6e une ligne 5e o^r, qui coupera la ligne 5, 6 prolongée au point o^r. On élevera de même ſur la ligne 5,7 des perpendiculaires 5, 5^u, 7, 7^u égales aux hauteurs

trouvées, & l'on menera par les points $7''7''$ une ligne qui coupera l'horiſontale 57 au point o''; la ligne menée par les points $o''o'$ ſera la ſection du plan qui paſſe par les trois points donnez avec l'horiſon, c'eſt-à-dire, avec le plan de l'Ellipſe ADBE prolongé, lequel coupant le ſphéroïde, ſera pour ſection une Ellipſe [par le Theor. V. du 1. L]

Pour la décrire on fera paſſer par les points 6, 7 des arcs Elliptiques ſemblables à BgE, & des lignes droites paralleles à $o''o'$, elles couperont ces arcs aux points $6'7'$, & la ligne paſſant par le milieu de ces cordes ſera un diametre ou un axe de la projection de l'Ellipſe, dont il faut trouver la longueur comme dans les cas précedens, auſquels on revient par cette préparation.

Ce que nous venons de dire pour les points donnez dans le ſphéroïde alongé, dont l'axe eſt horiſontal, s'applique naturellement à celui dont l'axe eſt vertical, il ne s'agit que de faire attention, que les ſections verticales qui ſervent à trouver les hauteurs des points donnez, ſont des Ellipſes dans ces derniers, au lieu que dans l'autre ce ſont des cercles, lorſqu'elles ſont perpendiculaires au grand axe.

Demonstration.

Toutes les ſections planes d'un ſphéroïde étant des Ellipſes, comme il a été démontré au Theoreme V. du premier Livre, & 3. points étant néceſſairement dans un plan, il eſt clair que la baſe d'un ſegment de ſphéroïde eſt une Ellipſe, qui doit paſſer par trois points donnez; mais parce que par trois points, qui ne ſont pas en ligne droite, on peut faire paſſer pluſieurs Ellipſes differentes, il faut avoir quelque choſe de plus pour déterminer l'Ellipſe, qui eſt la ſection demandée du ſphéroïde; ainſi on cherche un diametre, lequel donne encore deux points; or avec cinq points on peut déterminer le contour d'une Ellipſe, & démontrer qu'il n'en peut avoir qu'une, qui paſſe par ces cinq points.

Dans la premiere ſuppoſition, où deux points ſont équidiſtans de l'axe, la poſition du plan coupant eſt déterminée perpendiculaire au plan paſſant par l'axe ED verticalement & horiſontalement; ainſi le diametre trouvé xX eſt un axe, dont le conjugué eſt la ligne perpendiculaire ſur ſon milieu m, terminée au ſphéroïde, dont la ſection ſuivante Nz eſt un cercle. Fig. 20.

Dans la ſeconde ſuppoſition la ligne paſſant par le milieu des lignes $e2$ & $d1$ eſt un diametre, qui coupe les ordonnées en deux également.

Enfin dans la troiſiéme ſuppoſition, il eſt clair que puiſque les

points *or* & *on* ſont les rencontres des lignes menées par les points donnez, & par leur ſituation à l'égard de l'horiſon, c'eſt-à-dire, les cordes des ſections Elliptiques, la ligne menée d'un de ces points *o* à l'autre *o* ſera la ſection du plan paſſant par les trois points, avec celui de l'horiſon ADBE prolongé, de ſorte qu'il n'y a qu'une Ellipſe, qui puiſſe couper le ſphéroïde dans cette circonſtance, & ſatisfaire au Problême. Or les lignes menées par les points donnez parallelement à cette ſituation, couperont le ſphéroïde en des points de même hauteur; par conſéquent la conſtruction du Problême retombe dans le cas précedent.

PRATIQUE.

Faire un Segment de Sphéroïde alongé ou aplati, dont la Baſe & les Sections perpendiculaires à la Baſe ſont données.

La maniere de faire une portion de ſurface de ſphéroïde, ſoit en creux, ſoit en boſſe, eſt la même que pour la ſphère, avec cette difference, que la même cerche ne peut pas ſervir en toutes ſortes de poſitions perpendiculaires à la baſe du ſegment; car elle ne peut ſervir que pour une poſition, non ſeulement à l'égard des axes de la baſe, mais encore à l'égard du pole du ſphéroïde; parce que les Ellipſes ſur leſquelles on forme les cerches ſont plus concaves vers le grand axe que vers le petit, où elles ſont moins courbes.

La portion du ſegment de ſphéroïde ſera auſſi bien faite, ſi l'on trace une tangente ſur le plan de la baſe, parallele à la corde de la cerche; mais il faut remarquer que ce ſoit dans un de ces cas, où les quatre angles de la portion de ſegment ſont dans un même plan; enſorte que la doële ne ſoit pas gauche.

PROBLEME IV.

Faire une Surface quelconque régulierement irréguliere.

En Termes de l'Art.

Une Surface Gauche.

Pourvu que l'on conçoive bien la generation de ces ſurfaces, il ne ſera guères plus difficile de les tailler dans la pierre ou le bois, que les régulieres.

Premierement, il faut commencer par ſuppoſer un plan qui paſſe par trois de ſes angles, & chercher la diſtance, dont le quatriéme angle s'éleve au deſſus, ou s'abaiſſe au deſſous de ce plan; enſuite y

placer les côtez droits ou courbes, qui doivent ſervir d'appui à la régle generatrice, les tailler par des ciſelures pour faire place, par une rigole, ou plumée, à la régle, qui doit être appliquée ſur les deux lignes oppoſées, & continuer à la faire mouvoir ſur ſes appuis, ſuivant l'exigence du mouvement generateur de la ſurface.

Soit, pour *premier exemple*, une ſurface gauche de cette eſpece, que nous avons appellé *Doliolime*, comme la doële de la vis St. Giles, quarrée AB*m*DFM, qui eſt la même que celle de la fig. 7. renverſée ou vûë par deſſous. On commencera à l'ordinaire par dreſſer une ſurface, ſuivant le Problême premier, ſur laquelle on tracera le contour de la ſurface plane ABD*f*, dont les trois angles ABD touchent les ſommets de ceux de la ſurface gauche, & dont le quatriéme F eſt placé par la perpendiculaire *f*F, tirée du quatriéme angle F, de la ſurface gauche, au plan ABD*f*; enſuite on fera trois paremens de retour d'équerre ſur les lignes A*f*, *f*D, DB, & ſur l'angle F on portera la perpendiculaire *f*F; on tirera FD & FA ſur les faces AF, *f*D, on tracera les arcs de la courbure de cette doële A*b*F, BHD, enfin on abatra toute la pierre qui ſe trouvera renfermée entre les quatre côtez, dont deux AB, FD ſont droits, & A*bf*, BHD courbes, en appuiant toujours la régle RE ſur les deux arcs oppoſez, ſur leſquels on la fera mouvoir à-peu-près parallelement aux côtez, ſoit pour former une ſurface concave ou une couvexe, comme on voit dans cette figure. Je dis à-peu-près; parce que ces côtez ne ſont pas paralleles, mais pour lui donner la ſituation qui lui convient ſuivant la plus grande exactitude, on diviſera les arcs oppoſez en un même nombre de parties égales, & l'on placera la régle ſur les parties correſpondantes 1 & 1, 2 & 2, &c.

Fig. 7. de la Plan. 28.

Quoique nous faſſions ici les côtez circulaires oppoſez dans des ſurfaces paralleles entr'elles, & perpendiculaires au plan AD, il peut arriver qu'elles doivent lui être obliques. Il n'importe ici pour un exemple, qui n'eſt qu'une introduction à la pratique.

Second Exemple d'une de ces Surfaces Gauches que j'ai appellé Mixtilime.

Soit [*Fig.* 13.] une ſurface gauche ABDF, qui a trois côtez droits & un courbe; comme ſont les *Arrieres-vouſſures réglées & bombées.* Ayant dreſſé un parement ſur une pierre, on y tracera le plan ABD*f*, qui paſſe par trois des angles de cette ſurface, & dont le quatriéme *f* eſt déterminé par la perpendiculaire F*f*, tirée du quatriéme de la ſurface courbe ſur la ſurface plane qui en eſt la projection renverſée; on fera trois paremens AD, AF, DF perpendiculaires entr'eux, on portera ſur l'arête *f*H la hauteur *f*F, diſtance de la ſurface gauche à la droite, qui paſſe par trois de ſes angles. Du point F on menera FD, &

Fig. 13.

du même l'arc donné FMA, & on abatra de la pierre ou du bois en ſuivant la direction de la régle RE, placée ſur les points des diviſions correſpondantes ſur la droite BD, & l'arc AF tout ce qui eſt compris dans les trois côtez AB, BD, DF droits, & le quatriéme FMA courbe, que l'on aura diviſé en même nombre de parties que ſon oppoſé droit BD, pour donner à la régle RE directrice la ſituation qui lui convient, comme on a dit à l'exemple précedent, & la ſurface Gauche ſera bien formée.

Troiſiéme Exemple des Surfaces Gauches Mixtilimes Hélicoïdes.

La difference de cette eſpece de ſurface gauche avec la précedente eſt, que la ligne courbe, qui eſt un de ſes côtez, étoit dans un plan, & que celle-ci eſt dans une ſurface courbe; telles ſont celles des appuis des Grilles ou Baluſtres d'un eſcalier à vis, ou des appuis de fenêtres rampantes dans une Tour ronde, laquelle ligne courbe eſt une *Helice*, que quelques-uns nomment improprement une Spirale, c'eſt pourquoi nous appellons la ſurface de cette eſpece de mixtilime *Helicoïde*, laquelle eſt très-commune dans les bâtimens; telle eſt celle qui eſt formée par le délardement du parement inférieur de tous les quartiers tournans des marches des eſcaliers à vis, & de tous les Limons tournans & rampans.

Pour former cette ſurface il faut tailler la pierre en portion de cylindre concave ou convexe, nous en repréſentons [*Fig.* 14.] une moitié ABGF, que l'on taillera ſuivant la pratique du Problême 2, comme un cylindre, enſuite, par le Problême 48. du ſecond Livre, on décrira ſur la ſurface de ce cylindre, la ligne en helice, & ſur le parallelograme, qui eſt la ſection du cylindre par l'axe ABGF, on tracera au milieu la ligne CH, qui repréſentera cet axe, lequel ſera le côté en ligne droite, & l'helice ADG, la ligne courbe, ſur leſquels on fera mouvoir la ligne droite generatrice repréſentée par la régle RE, qui ſert à conduire la coupe de la pierre. Or puiſque la régle doit parcourir l'axe droit CH dans le même tems qu'elle parcourt l'helice ADG, il faut diviſer l'une & l'autre de ces lignes en un nombre égal de parties égales dans chacune, par exemple, ſi l'on diviſe CH en 4, aux points 1D3H, on diviſera auſſi l'helice en quatre, aux points 1°, D, 3°, G; enſuite on abatra la pierre ou le bois entre les deux lignes CH droite, & ADG courbe de l'helice, comme il ſera indiqué par la régle poſée ſur l'une & ſur l'autre, de maniere qu'elle ſoit appuiée ſur les parties ſemblables 1°1, D; 3°3, GH, en la tournant autour de l'axe CH, & la hauſſant ou baiſſant parallelement au plan de la baſe à chaque poſition ſur les parties correſpondantes à celles de l'hélice, ſçavoir du point H au point G, du point 3 de l'axe, au point- *Fig.* 14.

3e de l'helice, du point D de l'axe au point D de l'helice, lesquels deux points sont ici rassemblez par le dessein, du point 1 de l'axe au même 1 de l'helice, ainsi du reste.

Par-ou l'on voit que plus le nombre des divisions sera grand, plus l'operation sera exacte.

S'il s'agissoit d'une vis de pressoir, au lieu de tenir la régle perpendiculaire à l'axe, il faudroit l'incliner en haut & en bas, mais toujours d'un même angle.

Corollaire I.

Il suit de la formation de cette surface helicoïde, que si l'on prend sur la ligne génératrice HG un point K entre les deux, le mouvement de ce point tracera une helice K*k*D*l*L à distance égale de l'helice extérieure A1eD3eG, qui est à la surface du cylindre, laquelle cependant ne lui sera pas parallele, parce qu'elle n'est pas dans le même plan, cette courbe étant à double courbure, & la surface helicoïde étant essentiellement gauche, comme il est clair par sa génération, *c'est ce qui trompe les Ouvriers*, dans les appuis en Tour ronde & dans les Limons tournans & rampans, comme nous le dirons en son lieu.

Corollaire II.

Secondement, que tous les points comme, *m*,K,*n*, situez entre les deux côtez de la surface sur la ligne generatrice HG, décriront par son mouvement, autour de l'axe HC, autant d'helices differentes, toutes inégalement courbes, comme *m*D*p*, KDL, *n*D*o*, ensorte que celles qui approcheront le plan de l'axe HC seront toujours moins differentes de la ligne droite; jusqu'à ce qu'enfin, si elles en approchent infiniment, elles seront infiniment peu differentes de cette ligne. Ainsi supposant l'axe HC en situation verticale, plus elles en seront éloignées plus elles deviendront inclinées à l'horison, mais toujours d'une maniere uniforme, ce que l'on peut remarquer dans les escaliers à vis, ou les girons des marches sont fort étroits au Collet, & fort larges à la Queuë qui porte dans la tour ronde.

Corollaire III.

De la formation de la surface helicoïde il est aisé de tirer les moyens de *former celle qui est en Limace.* Il n'y a qu'à supposer un mouvement de diminution à la longueur de la ligne generatrice; par exemple AC, laquelle étant de cette longueur à la base de la limace, doit se racourcir en s'élevant vers H, suivant un mouvement uniforme du point

A, qui ſe rapproche continuellement du point C; deſorte qu'il forme une ſpirale en limace, dont le contour eſt à la ſurface d'un cône; ainſi au lieu qu'ici on a formé un cylindre pour y tracer l'helice, on formera un cône pour y tracer la ſpirale en Limace, comme l'on voit à la Fig. 210. de la planche. 18. Au reſte cette ſurface ſe formera par un même mouvement de régle, appuyée d'un côté à l'axe, & de l'autre à la limace, ſur une partie correſpondante à celle de la droite diviſée en même nombre de parties, ſçavoir de la premiere de l'axe à la premiere de l'helice, de la ſeconde à la 2.e ainſi du reſte.

Le peu d'uſage que l'on fait en Architecture de cette ſurface, fait que nous ne donnons point d'exemple de la maniere de la tailler, d'autant plus qu'elle eſt ſuffiſamment expliquée dans celle de la formation de l'Helicoïde.

Nous ne donnerons point non plus d'exemple de la maniere de tailler la quatriéme eſpéce de ſurfaces gauches, que nous avons appellé *Sphéricolimes*; parce qu'elle eſt trop compoſée & trop difficile pour des élemens de pratique, nous la donnerons fort au long dans la ſuite, lorſqu'il s'agira de *l'Arriere-Vouſſure de St. Antoine*; nous allons commencer par les traits des angles en talud.

CHAPITRE II.

De l'Appareil & Arrondiſſement des Angles en Talud.

CEux qui ont écrit de la Coupe des Pierres, n'ont parlé que de celle des voutes, prévenus apparemment qu'il n'y avoit pas de difficulté dans la taille de celles qui ſont deſtinées à être poſées horiſontalement; cependant il eſt des cas où l'on a beſoin du ſecours de la Géometrie, je l'ai vû par expérience dans une ville maritime où l'Appareilleur ſe trouva fort embaraſſé pour arrondir un angle en talud, qui devoit en raccorder deux inégalement inclinez, après avoir inutilement tenté les moyens de le faire, il vint m'en demander le *trait*, qu'il ne trouvoit point dans les Livres; j'étois jeune & peu exercé dans ſon Art, mais avec les ſeuls principes de Géometrie j'en bien-tôt trouve les traits que l'on verra ci-après.

J'ai auſſi vû les Tailleurs de pierre ſe tromper ſi ſouvent dans le tracé des angles rectilignes en talud, qu'il m'a ſemblé à propos de commencer nos *Traits* par celui-là, d'autant plus qu'étant fort ſimple, il eſt très propre à l'introduction à la Pratique.

PROBLEME V.

Faire l'Encognure d'un Angle ſaillant ou rentrant, dont les Faces ſont en Talus égaux ou inégaux, avec des Chaines ou Boſſages en Saillie, dont les côtez ſe terminent à un Plan vertical.

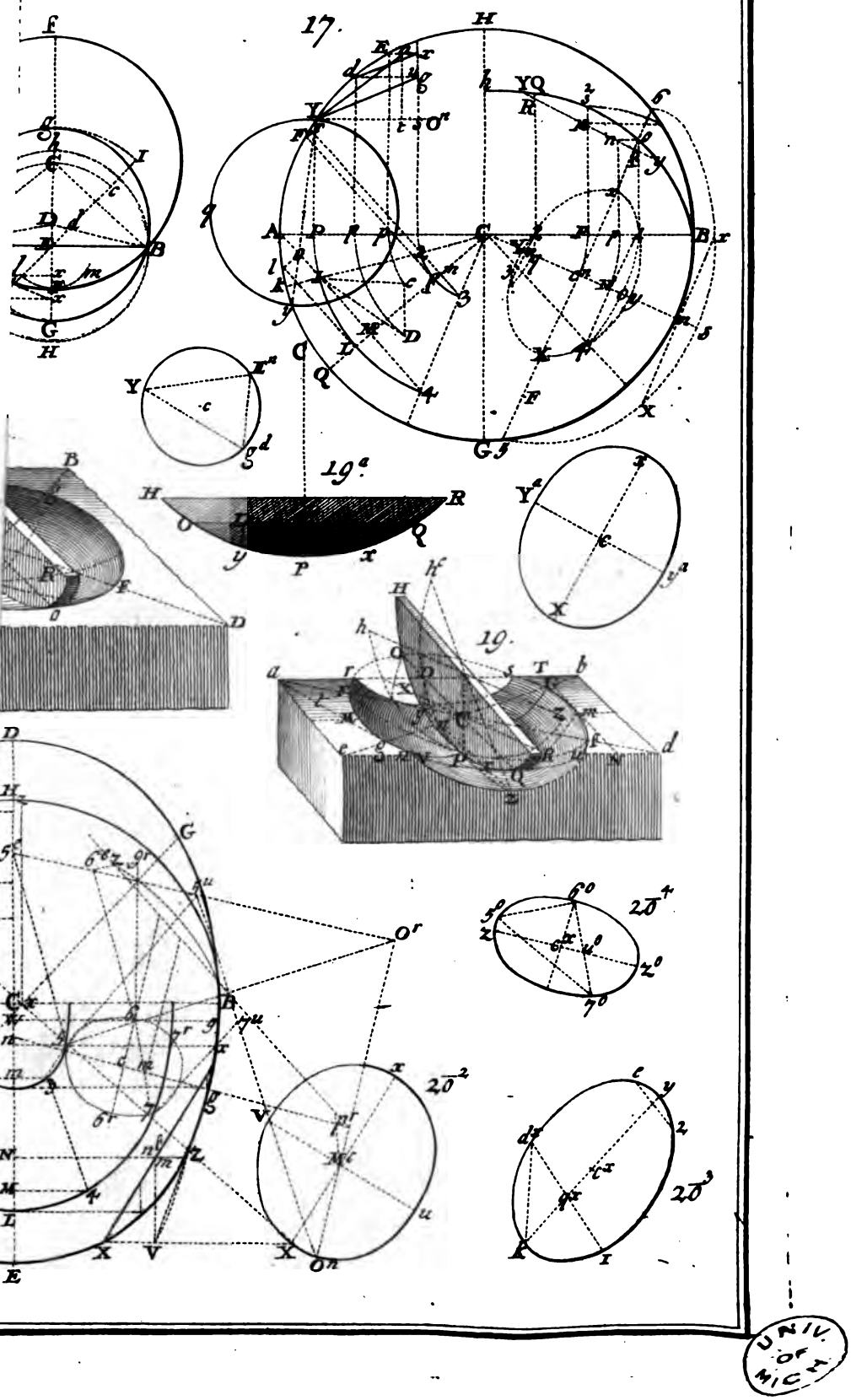
PLAN. 30. *Fig.* 21. CE trait peut être exécuté par differens moyens, avec biveau, ou ſans biveau de talud. Ayant pris avec la fauſſe équerre l'ouverture de l'angle d'encognure ABC, on portera quarrément ſur un de ſes côtez AB, le reculement AG du talud d'une aſſiſe, par exemple, 2 pouces ſi le talud eſt du ſixiéme ſur 12 de haut, pour tirer GE parallele à AB, & l'on reculera le même angle, ſuivant ſa diagonale BD, pour tracer l'angle du ſommet de l'encognure GEH, ſi les taluds ſont égaux à chaque face; mais comme il arrive quelquefois dans les raccordemens des vieux avec les nouveaux ouvrages, que ces taluds ſont inégaux, nous choiſirons pour cet exemple celui du raccordement du 12e Hk ou EI, avec le ſixiéme AG ou FE, ce qui donne un reculement d'arête *b*E, qui ne s'aligne plus avec la diagonale ED; de ſorte que l'encognure devient biaiſe.

Fig. 22. LE plan horiſontal de l'encognure étant tracé, on fera les profils des taluds des faces, un pour chacune, puiſqu'on les ſuppoſe inégaux, pour avoir les biveaux de leur inclinaiſon, & toute la préparation ſera faite.

POUR tailler la pierre on commencera par faire les deux lits de deſſus & de deſſous paralleles entr'eux de l'intervale de la hauteur de l'aſſiſe. Enſuite ayant pris avec la fauſſe équerre, du compas d'Appareilleur, ou avec une ſauterelle l'angle d'ancognure ABC, on le tracera ſur le lit de deſſous, puis ſur chacun de ſes côtez, prolongez juſqu'à l'autre bout de la pierre, on ſe retournera d'équerre, pour former les joints montans par deux ſurfaces planes, perpendiculaires aux lits de deſſus & de deſſous, leſquelles ſe trouveront auſſi perpendiculaires à celles des faces lorſqu'elles ſeront faites.

Fig. 23. LES joints, c'eſt-à-dire, les ſurfaces auſquelles la pierre ſuivante doit s'appliquer étant faites [par le Problême I.] comme AN, on y appliquera le biveau du talud donné, qui convient à chaque face, par exemple, GAE de la fig. 21. en poſant une de ſes branches ſur l'arête Ag du lit de deſſous [*Fig.* 23.] l'autre branche Ax prolongée donnera ſur le joint l'inclinaiſon AG du talud, & le point G à l'arête du lit de deſſus, par lequel on menera GE parallele à la ligne AB [par le Probl. I.] en bornoyant deux régles poſées ſur les lits de deſſus & de deſſous, l'une en AB ſtable, l'autre ſur le point G, autour

duquel



UNIV. OF MICH.

duquel on la fera mouvoir juſqu'à ce qu'elle couvre exactement celle qui eſt en AB, bien entendu qu'il faut que ces régles ſoient prolongées au delà des longueurs de la pierre, ſans quoi elle les couvriroit, en en regardant une on ne pourroit voir l'autre.

On operera de même ſur l'autre côté de l'angle B*b* ou BH, en ſe ſervant d'un biveau plus ouvert ou plus fermé que le premier, ſelon la difference qu'il y aura du ſecond talud au premier, ce qui donnera une arête de faces BE toute biaiſe, exprimée à la projection de la fig. 21. par la diagonale *b*E, qui ne diviſe pas l'angle A*b*K en deux également, comme la diagonale BE des taluds égaux, ce qui fait une ſorte de difformité inévitable, qu'on apperçoit en regardant l'encognure par devant, vers le milieu ſur l'allignement de la capitale; mais dans les Fortifications, où l'on doit ménager la dépenſe & éviter les démolitions, on doit avoir peu d'égard à cette petite imperfection; il faut quelquefois ſacrifier l'agréable à l'utile.

On peut auſſi faire la même choſe ſans ſe ſervir du biveau, en faiſant une plumée A*a* d'équerre ſur les arêtes BA & *g*A, après avoir jaugé la pierre de hauteur à plomb A*a*; puis on prendra au plan [*Fig.* 21.] le reculement FE du talud, qui donnera ſur l'arête *a*N le point G, d'où l'on tirera GA qui ſera le talud, & par le même point G une ligne GE ou GK, parallele à AB, comme nous venons de le dire, pour avoir l'arête de lit de deſſus, par leſquelles paralleles on fera paſſer une ſurface plane, qui ſera le parement en talud demandé, en abatant tout le priſme triangulaire AG*a*, LBK, dont la face en trapeze BAGE doit ſubſiſter, & le triangle reſtant BEK doit encore être enlevée pour la face en retour BH.

On voit que cette operation par équarriſſement eſt plus ſimple que celle où l'on employe les panneaux, en ce qu'elle épargne la peine de faire le dévelopement des ſurfaces de la pyramide tronquée, dont cette encognure fait partie, & qu'elle eſt exacte dans ces ſortes d'ouvrages ſimples.

Il ne s'agit plus à préſent que de déterminer la largeur de la chaîne ſaillante ou à boſſages, que l'on fait ordinairement en pierre de taille à ces encognures, pour les fortifier lorſqu'elles ſont à des angles ſaillans, ou par accompagnement de décoration dans les angles rentrans, ce qui eſt fort aiſé par la projection horiſontale du haut de l'encognure [*Fig.* 21.] car ſi l'on détermine au ſommet la largeur de la chaîne ou pilaſtre EG = AF, par les perpendiculaires tirées des points G & E ſur AB, la diagonale EB donnera la longueur AB de la baſe de

cette chaîne en AB, qui ſera plus grande que GE, dans les angles ſaillans, & plus petite dans les rentrans.

On peut ſans faire le plan de la chaîne, en *trouver la largeur par le calcul*; car on connoît ordinairement dans les pieces de Fortification la longueur de la diagonale, qu'on appelle *Capitale*, & celle de la demi-gorge. Alors d'un coup de plume on peut trouver de combien la chaîne s'élargit par le talud en montant dans un angle rentrant, ou diminuë dans un angle ſaillant; en diſant, *comme la demi-Gorge A* d *eſt à la Capitale* dB; *ainſi le talud donné AG ou FE eſt à la difference FB de la baſe AB, & du ſommet GE* de la chaîne de pierre de taille, dont le côté AG doit être dans un plan vertical.

Ou ſi l'on meſure la diagonale EB, il n'y a qu'à la quarrer, en ôter le quarré de FE, la racine quarrée du reſte ſera FB, difference des deux largeurs du haut & du bas; ainſi en ajoutant cette difference à celle du ſommet de la chaîne, on aura celle qu'il lui faut donner à la baſe; & au contraire en la retranchant dans un angle rentrant.

Il eſt viſible que l'encognure d'un angle rentrant ſe fait de la même maniere, en ſuppoſant la pierre renverſée ſens deſſus deſſous, & ôtant au contraire toute la pierre qu'on laiſſe aux angles ſaillans.

La Démonſtration de cette pratique eſt fondée ſur le rapport des triangles ſemblables A*d*B, EFB rectangles en *d* & F, & qui ont un angle commun en B; ainſi connoiſſant deux côtez, du premier on parvient à la connoiſſance de ceux qui leur ſont homologues dans l'autre.

En ſecond lieu ſur le rapport des profils ou ſections triangulaires, faites par des plans perpendiculaires à celui de la baſe ABC, & paſſans par differentes directions, l'une par la diagonale EB, l'autre par la perpendiculaire EF ſur AB, leſquels triangles ont pour hauteur commune la diſtance des deux plans ABC, du lit de deſſous, & GEH du lit de deſſus; par conſéquent ces triangles ſont entr'eux comme leurs baſes EF & EB, qui ſont les reculemens qui déterminent l'inclinaiſon des taluds.

D'ou il ſuit que ſi l'angle d'encognure ABC eſt de 60 degrez, ſa moitié AB*d* étant de 30, le talud de l'arête des faces, ou ſon reculement BE, ſera double de celui d'une face avec ſon lit de deſſous, exprimé par FE; parce que le ſinus FE de 30 degrez n'eſt que la moitié du ſinus total BE.

Remarques ſur les erreurs des Ouvriers.

Quoique la coupe d'une encognure en talud ſoit ſi ſimple qu'elle ne ſuppoſe aucun *trait*, on remarque cependant que preſque tous les Tailleurs de pierres, qui n'y ſont pas accoutumez, y font pluſieurs fautes.

La plus ordinaire eſt, qu'après avoir fait le parement d'une face en talud avec le biveau, poſé d'équerre ſur l'arête du lit, ils veulent tracer l'arête du retour avec le même biveau, poſé dans une autre façon, en couchant une branche ſur l'arêté du lit & du talud, & l'autre ſur la face en talud, qu'ils viennent de tailler, ſur laquelle ils tracent cette arête, & abatent la pierre ſuivant ce trait, par l'arête ou la trace de l'arête du lit du côté du retour, qui eſt donné par l'ouverture de l'angle de l'encognure à ſon lit.

Dans cette pratique il y a deux erreurs qui ſont plus ou moins grandes, ſelon que l'angle horiſontal, qui eſt proprement celui de l'encognure eſt aigu, droit ou obtus.

Lorsque l'angle eſt droit, cette pratique n'eſt fautive qu'autant que le talud eſt plus ou moins incliné; car s'il l'étoit très peu l'erreur ne ſeroit pas ſenſible & pourroit être négligée, mais ſi le talud eſt grand, elle donne une fauſſe inclinaiſon à l'arête de rencontre des deux faces, & par conſéquent un faux talud à la ſeconde face, qu'elle rend trop couchée.

Si l'angle horiſontal de l'encognure eſt aigu, la ſeconde face en retour deviendra trop roide, c'eſt-à-dire, que l'angle de ſon talud ſera plus ouvert que celui de la premiere, auquel cependant il doit être égal, par la ſuppoſition.

Enfin ſi l'angle d'encognure eſt obtus, il arrivera au contraire que la ſeconde face ſera trop couchée; cette remarque ne mériteroit pas une démonſtration ailleurs que dans une propoſition élementaire de pratique; mais pour éclairer les premiers pas que l'on va faire dans l'Art de la Coupe des pierres, il me paroît qu'il ne faut rien négliger.

Explication démonſtrative.

Premierement, nous avons dit au troiſiéme Livre, que les biveaux étoient les meſures des angles, des plans & des ſurfaces entr'elles, dont l'ouverture ſe doit prendre perpendiculairement à la ligne de leur commune ſection; or il eſt clair que le biveau, dans la ſituation dont

nous venons de parler, n'a aucune de ſes branches perpendiculaires à la commune interſection de la ſeconde face en talud avec celle du lit de deſſous ; car quand même l'angle horiſontal de l'encognure ſeroit droit, il n'auroit qu'une de ſes branches d'équerre à cette commune interſection, qui eſt l'arête du lit & de la face, l'autre branche étant couchée ſur le talud de la premiere face, c'eſt-à-dire, le premier parement qui a été fait ne ſera plus perpendiculaire à la même arête de lit & de la ſeconde face; donc [par le dernier Lemme du troiſiéme Livre] il ne peut déterminer ni marquer au juſte l'angle des plans, & par conſéquent l'arête de rencontre des deux faces en talud, qui dépend néceſſairement de la juſte inclinaiſon des deux faces; donc cette pratique eſt ridicule en tout autre cas que celui d'une encognure à l'équerre & ſans talud, d'où les Tailleurs de pierre l'ont priſe.

Il eſt cependant vrai que lorſque l'angle de l'encognure eſt droit & le talud moindre du 6e, l'erreur n'eſt pas fort ſenſible; mais elle l'eſt encore aſſez pour qu'on puiſſe la diſtinguer du vrai profil; comme on va le montrer.

Fig. 22. Soit [*Fig.* 22.] l'angle d'encognure *ab*R droit, à deux taluds égaux ou inégaux, il n'importe, marquez par les lignes de projection du ſommet *ge*, *eb*, ayant prolongé *be* indefiniment vers T, on fera ſur *ab* pour baſe l'angle du talud de la face *b*R en *ab*T, qui coupera la perpendiculaire PT, hauteur de l'aſſiſe, au point T, du point P pour centre, & PT pour rayon, on décrira un arc de cercle, qui coupera *ba* en S, & *eg* en *t*, par les points P & *t* on menera l'indéfinie P*y*, & par S une parallele à *b*R, qui coupera P*y* au point *y*; je dis que la ligne du talud de la face *b*R, couchée ſur le talud de la face *be*, ne coupera point l'arête au lit ſupérieur de l'aſſiſe *eg*, éloignée de *ab* du talud, par exemple du 6e, qu'on s'eſt propoſé par la poſition de la projection *eg*, mais en dedans, en une autre ligne, comme *xy* à même hauteur, que celle qu'on a fixé à l'aſſiſe, de ſorte que l'angle du talud couché, couche auſſi davantage le talud, & change l'inclinaiſon de la face ſur le lit, qui eſt alors plus aiguë.

Pour le démontrer il n'y a qu'à faire mouvoir le triangle du talud T*b*P autour de ſon côté *b*P. Il eſt clair que l'angle TP*b* étant droit, le point T, dans cette révolution décrira un arc de cercle en l'air, qui eſt repréſenté ici par l'arc TS*t*, lequel rencontrera les plans verticaux ſur *ba* de la premiere face d'équerre ſur le lit, & *eg* de l'arête de la face en talud, l'un en S, l'autre en *t*, au deſſous du point S, de la quantité *a*S, c'eſt-à-dire, au deſſous de la hauteur de l'aſſiſe qu'on ſuppoſe égale à PS; par conſéquent pour que la ligne P*t* parvienne

à cette hauteur elle doit être prolongée juſqu'à la ligne S*y*, qu'elle rencontre au point *y*, & par la même raiſon la projection de l'arête de rencontre des faces ſera prolongée au dedans de la premiere face en *x*.

D'ou il ſuit qu'une telle poſition de biveau change les taluds que l'on s'étoit propoſé, & les rend tous les deux plus aigus; puiſque ſur la même hauteur d'aſſiſe PT, les largeurs de ſes baſes horiſontales *e*P, *e i* augmentent des quantitez *g y*, *f x*; ainſi pour le grand talud tranſportant *g y* en P*q*, on aura l'angle du talud *q b*L, au lieu de celui qu'on s'étoit propoſé *q b*T, faiſant *q*L égal à la hauteur fixe PT de l'aſſiſe; ce qui montre évidemment qu'on ne doit jamais coucher les biveaux ſur les taluds, comme font la plûpart des Ouvriers, ſi l'on n'y prend garde.

Secondement, pour voir ce qui arrive lorſque l'angle de l'encognure eſt aigu, il faut remarquer que la diagonale EB du plan horiſontal, étant plus longue que la perpendiculaire FE, qui exprime le talud ſur le côté AB, & même plus que le côté FB; puiſqu'elle eſt l'hypotenuſe d'un triangle rectangle EFB; ſi l'on prend F*b* = FE & F*x* égal à la hauteur de l'aſſiſe, l'angle F*bx* exprimera le vrai talud, lequel étant extérieur à l'égard du triangle *b*B*x*, eſt par conſéquent plus grand que FB*x*, qui eſt encore plus grand, par la même raiſon, que celui de l'arête de l'encognure ſur la diagonale BE, laquelle eſt, comme nous venons de le dire, plus grande que FE. *Fig.* 21.

Presentement ſi l'on tranſporte ces differens angles ſur un profil, comme à la figure 21, à un même ſommet comme B, on verra que l'angle du talud FBX excede celui de l'arête des faces FB*x*, de la quantité *x*BX; par conſéquent il diminueroit d'autant l'inclinaiſon de l'arête, & avanceroit ſon ſommet *x* en X, de ſorte que la face du talud en retour ſeroit beaucoup moins inclinée qu'elle ne doit être, ſuivant ce qu'on s'étoit propoſé.

3.° Si au contraire l'angle horiſontal de l'encognure eſt obtus, comme ABO ou A*p*Q, le côté FE étant plus grand que F*p*, l'angle F*bx* du talud de face, tranſporté au dedans ſur le ſommet de l'angle *p*, donnera un point *q* au dedans de *x*, qui fait voir que l'angle du biveau eſt plus aigu que l'angle F*px* d'un angle *xpq*; par conſéquent il donnera une ſection de face plus couchée que celle qui avoit ſervi à former ce biveau, ce qui eſt abſurde. *Fig.* 21. & 22.

Il n'eſt pas difficile de démontrer que le côté FB, dans l'angle aigu, eſt plus grand que FE; que FE eſt égal à F*b* dans l'angle droit; & qu'il eſt plus grand que F*p* dans l'angle obtus; parce que dans le quadrilatere EFB*f* les angles en F & *f* étant droits, les

deux autres en B & E ſeront égaux à la ſomme de deux droits, & l'angle B étant aigu, la moitié de la ſomme FBE ſera plus petite que la moitié de l'obtus FE*f*; or au plus grand angle eſt oppoſé le plus grand côté; donc FB eſt plus grand que FE, cette ſomme eſt égale à l'angle droit; donc F*b* = FE eſt plus grande à l'angle obtus, & F*p* plus petit que FE.

Il eſt auſſi évident que l'angle de l'arête des faces avec la diagonale eſt toujours plus aigu que celui du talud; parce que ſa baſe eſt toujours plus grande que celle du talud, la hauteur de l'aſſiſe reſtant la même. La raiſon eſt que la baſe de cet angle en EB, dans l'angle aigu, ou EB dans le droit, & EP dans l'obtus eſt toujours l'hypotenuſe d'un triangle rectangle, dont le reculement du talud EF eſt un côté.

Il ſuit de ce que nous avons dit ci-devant I.° qu'ayant le biveau de l'angle que font les arrêtes du lit avec celle de l'interſection des deux faces, on ne pourroit s'en ſervir que pour tracer les pierres angulaires, appellées *Ecoinçons*, & non pas les contiguës de la ſuite de la droite ou de la gauche; parce qu'il ſeroit trop *maigre*, c'eſt-à-dire, trop fermé dans les angles aigus, & trop *gras*, c'eſt-à-dire, trop ouvert dans les encognures obtuſes.

II.° Qu'il y a quatre ſortes d'angles à conſiderer dans une encognure en taluds, égaux à chaque face, & cinq, lorſqu'ils ſont inégaux; *Fig.* 21. & 22. ſçavoir, 1.° l'angle horiſontal du lit, que j'ai appellé *Angle d'Encognure* A B C ou *a b* R. Celui-ci eſt toujours conſideré comme un angle de lignes & non pas de plans.

2.° *L'angle de talud a b* T [*Fig.* 22.] qui eſt l'angle du plan de la face inclinée avec le lit horiſontal; celui-ci eſt dans une ſection perpendiculaire à l'autre, que font ces deux plans à leur commune interſection, comme nous l'avons dit au troiſiéme Livre.

Fig. 23. 3.° L'Angle des arêtes *de lit & d'encognure* ABE. Celui-ci eſt toujours different de l'angle du talud, comme nous venons de le démontrer.

4.° L'Angle d'inclinaiſon *d'arête d'encognure* avec le lit, meſuré ſur la diagonale de l'angle horiſontal d'encognure; celui-ci eſt toujours plus maigre que l'angle du talud, & n'eſt perpendiculaire au plan horiſontal, que lorſque les taluds des faces ſont égaux entr'eux. Car lorſqu'il y en a une plus inclinée que l'autre de la face en retour, l'arête d'encognure n'eſt plus dans un plan vertical mais incliné, ce qui la fait toujours paroître biaiſe ſans remede.

5.° Lorsque les faces ſont en taluds inégaux, il eſt clair qu'il en faut obſerver les differentes inclinaiſons, & avoir un biveau pour chacune.

6.° On pourroit compter un ſixiéme angle ABK, formé par l'interſection d'un plan vertical BL *c*C, ſuppoſé d'un côté, au lieu de la face inclinée, avec celui de la face en retour GABK; celui-ci auroit ſon utilité pour tracer l'encognure en talud, dans une pierre équarrée à angle droit ſur ſon lit. Nous avons donné la maniere de le trouver au commencement de cette démonſtration. *Fig.* 23.

La diſtinction de ces angles n'eſt néceſſaire que pour en connoître la difference. Il ſuffit d'avoir les ouvertures des deux, ſur leſquels il faut ſe régler pour le tracé, ſçavoir celui de l'encognure, ſur lequel il convient de former un panneau; parce qu'il s'applique ſur les lits, & celui du talud qu'il ſuffit de prendre avec la fauſſe équerre; parce qu'il doit s'appliquer en même tems quarrément, ſur les faces & les lits; auſſi bien que ſur les joints montans.

Tout ce que nous avons dit ci devant des angles ſaillans doit s'appliquer aux rentrans, avec cette difference, qu'alors il faut prendre le haut pour le bas, & ôter dans l'un la matiere de pierre ou de bois qu'on laiſſe dans l'autre.

Probleme VI.

Raccorder deux Taluds égaux ou inégaux par un arrondiſſement dans un angle donné.

On peut arrondir un angle de deux façons, ou d'un arrondiſſement cylindrique, qui ſoit égal en haut comme en bas; ou d'un arrondiſſement conique, qui diminuë, ou augmente en s'élevant ſur la baſe.

Des Arrondiſſemens Cylindriques.

Les murs qui forment une encognure ſaillante, ou un angle rentrant, peuvent avoir des taluds differens; quoique ſuivant l'uſage ordinaire ils ſoient également inclinez à l'horiſon; comme au ſixiéme, ou au douziéme, &c. Il arrive quelquefois que l'un panche plus que l'autre, ſoit parce qu'ils n'ont pas été bâtis en même tems, ſoit qu'il y ait eu quelque raiſon de ſolidité ou de ménagement, comme de difference de hauteur & de charge.

Premier Cas, où les Taluds ſont égaux.

Soit [Fig. 24.] l'angle donné ABC aigu ou obtus, ſaillant ou ren- *Fig.* 24.

trant, qu'on veut arrondir également en haut & en bas. Ayant déterminé le rayon EK de l'arrondiſſement de la baſe en arc de cercle, on diviſera l'angle donné ABC en deux également par une diagonale BE; enſuite on tracera le plan de chaque aſſiſe ſuivant le talud que donnera leur differente hauteur, ſi elles ſont inégales, par des paralleles aux côtez A B, BC, comme 1 H, 2 *m*, 3 *h*, &c. On élevera ſur AB & BC les perpendiculaires KE & *k*E égales au rayon du cercle, dont l'arc doit former l'arrondiſſement, enſorte qu'elles ſe terminent au point E de la diagonale BD. Par ces points K & *k* on menera deux paralleles à cette diagonale KN & *k n*, leſquelles couperont les projections des lits de chaque aſſiſe aux points *i* L & N, par leſquels on menera des paralleles aux lignes KE & *k*E, comme L F, *l* F, N D, *n* D, les points EgFD ſeront les centres des arcs d'arrondiſſement des lits de chaque aſſiſe, deſquels on décrira les arcs K*mk*, *ii*, L *l*, N*n*, & ainſi de ſuite, juſqu'à ce qu'on ſoit parvenu à la hauteur du mur.

Si l'on vouloit connoître le reculement des centres de chaque aſſiſe par le calcul, il n'y auroit qu'à faire l'analogie ſuivante:

Comme le ſinus de l'angle ABD, moitié de ABC

Eſt à la diſtance perpendiculaire d'une aſſiſe à l'autre ſur ſon plan horiſontal,

Ainſi le ſinus total

Eſt à la diagonale ou diſtance des centres de chaque aſſiſe.

Demonstration.

Puisque l'arrondiſſement de l'angle doit être d'une égale portion de cercle en haut & en bas, ſuivant l'hypotenuſe; & que cet arrondiſſement doit être inſenſiblement réuni aux ſurfaces planes des taluds, il s'agit de faire un ſecteur de cylindre ſcalene, qui ſoit touché par deux plans inclinez à l'horiſon; or un plan ne peut toucher un cylindre que ſuivant ſon côté droit, qui eſt eſſentiellement parallele à ſon axe. Donc les deux attouchemens des plans des taluds doivent être deux lignes droites paralleles entr'elles, & à l'axe du cylindre comme KN, *k n*; mais parce que les lignes AK, 3 N, C *k*, 3 *n* ſont paralleles entr'elles, elles ſont dans le même plan que les lignes KN, *k n*, & tangentes aux baſes ſuperieures & inferieures du cylindre; puiſqu'elles ſont [par la conſtruction] perpendiculaires ſur les rayons KE, ND & *k*E, *n*D; donc ces plans de taluds ſont tangens au cylindre, ſuivant les lignes KN, *k n*; *ce qu'il falloit faire.*

Il eſt clair que tous les centres des arcs de cercle des tangentes du ſolide

ſolide, coupé parallelement à ſa baſe AK*nk*C, doivent être dans la diagonale; puiſqu'on ſuppoſe les taluds égaux. Il n'eſt pas moins viſible que leurs centres ſont entr'eux à diſtances égales de celles des ſommets des angles, formez ſur cette diagonale par les lignes paralleles, qui expriment les joints de lit de chaque aſſiſe, dont elles ſont la projection; car ſi du ſommet H on tire ſur AB la perpendiculaire HG, on verra qu'à cauſe de ces paralleles on aura pluſieurs triangles rectangles ſemblables, qui donneront BG : GK :: BH : HE :: GH : KE = LF = ND :: BH : BE :: HI : H*g*; c'eſt-à-dire, qu'il y aura toujours même rapport entre le rayon & le reculement, qu'entre le talud de chaque aſſiſe & ſa diagonale. Ainſi ſuppoſant les aſſiſes égales, les reculemens des centres ſeront égaux à la diagonale BH; alors on aura E*g* = *g*F = FD = K*i* = *i*L = LN, & ſi elles ſont inégales on aura KP = GH : K*i* :: LQ : LN.

Corollaire.

Puisque la diſtance des centres des arcs d'arrondiſſement entr'eux; ou, ce qui eſt la même choſe, celle de la circonference d'une aſſiſe à l'autre, priſe ſur la diagonale, eſt égale à celle du reculement d'une aſſiſe ſur l'autre, meſuré d'angle en angle ſur la diagonale, il ſuit que ſi l'angle des taluds eſt de 60 degrez, leur intervale ſera le double du talud, parce que le talud GH ſera le ſinus de 30 degrez, ou de l'angle GBH; par conſéquent BH = 2 GH, ce qu'il eſt bon de remarquer; comme auſſi que la diagonale BH étant toujours plus grande que le talud GH, la baſe des taluds d'arrondiſſement priſe à la diagonale, ſera toujours plus grande que celle du talud des faces, quand même l'angle des faces en talud ſeroit très obtus; parce que B H eſt toujours une hypotenuſe à l'égard de GH.

Remarque ſur les Erreurs des Ouvriers.

On m'a fait remarquer dans deux Places Maritimes, l'une au Chateau de St. Malo, à la pointe de la Galere, l'autre à un Baſtion du Fort St. Loüis à St. Domingue en Amerique, des angles aigus de Fortifications arrondis cylindriquement, comme des traits de la Coupe des pierres fort difficiles, dont les Ouvriers ne pouvoient venir à bout, ayant été obligez de les démolir plus d'une fois, & d'en tracer les pierres piece à piece ſur le tas; parce qu'*en donnant le même talud à l'arrondiſſement qu'aux faces*, il prenoit une telle figure, qu'on ne pouvoit le raccorder. Surpris qu'une choſe, qui paroît ſimple, eût tant de difficulté, j'y réfléchis un moment pour en chercher la raiſon, & j'apperçûs auſſitôt que le talud de l'arrondiſſement changeoit continuellement, depuis le trait d'équerre IN, ſur la naiſſance N à chaque face

juſqu'à ſa diagonale gE, ce qui faiſoit un parement gauche, quoique partie d'un corps cylindrique régulier ; mais qui paroît gauche, parce que ſes quatre angles ne ſont pas dans un même plan ; car ſi l'on tire au lit de deſſous de l'aſſiſe $2E2$, les lignes DI, DL, DE, & qu'on en retranche les rayons de l'aſſiſe ſuivante, ou du lit de deſſus de la même aſſiſe, il eſt clair que IN eſt plus petit que Lx, & Lx plus petit que Eg. Or il eſt conſtant que les ſurfaces des joints montans de chaque aſſiſe doivent être dans des plans verticaux, dont les lignes DI, DL, DE, &c. ſont la projection ; par conſéquent le joint qui paſſe en x, doit tomber au lit de deſſous en L ; d'où il réſulte une nouvelle difficulté, qui ne peut être apperçûë par les Appareilleurs qui ne ſçavent point de Géometrie ; c'eſt que le joint montant, dont Lx eſt la projection horiſontale, ou pour parler comme eux, *le plan*, ne doit pas être une ligne droite, mais une portion d'Ellipſe, puiſqu'elle eſt la ſection oblique d'un cylindre ſcalene $Kmkng N$; à la vérité cette courbure étant très peu ſenſible, on peut la regarder comme une ligne droite ; cependant c'en eſt aſſez pour faire appercevoir dans l'ouvrage achevé quelque beſoin de ragrément, ſi les aſſiſes ſont fort hautes. Il eſt viſible que cette courbure diminuë à meſure que le joint approche de la diagonale DB ; car le joint qui ſera dans le même plan, comme pourroit être Eg de la ſeconde aſſiſe, eſt parfaitement droit ; parce qu'il eſt dans un plan qui coupe le cylindre par ſon axe DE. On ne croiroit pas qu'il y eût tant de choſes à conſiderer dans l'exécution d'un ouvrage, qui paroît tout ſimple du premier abord.

Second Cas des Arrondiſſemens Cylindriques, lorſque les Taluds des Faces ſont inégaux.

Fig. 25. La difference de ce cas avec le précedent ne conſiſte qu'en ce que dans la projection horiſontale des aſſiſes, qui eſt plus ſerrée d'un côté que de l'autre, parce que Ee a moins de talud que Aa, la ligne Bb, qui paſſe par le ſommet de l'angle ſupérieur EBA, & eba inférieur, ne ſe confond pas avec la diagonale de chaque angle BC & bC^3, de ſorte que l'axe du cylindre qui doit être parallele à l'interſection Bb des faces en talud Eb & Ab, forment avec les trois lignes précedentes un parallelograme $bBCC^3$, incliné à l'horiſon.

Pour trouver les centres de l'arrondiſſement des lits de chaque aſſiſe, on portera ſur l'axe CC^3 les longueurs FG en CC^2, & GH en C^2C^3 ; c'eſt-à-dire, les parties de la ligne FH, qui eſt celle de l'attouchement des faces en talud, & du cylindre ſcalene de l'arrondiſſement, compriſes entre les tranches paralleles & horiſontales des lit des chaque

aſſiſe, comme on a fait au cas précedent, auquel on renvoye le Lecteur pour la démonſtration, & les obſervations qui la ſuivent; il eſt d'ailleurs bien clair que l'axe du cylindre, dans lequel ſont les centres de tous les arcs de chaque aſſiſe arrondie, doit paſſer par les diagonales B C & b C^3 de leurs angles EBA, & eba, qui ſont égaux; puiſque [par la 4.e du 4.e liv. d'Eucl.] le centre d'un arc inſcrit dans un angle eſt dans ſa diagonale, & à cauſe que les diagonales b C^3 & BC ſont paralleles & égales, par la ſuppoſition, l'axe CC^3 ſera auſſi parallele & égal à l'interſection des faces en talud Bb, & aux lignes d'attouchement de ces faces avec le cylindre en F H & fh.

Remarque ſur cet Arrondiſſement.

Il ſemble que lorſque les taluds ſont inégaux, il ne convient pas de faire un arrondiſſement cylindrique, mais plutôt un conique; parce que le biais de l'angle, qui ſe jette tout d'un côté, doit y être plus ſenſible à la vûë, & en ſauver moins la difformité, qu'un arrondiſſement conique, qui ſe partage un peu de chaque côté.

Seconde partie, du Problême pour les Arrondiſſemens Coniques.

Les arrondiſſemens coniques ſont plus naturels aux encognures en taluds que les cylindriques, & le plus naturel, lorſque les taluds ſont égaux, eſt celui d'un ſecteur de cône Droit, ou parfait ou tronqué.

Du Conique Droit.

Cet arrondiſſement n'a aucune difficulté. Ayant diviſé à l'ordinaire l'angle donné ABE [*Fig.* 27.] par la diagonale AD, & ayant déterminé le centre de l'arrondiſſement ſur cette diagonale en C, & tiré CF & CG perpendiculaires aux côtez AB, BE; on portera ſur ces lignes les taluds de chaque aſſiſe Fn, no, op, pc, & l'on fera par ces points n, o, p, autant de cercles concentriques à C, qui donneront les panneaux des arrondiſſemens des lits de chaque aſſiſe, juſqu'aux lignes FC, GC, où ſont les attouchemens du cône & des ſurfaces planes des taluds, auſquels l'arrondiſſement doit ſe raccorder imperceptiblement. *Fig.* 27.

Du Conique Scalene.

Premier Cas.

De l'Arrondiſſement d'une ſeule Face d'Encognure.

Nous avons ſuppoſé dans le cas précedent, qu'on vouloit arrondir l'angle ABE entierement, je veux dire à diſtances égales de ſon ſommet B; mais il eſt des circonſtances où l'on ne veut arrondir qu'une partie de l'encognure, ſeulement pour diminuer la grande foibleſſe d'un angle trop aigu, & faire enſorte que l'angle mixte de la face arrondie avec celle qui ne l'eſt pas, ſoit Droit autant qu'il eſt poſſible, c'eſt-à-dire, que le côté CB & ſes paralleles ſoient perpendiculaires à la tangente TE de l'arc PE de l'arrondiſſement donné, & de tous ſes ſemblables.

Fig. 26. Soit [*fig.* 26.] l'angle donné ABC qu'on veut émouſſer. On commencera par faire le plan horiſontal de chaque aſſiſe par des paralleles à AB & CB, diſtantes entr'elles de l'intervale ou reculement du talud, qui convient à la hauteur de chacune, comme c^2e, c^3e, c^4e pour la face qui ne doit pas être arrondie, & $f2$, $f3$, $f4$ pour l'autre. Puis ayant pris à volonté un point P, ſur AB, pour la naiſſance de l'arrondiſſement, on y élevera une perpendiculaire PC, qui coupera toutes les paralleles de l'autre talud BC, en des points C, c^2, c^3, c^4, qu'on prendra pour les centres des arrondiſſemens de chaque aſſiſe, & leurs diſtances aux lignes correſpondantes à l'autre face, pour la longueur des rayons. Ainſi du point C pour centre, & pour rayon CP, on décrira l'arc EP, qui ſe terminera à la ligne CB en E. Du point c^2 & de l'intervale $c^2 2$ l'arc $2e$, du point c^3 & de l'intervale $c^3 3$, pour rayon l'arc $3e$, &c. & l'on aura ainſi les projections horiſontales des arêtes de chaque lit, qui ſe termineront à une droite E*e*, differente de la diagonale BD de l'angle donné, laquelle ſera la projection de l'arête de l'angle des faces courbe & droite en talud.

REMARQUE.

Cette eſpece d'arrondiſſement, qui eſt ſouvent très néceſſaire, réuſſit fort bien en exécution, comme je l'ai éprouvé aux chaînes de pierre de taille des encognures de pluſieurs réduits que j'ai fait faire dans des Places d'armes rentrantes, où j'ai arrondi une partie de la chaîne & laiſſé l'autre droite, je veux dire plane, & pour correſpondre avec la chaîne plane de l'angle ſaillant, & faciliter la poſition & l'allignement de celle de l'épaule; mais il faut avoir grand ſoin de tracer ſur chaque panneau des lits de deſſous l'arc du lit de deſſus, qui ne lui eſt pas

parallele, & veiller que les Tailleurs de pierre obſervent le *Gauche* que donne leur écartement vers l'angle, qui augmente le talud de la face à meſure qu'elle approche de l'arête de rencontre des deux faces; parce que les Appareilleurs & les Tailleurs de pierre s'imaginent que le talud doit toujours être égal, & regardent cette difference de paralleliſme comme un défaut : Au premier que je fis faire, l'Appareilleur s'imaginant que je n'entendois pas auſſi bien ſon métier que lui, faiſoit ſans m'en rien dire cette prétenduë correction, & voyant qu'à chaque aſſiſe il y avoit de grands ragrémens à faire, qui augmentoient à meſure qu'il s'élevoit, il ſe récrioit ſur la difficulté de cet ouvrage, qu'il mettoit au deſſus de tout ce qu'il avoit vû dans ſes voyages; je fus obligé de faire faire un plomb de talud pour l'arête de rencontre des faces, afin de le conduire, & lui faire ſentir la difference du talud des faces planes, & la variation du talud de la partie qui étoit arrondie. Enſuite de quoi l'ouvrage ſe continua ſans ragrémens à douze encognures ſemblables.

Quoique dans cette encognûre nous ſuppoſions les taluds égaux, ſa conſtruction pourroit également ſervir, ſi les taluds des faces étoient inégaux.

La démonſtration de la régularité de cet arrondiſſement eſt ſenſible à la ſeule inſpection de la figure; car puiſque tous les rayons CE, *ce* ſont paralleles entr'eux ſur une face, par la conſtruction, & qu'ils ſont tous ſur la même ligne PC perpendiculaire à l'autre face, il eſt évident que tous les ſecteurs de cercle PEC, $2ec^2$, &c. ſont ſemblables; par conſéquent les angles mixtes, qu'ils ſont ſur la ligne E*e*, qui eſt la projection de l'arête de rencontre des deux faces droite & courbe, ſont égaux entr'eux, & infiniment peu differens du Droit; puiſque le rayon eſt toujours perpendiculaire à la tangente de ſon arc, *ce qu'il falloit premierement faire.*

En ſecond lieu, parce que la ligne PC eſt perpendiculaire au côté AB, le point P ſera celui de l'attouchement de l'arc PE, & de la tangente AP; par conſéquent la naiſſance de l'arrondiſſement eſt au point où elle doit être, pour que la jonction des ſurfaces planes P*f*, & courbe P*e*, ſoit imperceptible à la vûë, par les raiſons que nous avons donné au ſecond Livre.

Il eſt viſible par cette conſtruction qu'on fait une portion de cône ſcalene, dont le ſommet eſt en S, à l'interſection des lignes PS & ES, qu'on doit conſiderer comme la projection des deux plans perpendiculaires à la portion de baſe PES, partie du ſecteur PEC; de ſorte que la ligne SC repréſente en projection l'axe de ce cône, qui eſt par conſéquent ſcalene; puiſqu'il n'eſt pas perpendiculaire à ſa baſe.

Second Cas.

De l'Arrondiſſement Conique Scalene d'une Encognure, dont les Taluds des deux faces ſont égaux.

Par l'exemple de l'arrondiſſement conique du cone Droit, on a vû qu'on peut arrondir une encognure ſaillante par ſa baſe, ſans en arrondir le ſommet, & dans l'angle rentrant arrondir le ſommet ſans arrondir la baſe. Nous faiſons voir ici au contraire, que par un arrondiſſement conique d'un cone ſcalene on peut arrondir le ſommet, ſans arrondir la baſe de l'encognure ſaillante ; & au contraire dans un angle rentrant, arrondir la baſe ſans arrondir le ſommet, ſoit que les taluds des faces ſoient égaux ou inégaux.

Fig. 28. Soit [*Fig.* 28.] l'angle ABE, ſommet d'une encognure rentrante, ou baſe d'une ſaillante, qu'on ne veut point arrondir, ou ſeulement l'arrondir d'un arc de cercle d'un plus petit rayon que l'oppoſée FG*f* ; ayant diviſé l'angle donné ABE en deux également par la diagonale BD, & d'un centre C, pris à volonté, ou déterminé par la longueur d'un rayon donné CT de l'arc de cercle d'arrondiſſement, on inſcrira cet arc entre les points d'attouchemens T & *t*, deſquels on tirera au point B les lignes TB, *t*B, qui ſeront celles de l'attouchement des faces en talud, au ſecteur de cone T*m*B, leſquelles couperont la projection des joints de lit de chaque aſſiſe aux points *l*, *k*, L, K, par leſquels menant des paralleles *l c*², *k c*³ aux rayons donnez de la baſe TC, *t*C, on aura ſur la diagonale CB les points *c*² & *c*³, qui ſeront les centres des arcs d'arrondiſſement des lits de chaque aſſiſe, dont les rayons ſeront les lignes *l c*², *k c*³, qui ſe termineront aux ſections des lignes d'attouchement TB & *t*B, avec les joints des lits 3K, 2*l*, paralleles à AB, & 3*k*, 2L paralleles à BE.

Application de ce Trait à la formation des Glacis des Fortifications.

C'est depuis peu une eſpece de régle dans les Fortifications, d'effacer les angles des Glacis, tant ſaillans que rentrans, par des arrondiſſemens qui élevent les Goûtieres & rabaiſſent les arêtes ; ce que l'on ne fait pas régulierement ſuivant les méthodes ordinaires ; voici la mienne.

Soit [*Fig.* 28.] l'angle donné ABE, rentrant à la paliſſade du chemin couvert, & ſon parallele FG*f* à la queuë du Glacis. Ayant prolongé la diagonale BG, je prends à volonté, ſuivant la convenance de l'ouverture de l'angle donné les longueurs égales GT, G*t* de part &

d'autre du point G, puis me retournant d'équerre ſur GT, la perpendiculaire T C rencontrant la diagonale G C me donne le point C pour centre de l'arrondiſſement T*mt* à la queuë du Glacis, duquel je tire les lignes droites au ſommet B, autant que je le juge néceſſaire, pour me donner des piquets d'allignement & de hauteur, par le moyen de ces bâtons égaux, qu'on appelle *jalons*, & dans quelques Provinces *voyans*, ainſi les lignes d'attouchement B T & B*t* ſont les termes des parties planes du Glacis, & de la ſurface conique de l'arrondiſſement, où ſe fait une jonction imperceptible de ces deux eſpeces de ſurfaces; il eſt viſible que pour l'angle ſaillant l'operation doit être la même, avec cette ſeule difference que l'arrondiſſement fait en G auroit été fait vers B.

Quoique ce ne ſoit pas ici le lieu d'examiner ſi les arrondiſſemens conviennent à tous les angles ſaillans des Glacis; je dirai en paſſant, que leur utilité eſt facile à prouver dans les ſaillans, qui ſont débordez, ou pour me ſervir d'un terme de marine *dépaſſez* par d'autres plus avancez dans la campagne, comme ſont les ſaillans au-devant des Places d'armes rentrantes; parce qu'ils ouvrent un libre paſſage aux feux des branches collaterales; mais ceux qui arrondiſſent les ſaillans les plus avancez ſont des Copiſtes peu judicieux, qui ne ſçavent pas faire du diſcernement de l'éxigence des differentes circonſtances.

Troiſiéme Cas où les Taluds ſont inégaux.

Ayant fait la projection horiſontale des aſſiſes de taluds inégaux, [*Fig.* 29.] on diviſera en deux également l'angle donné ABE, pour placer dans ſa diagonale BC le centre C de l'arrondiſſement, qui doit être un ſecteur de cone ſcalene tangent à deux ſurfaces planes A*b*, EB; on tirera de ce point C deux perpendiculaires C T, C*t*, égales au rayon de l'arc de cercle, qui doit faire le plus grand arrondiſſement, leſquels donneront les points d'attouchement T & *t*, des lignes AT & E*t*; on tirera de ces points au ſommet du cone les lignes T*b* & *tb*, qui ſeront les attouchemens des plans des faces en talud & du cone. Enfin du point C centre de ſa face, on tirera une ligne C*b*, qui ſera ſon axe, dans lequel tous les centres des arrondiſſemens des lits de chaque aſſiſe doivent ſe trouver, comme dans l'exemple précedent, par la ſection des lignes LC^1, KC^2 paralleles à TC; la ſeule difference de ce cas à celui-là eſt qu'à cauſe de l'inégalité des taluds, l'arête de l'angle des plans inclinez *b* B, ne ſe confond pas avec l'axe du cone; parce que la projection horiſontale de cet axe eſt inclinée à la diagonale C B de l'angle donné ABE. *Fig.* 29.

Explication démonſtrative.

Pour ſe former une idée nette de cette conſtruction, ſuppoſant que l'encognure ſoit ſaillante, on peut la regarder comme une portion de pyramide, dont la baſe de ſa ſurface eſt l'angle *a b c*, dans laquelle portion de pyramide tronquée on inſcrit une portion de cone, tournée en ſens contraire, ou renverſée à l'égard de la pyramide, & concevoir que ces deux ſolides ſont diviſez par des tranches paralleles & horiſontales.

Or puiſque ſuivant la Geometrie de l'infini on peut conſiderer la pyramide & le cone comme une ſuite infinie de tranches de figures ſemblables & paralleles à leur baſe; il eſt clair que ſi l'on fait des tranches ſemblables & paralleles à cette baſe, c'eſt-à-dire, renfermées par des ſurfaces ſemblables, dont les côtez ſoient en même raiſon entr'eux que leurs diſtances au ſommet, ou à la baſe, ces tranches raſſemblées formeront le même ſolide; puiſque les parties priſes enſemble ſont égales au tout.

Il n'eſt pas néceſſaire de démontrer que tous les ſecteurs de cercle C T *m t*, $c^1 l$ L, C^2 K *k* ſont ſemblables; puiſque, par la conſtruction, tous leurs rayons ſont paralleles entr'eux, & que de plus étant compris entre les lignes droites BT, B *t* & BC, ils ſont entr'eux dans le rapport de leurs diſtances au ſommet du cone *b*; puiſque *b k* : $k c^1$ :: B *l* : $l c^1$; donc tous ces arcs ſont ſemblables, proportionels, & tangens aux lignes des joints de lit, *ce qu'il falloit faire.*

Corollaire.

Il ſuit de-là que lorſque les arrondiſſemens coniques ne ſont pas des portions d'un cone entier, mais ſeulement d'un cone tronqué, on peut varier de differentes façons ces arrondiſſemens, dans les angles des taluds inégaux, ſelon les differentes circonſtances des points donnez, pour le commencement ou la fin de l'arrondiſſement, en haut ou en bas, & la grandeur des rayons des arcs de cercle du lit ſupérieur ou inférieur du cone tronqué. Par exemple:

Fig. 30.

Le rayon cD *& l'arc* Dmp *étant donnez, avec un point X, où l'on veut que l'arrondiſſement commence ou finiſſe, il faut trouver les deux lignes d'attouchement des faces en talud avec l'arrondiſſement conique, & le point X, où il finit de l'autre côté.*

Ayant fait la projection horiſontale des joints de lit de chaque aſſiſe par des lignes droites paralleles à l'ordinaire à leurs baſes AB & BE, & tiré les diagonales BC, *b*3 des angles ABE & *abe*, on prolongera la ligne

B*b* d'interſection des deux taluds indefiniment vers S; enſuite par le point donné X, & par l'extrémité *d* de l'arc d'arrondiſſement donné, on tirera une ligne X*d*, qu'on prolongera juſqu'à la rencontre de BS en S, d'où par l'autre extrémité D de l'arc donné on menera une ligne SD*x*, qui ſera celle de l'attouchement du talud, & de l'arrondiſſement conique, auſſi bien que X*d* de l'autre côté. Enfin du point S par le point *c*, centre de l'arc donné, on tirera une ligne SD juſqu'à l'interſection de la ligne BSC, diagonale de l'angle ABE, cette ligne SC ſera l'axe du cone ſcalene, dans lequel ſeront tous les centres des aſſiſes entre l'eſpace des deux diagonales BC & *b*3 des angles des baſes ſupérieure & inférieure ABE & *abe*.

Pour trouver les centres de chacune des aſſiſes compriſes entre ces baſes, il n'y a qu'à mener par leurs angles *g* & *i* des lignes *gf*, & *ih* paralleles à CS, & en porter les longueurs *fg*, *bi* ſur cette ligne, qui eſt une partie de l'axe du cone, pour y avoir les points 1 & 2, leſquels ſeront les centres des arcs K*k*, & L*l*, de l'arrondiſſement des lits de la premiere & ſeconde aſſiſe.

Corollaire II.

Secondement, *on peut agrandir ou diminuer l'Arrondiſſement dans une raiſon donnée.*

On veut, par exemple, que l'arc *ae* ſoit à l'arc donné A*m*E, comme deux eſt à cinq. On diviſera une des tangentes AB ou BE en deux parties, & l'on en portera cinq de D en *a* ou en *e*, & par les points *a* & *e*, & par les extrémitez de l'arc donné A & E on tirera des lignes *a*AS, *e*ES, juſqu'à la rencontre de DB prolongée en S, comme dans l'exemple précedent. Le point S ſera le ſommet du ſecteur de cone ſcalene, qui fait l'arrondiſſement, par lequel, & par le centre donné C, on tirera la ligne SC4, juſqu'à la rencontre de la diagonale D4 de l'angle *a*D*e*. Cette ligne S4 ſera l'axe du cone, dans lequel ſeront tous les centres des aſſiſes, entre les points C & 4, compris entre les deux diagonales BC & D4, des angles ABE & *a*D*e*. *Fig.* 31.

Pour avoir ces centres on tirera par les points *f* & *g*, d'interſection des joints de lits, des aſſiſes des deux faces en talud, des paralleles à la diagonale BC ou D4, leſquelles donneront les points 2 & 3, qui ſeront les centres des aſſiſes correſpondantes.

Ce *Trait* eſt celui que j'ai imaginé & fait exécuter à St. Malo, pour arrondir l'angle rentrant du flanc de la droite du Baſtion St. Michel, ſuivant l'intention de l'Ingénieur Directeur (M. Garengeau) qui vouloit ſagement y éluder par un arrondiſſement le choc des flots de la Mer,

leſquels auroient réjailli avec violence dans un angle rectiligne, au lieu que par ce moyen ils ne font qu'y couler en tournant. Cet arrondiſſement n'a pas moins bien réuſſi pour y raccorder les taluds inégaux de Flanc qui eſt au ſixiéme, & de la Courtine qui eſt au douziéme; car à moins que d'en être informé on ne s'en apperçoit pas, tant l'Art a de pouvoir pour cacher des difformitez, en quoi la routine d'un bon Appareilleur, & celle du Sr. D*** Ingénieur, mon Ancien de 16. ans avoient échoüé après une tentative.

Jusqu'ici nous n'avons pourvû qu'à la poſition des centres des arcs de cercles des joints de Lit, & à la longueur de leurs rayons, pour en former les cercles néceſſaires à les tracer par differentes portions, comme il convient à la longueur de chaque pierre; il nous reſte à donner les moyens de former les joints de Tête, tant pour trouver les biveaux des angles mixtes, que leurs ſurfaces forment avec le parement extérieur, que pour déterminer la courbure de leurs joints montans.

Premierement, à l'égard de l'angle mixte, que les arêtes des lits de deſſus & de deſſous doivent faire à la Courbe du parement avec la ligne droite du retour du joint, on doit en former le biveau ſur la projection horiſontale; puiſque toutes les aſſiſes ſont poſées horiſontalement; mais la direction des lignes des joints de tête, ne peut être priſe ſuivant notre régle du troiſiéme Livre, perpendiculairement aux arcs de cercle, c'eſt-à-dire, à leur tangente au point de la diviſion, lorſque les taluds ſont inégaux; parce que le plan du joint, paſſant par la direction horiſontale, qui ſera telle à l'égard d'un des lits, ne peut pas l'être à l'égard de l'autre; puiſque les arcs des arêtes des lits de deſſus & de deſſous ne ſont pas concentriques; or puiſque tous les joints de tête doivent être des plans verticaux, ils ne pourront être perpendiculaires aux arcs de l'arrondiſſement, que dans le ſeul cas où les taluds de faces ſont égaux, & l'arrondiſſement conique d'une portion de cone Droit, comme dans le premier, figure 27. où les lignes CF, CT, Ct ſont des joints perpendiculaires aux arcs.

Partout ailleurs où les arrondiſſemens ſont des portions de cone ſcalene, on ne peut les tirer des centres de chaque arc, ſans incliner le joint de tête, excepté le cas où la projection ſe confond avec celle du plus petit côté du cone.

Puisque la direction des joints ne peut être tirée du centre de chaque arc, il paroît naturel qu'on les tire du milieu des deux, qui comprennent les lits de deſſus & de deſſous de la même aſſiſe; ainſi Fig. 31. [Fig. 31.] au lieu de tirer le joint *it* du centre 4 de l'arc *ae*, ou du

centre 3 de l'arc 4L, auſquels ce joint ſe termine, il convient de le tirer du point 2, moyen entre les deux, & la direction de la coupe ſera juſte ſur le milieu de la pierre, & à-peu-près également fauſſe, au lit de deſſus & de deſſous; l'angle *ui* V ſera le biveau de tête du lit de deſſous dans un arrondiſſement concave, & *ui* V celui du lit de deſſus.

Secondement, à l'égard du joint montant, il eſt encore viſible, qu'il ne peut être une ligne droite que dans l'arrondiſſement qui eſt portion d'un cone Droit, ou dans le joint du milieu de l'arrondiſſement conique de cone ſcalene renverſé, entre deux taluds égaux, comme en *mo* ſur C B, figure 28; parce qu'il n'y a que ces deux cas où un plan vertical puiſſe paſſer par l'axe & par le ſommet du cone.

Dans tous les autres cas où les taluds des faces ſont inégaux, l'axe du cone devient incliné à l'horiſon; mais quoique incliné il ſe trouve encore un cas, que nous avons excepté ci-devant, dans lequel la projection de tous les rayons ſe confond avec celle de l'axe; de ſorte qu'ils paſſent tous par le ſommet S, comme aux joints *op*, *pn* [*Fig.* 31.] ou ils ſe trouvent dans le plan vertical qui paſſe par la projection de l'axe 4 S, & alors les joints *op*, *pn*, ſont des lignes droites, puiſque leur plan paſſe par le ſommet du cone.

Il reſteroit à déterminer la Courbe des joints montans des arrondiſſemens ſcalenes, ſi dans la pratique ils étoient ſenſiblement courbes; mais parce que la portion eſt peu conſiderable, approchant fort de la ligne droite, il ſuffit que l'on ſçache qu'elle n'eſt pas droite pour y avoir quelque égard.

Cependant comme nous tendons à la perfection, autant qu'il eſt poſſible, nous ferons remarquer que ces joints ſont toujours des ares de quelque ſection conique, qu'il ſeroit aiſé de reconnoître par la projection; car ſi l'on tire le joint montant, dont la projection eſt *lx*, [*Fig.* 28.] ou L*x* [*Fig.* 29.] du point C centre de la baſe du cone, & que du point B ſon ſommet en projection on tire une tangente à cette baſe, qu'elle touchera en *d*, la ligne B*d* repréſentera le côté du cone; ainſi il n'y aura plus qu'à examiner la direction de *lx* à l'égard de ce côté; ſi elle lui eſt parallele, le joint montant ſera une portion de parabole; ſi *lx* étant prolongée rencontre ce côté auſſi prolongé au delà de B, ce ſera une hyperbole, & ſi la même ligne rencontre le côté B*d* prolongé au delà de *d*, ce ſera une Ellipſe; parce que la projection ne change point la nature du triangle par l'axe du cone, ni les ſections, elle ne fait que les racourcir, comme nous l'avons dit au ſecond Livre. *Fig.* 28. & 29.

Si ces arcs étoient assez considerablement courbes pour qu'il fut nécessaire d'en chercher la courbure, nous trouverions assez de données pour les décrire, suivant les Problêmes du second Livre; car la direction du joint sera toujours un axe de la courbe, & l'intervale *lx* celui de l'abscisse de l'arc qu'on cherche. Le point *z*, qui coupe le côté *d*B au dessus de *l* sera le sommet de la courbe; parce qu'il est dans la section commune d'un triangle par l'axe C*d*B, & d'un plan qui lui est perpendiculaire; on a de plus la base, & l'obliquité de l'axe du cone scalene, qui est la hauteur verticale de l'encognure, dont l'intersection *b*B des faces en talud est l'hypotenuse, & le point B la projection de l'aplomb. On peut donc décrire ces courbes, ou par la voye de la projection, comme nous l'avons enseigné aux Problêmes du Chap. II. du 2.e Liv. ou par d'autres voyes suivant les Problêmes 35. 36. 37. l'arc qui aura *xl* pour abscisse sera celui que l'on cherche.

Application du trait sur la Pierre.

Lorsqu'on a trouvé par l'épure toutes les lignes, & tous les angles nécessaires pour en venir à l'exécution de tracer la pierre, il faut encore un peu d'attention & d'industrie pour en faire usage, & sçavoir connoître s'il est plus avantageux de les tailler par le moyen des panneaux ou par la méthode de l'équarissement. Dans les arrondissemens dont il s'agit, nous préferons cette derniere, mêlée si l'on veut de la premiere.

Fig. 30. Soit pour exemple une pierre à tracer, qui doive occuper l'espace *xqz*K de l'épure de la fig. 30. que nous supposons partie d'un arrondissement concave dans un angle rentrant.

On commencera, à l'ordinaire, par faire une surface plane, suivant le Problême I. laquelle servira pour un des lits de dessus ou de dessous, comme l'on voudra, lequel étant fait on retournera la pierre pour lui en faire un parallele. Ensuite ayant levé un panneau du quadriligne O K *tp* pour le lit de dessous, on l'appliquera sur la pierre pour y en tracer le contour, & en abatant les parties de la pierre, qui excedent les lignes *tp* & KO, on fera les deux joints de tête à l'équerre sur les lits de dessus & de dessous; de sorte qu'on en formera une espece de coin tronqué AFTB, fig. 32. ensuite ayant porté sur ces bases des *Fig.* 30. & 32. joints les longueurs *tq* d'un côté, & K*x* de l'autre; par les points *q* & *x* on élevera deux perpendiculaires *q*Q, *x*X sur ces bases par le moyen d'une équerre, lesquelles donneront au lit de dessus les points Q & X; ensuite on prendra la cerche de l'arc *xq* de la fig. 30. ou si l'on veut un autre panneau de lit *oxqp*, different du premier, po-

ſant les points *x* & *q* du panneau ſur les points X & Q trouvez, comme nous l'avons dit à l'arête du lit de deſſus de la pierre, & l'on tracera l'arc XQ ſuivant le contour du panneau & de la cerche. Enfin on tirera ſur les joints de tête des lignes droites *t*Q & KX, au lit de deſſus, & l'on abatra toute la pierre qui excede ces quatre traits; ſçavoir les deux arcs oppoſez K*t* au lit de deſſous, XQ à celui de deſſus, & les deux joints montans, que nous ſuppoſons ici droits, quoiqu'à la rigueur ils ne le ſoient pas, mais des portions d'arcs hyperboliques, à la vérité ſi peu concaves, qu'on peut les conſiderer comme droits, leur courbure étant preſque imperceptible dans l'exécution, ou tout au plus matiere à un petit ragrément. Au reſte ſi la courbure étoit ſenſible, nous avons donné les moyens d'y pourvoir. Il ne convient pas d'embroüiller ici une propoſition élementaire de tant de difficultez. Enfin le ſolide priſmatique *k*KXQ*t*T étant enlevé la pierre ſera achevée, le parement qui doit reſter en une ſera la ſurface gauche *k*XQ*t* concave, ſi l'angle eſt rentrant; & au contraire, ſi l'angle étoit ſaillant ſon arrondiſſement ſeroit la même ſurface renverſée, alors on conſerveroit toute la pierre, qu'il faut enlever dans cet exemple, en prolongeant les joints *q*, *t* & *x*K, vers C, & non pas vers O.

La Fig. 33. qui repréſente une pierre convexe peut faire voir d'un coup d'œil, que la maniere de la tracer eſt la même dans un ſens oppoſé. *Fig.* 33.

Uſage des Arrondiſſemens des Angles, & Remarques ſur les fautes qu'on y trouve ſouvent.

Lorsque les angles ſaillans des Fortifications ſont trop aigus, comme de 60 degrez & au deſſous, il convient de les arrondir pour leur donner plus de ſolidité; on doit ſeulement prendre garde de ne pas laiſſer une place aſſez grande à la diagonale, pour qu'un homme puiſſe s'y cacher à la vûë des parties flanquantes collaterales, à cauſe des inconvéniens qui en peuvent arriver.

On peut auſſi avoir d'autres raiſons d'arrondir les angles ſaillans, de quelque ouverture qu'ils ſoient, par la ſujétion des lieux. Quelquefois d'arrondir la baſe ſans toucher au ſommet du revêtement; comme, 1°. lorſqu'un chemin tourne au pied d'une terraſſe, dont on ne veut pas émouſſer l'encognure au ſommet par raiſon de ſimetrie, ou de propreté, ou pour y laiſſer une place de Guérite plus avancée pour la découverte des lieux circonvoiſins; alors l'arrondiſſement doit ſe faire

en portion de cone ſcalene, comme à la fig. 27. C*f*M*g*C, qui émouſſe la pointe du bas *f*B*g*, ſans toucher à celle du haut SC*s*.

2°. Si au lieu d'un chemin il paſſoit à cet angle une Riviere ou la Mer, comme aux Forts bâtis ſur les Rochers de la Conchée & du petit Bay, dans la Rade de St. Malo; alors il convient de faire l'arrondiſſement en portion de cone Droit, comme CFKGC, de la même fig. par raiſon de plus grande ſolidité, pour faciliter le paſſage des eaux, ou en éluder le choc & les retours, qu'on appelle en terme de marine *Remous*. Ce changement n'empêche pas cependant qu'on ne conſerve l'angle rectiligne du ſommet de revêtement, ſi l'on juge à propos; en ne commençant l'arrondiſſement qu'à la perpendiculaire tirée de la projection de cet angle à la baſe du talud.

Ces raiſons d'arrondiſſement peuvent être communes aux Ouvrages de Fortifications & d'Architecture civile. Dans les premiers il s'en trouve auſſi pour arrondir au contraire le haut ſans toucher à la baſe de l'encognure, comme lorſque le revêtement peut être un peu vû de la campagne au ſommet, & qu'on doit conſerver le pied; alors il faut que l'arrondiſſement ſoit fait en portion de cone renverſé comme aux fig. 28. & 29. 3°. Enfin s'il ne s'agit que d'émouſſer une arête trop aiguë du haut en bas, il doit être cylindrique, comme aux fig. 24. & 25.

Il eſt encoré à propos de faire attention aux effets des arrondiſſemens ſur les taluds qu'ils alterent.

1.° Le conique Droit n'augmente ni diminuë le talud des faces, ni dans l'angle rentrant ni dans l'angle ſaillant.

2.° Le conique ſcalene en ſituation naturelle, la baſe en bas & le ommet à celui de l'encognure, diminuë toujours le talud, que feroit 'arête de rencontre des faces, ſi l'angle n'étoit pas arrondi dans l'angle aillant, & au contraire l'augmente dans le rentrant.

3.° Le conique ſcalene renverſé augmente le talud dans l'angle ſaillant, & le diminuë au rentrant, plus ou moins ſelon la grandeur du rayon de la baſe du cone.

4.° Le cylindrique augmente le talud au retour des faces, mais non pas celui de l'arête de l'encognure, auquel il eſt égal dans ſon milieu.

D'ou il ſuit que ces arrondiſſemens ont des avantages ſelon leurs ſituations; car en rendant les taluds plus ou moins couchez, ils peuvent ôter ou faciliter l'accès des ſommets des encognures des revêtemens, & occaſionner ainſi ou empêcher la déſertion; une fâcheuſe expérience nous apprend que les Soldats ſe laiſſent couler dans les angles rentrans,

lorſque les revêtemens n'ont que 15. à 18. pieds de haut, ils ne l'oſeroient ſi les angles étoient arrondis en cone ſcalene renverſé.

Sans avoir recours à cette raiſon, on en a de fréquentes pour arrondir les angles rentrans dans les ouvrages qui ſont au bord de la Mer, afin que l'eau des *Lames* ou vagues, qui s'y viendroient briſer, n'y réjailliſſent pas avec violence, mais s'échapent à côté en tournant ſuivant le contour du parement, comme je l'ai exécuté au flanc du baſtion de St. Malo, dont j'ai parlé.

A l'égard des arrondiſſemens coniques Droits, on en fait à tous les angles rentrans des contreſcarpes; & parce que les taluds ſont ordinairement égaux de part & d'autre, il ne ſe rencontre pas de grandes difficultez dans cet arrondiſſement; mais lorſque les taluds des côtez de la contreſcarpe ſont inégaux, faute de les ſçavoir raccorder, bien des gens ſont obligez de trancher le nœud de la difficulté par un reſſault, comme je l'ai vû à la contreſcarpe de l'angle de la pointe de la Galere du Chateau de St. Malo.

Cette faute eſt rare à cauſe de la rareté du cas; mais il ſe préſente quelquefois une autre difficulté qui embaraſſe les gens ſans Theorie; lorſqu'un foſſé vient en baiſſant au retour de l'angle flanqué, & que l'on veut que l'arrondiſſement de la tablette de la contreſcarpe au chemin couvert, qui peut être de niveau, ne ſe ſente pas de cette irrégularité. Les ſimples praticiens tracent un arc de cercle dans le fond du foſſé, comme s'il étoit de niveau, & arrivent enſuite au ſommet, comme ils peuvent, en Ellipſe contre leur intention; il eſt cependant fort aiſé d'y finir par un arc de cercle, il n'y a qu'à tracer au rez du fond du foſſé la portion d'Ellipſe qui convient à la portion de cone renverſé, qui forme l'arrondiſſement.

La ſeconde faute des gens de routine, dont il paroît que le nombre n'eſt pas petit par la quantité de celles qu'on remarque dans les Places, c'eſt que pour tracer l'arrondiſſement, ils prolongent les faces des Baſtions & demi-Lunes juſqu'à la contreſcarpe, & commençant leur arrondiſſement aux points que donnent ces allignemens, prennent le centre des arcs d'arrondiſſement à l'angle flanqué du Baſtion ou de la demi-lune. Lorſque ces angles ſont Droits cela va le mieux du monde; mais comme ils le ſont aſſez rarement, ces arrondiſſemens font toujours un jarret avec les portions droites des contreſcarpes, auſquelles ils ſe réuniſſent; plus l'angle eſt aigu ou obtus, plus cette irrégularité eſt ſenſible, & comme on voit que cette jonction de droit & de courbe choque la vûë, quelques-uns en corrigent le jarret à vûë d'œil comme ils peuvent, d'autres l'y laiſſent, croyant que la choſe doit

être de même. Nous avons donné au Livre II. les moyens d'y remedier, non seulement pour les jonctions des arcs de cercle avec les lignes droites, mais aussi pour celles des arcs Elliptiques avec des lignes droites, par le moyen des tangentes, comme il convient de faire, lorsque l'arrondissement est Elliptique dans le cas de l'inclinaison du fond du fossé dont nous venons de parler; ce qui arrive souvent dans les Places bâties sur des hauteurs.

Le cas du raccordement des deux taluds inégaux arrive tous les jours aux traverses des Chemins couverts, dont on arrondit un peu les angles; parce que le côté du passage a peu de talud, & celui du parapet extérieur est plus couché; mais parce que ces angles se font en gazon, que l'on coupe comme on veut après qu'il est posé, les Gazonneurs n'y sont point embarassez, quelques coups de louchet en font l'affaire pour contenter la vûë; il n'en seroit pas de même s'ils se faisoient en pierres de taille.

CHAPITRE IV.

Des Voutes Planes, Horisontales ou Inclinées.

On peut faire des voutes dont les surfaces sont planes de differentes manieres.

1.° Les unes horisontales, qui ne s'appuyent que de deux côtez opposez, qu'on appelle *Platebandes.*

2.° Les autres aussi horisontales, qui s'appuyent de quatre côtez, que j'appelle *Voutes plates.*

3.° Les autres enfin inclinées à l'horison, qui s'appuyent sur deux côtez contigus, qu'on appelle *Trompes plates.*

Il faut remarquer que les pierres qui composent les voutes de ces trois especes s'appellent *Claveaux*, à la difference de celles des voutes concaves, qui s'appellent *Vousſoirs.*

PROBLEME VII.

Faire une Platebande.

On peut tracer l'épure de cette espece de voute de plusieurs manieres, qui reviennent toutes à la même fin, dans lesquelles il y a plus de disposition de goût que de Géometrie, & l'on peut dire que la solution de ce Problême est assez arbitraire pour la détermination de l'inclinaison

naiſon des joints en lit; car à conſiderer la conſtruction de la platebande dans la rigueur Méchanique, pourvû que les claveaux ſoient pyramidaux, & bien butez ils doivent ſe ſoutenir; parce que la partie ſupérieure eſt plus grande que l'ouverture inférieure, entre les appuis de ces tronçons de pyramide renverſée.

Soient les piedroits AM, BO, écartez de l'intervale AB, qu'on appelle, en terme d'Architecture, la *Portée* de la platebande; on la diviſera en deux également au point D, par lequel on lui tirera la perpendiculaire EDC, ſur laquelle on prendra DC égale à AB, ou bien ſuivant l'uſage ordinaire, on fera ſur AB le triangle équilateral ABS. Du point C, ou S, ſi l'on veut, on décrira un arc de cercle AFB, que l'on diviſera en autant de parties égales, que l'on voudra avoir de claveaux, comme ici en cinq aux points 1, 2, 3, 4, toujours en nombre impair, afin qu'il n'y ait pas de joint au milieu. Par le point C, ou S, comme centre on menera les rayons C 1, C 2, C 3, &c. juſqu'à l'extrados LG, qui ſera une parallele à AB, où ſe terminera la hauteur de la platebande. Plan. 31. Fig. 34.

La direction de ces rayons donnera l'inclinaiſon des joints en lit, ſur leſquels les claveaux s'appuyent mutuellement, comme *nx*, *oy*, *qz*, AG, & l'épure ſera faite.

Je baiſſe le centre de la coupe un peu plus que le ſommet du triangle équilateral, auquel les Architectes s'aſſujettiſſent; parce que la coupe A *a* ou B *b* du ſommier en eſt un peu moins oblique, & celle des claveaux donne des parties un peu moins inégales, & des angles *q* & *s* moins aigus auprès du ſommier AL, ou BN; en effet les arêtes du joint de lit de ce premier claveau ſont ſi aiguës ordinairement, qu'elles ſe caſſent à la charge pour peu que la pierre ſoit fragile. Les Architectes pour obvier à cet inconvenient ont imaginé de faire une portion de joint à plomb comme 1 *r*, qui fait un coude dans le joint *z*1*r*, & un pli dans le contigu, c'eſt-à-dire, un angle ſaillant dans l'un & rentrant dans l'autre claveau.

Mais il faut remarquer que ce retour d'équerre ſur le platfond AB, eſt autant de retranché de la longueur de la coupe inclinée, qui fait le ſupport des claveaux, & par conſéquent une diminution ſur la force de la platebande, qu'il ne faut plus compter de *q* en *z*, mais de 1 en *z*; parce que la partie verticale 1 *r* eſt inutile pour l'appui.

D'ou l'on doit conclure, que, lorſque les butées des piedroits ſont bonnes, il convient de prendre le centre encore plus bas que je ne le propoſe; parce que les angles des premiers claveaux en deviendront plus

forts, les inclinaiſons des lits moins differentes, & les claveaux plus uniformes à la vûë; puiſque leurs extrados augmentent ſur l'égalité des diviſions de la moitié de l'arc FB dans le rapport des tangentes.

Quelques Architectes pour plus de ſimetrie & d'uniformité ſe contentent de régler l'inclinaiſon de la coupe des ſommiers à l'angle de ſoixante degrez, par le moyen du côté du triangle équilateral; après quoi ils ne font plûs d'uſage du centre S; mais ils diviſent l'intrados AB & l'extrados *ab* en un même nombre de parties égales, & tirent les joints de tête de l'un à l'autre par les diviſions correſpondantes *nx*, *oy*, *qz*; tout cela ſe peut ſans inconvénient.

Il faut ſeulement remarquer que Mr. de la Hire, & ceux qui l'ont ſuivi ont réglé le calcul de la pouſſée des platebandes ſur le ſiſtême de l'inclinaiſon des lits des ſommiers au triangle équilateral, ce qui ſoit dit en paſſant, pour y faire attention dans la recherche de l'épaiſſeur des piedroits.

Il nous reſte à dire quelque choſe des moyens de donner de la ſolidité à ce genre de voute, où les pierres ſont dans une ſituation plus forçée que dans toute autre.

Pour cela les Architectes ſe ſont aviſez de differens expédiens. Les uns font des reſſauts ou redens, comme on voit en *gm*, *ef*, *t2* au milieu du joint; mais c'eſt une difformité qui n'eſt ſupportable que lorſqu'ils ſont cachez par quelques moulures, comme lorſque la platebande eſt taillée en Architrave, & que le reſſaut eſt caché ſous la ſaillie d'une face. Pour moi je préfere à cet artifice l'uniformité des joints unis, qui s'affaiſſent auſſi plus également à la charge de la platebande. Je voudrois cependant pour empêcher les claveaux de couler le long de leurs joints en lit y faire de petites cavitez hemiſphériques, propres à y loger une balle de plomb d'un pouce de diametre, moitié dans chaque claveau, & y en mettre deux au moins à chaque lit, ce qui eſt d'une exécution très facile; puiſqu'il ne s'agit que d'y pratiquer deux cavitez égales & bien également placées; quoique cette invention ſoit nouvelle, il me ſemble que la raiſon en aſſure le ſuccès.

D'autres Architectes au lieu de reſſaut dans le milieu des claveaux, en font au deſſus de l'extrados, qui ſe ſurpaſſent les unes les autres par des crochets, appellez *Croſſettes*, en s'élevant juſqu'à la clef, comme on voit en H7*x*; cet artifice eſt plus ſûr que le précedent, mais il n'eſt propre qu'à des portes ruſtiques, & ne feroit pas bien au deſſus d'une Architrave.

Enfin les plus timides fortifient les platebandes par des barres de fer dont ils traverſent les claveaux, ou par dedans ou par derriere, ou per deſſous, ce dernier eſt le plus déſagréable à la vûë & le plus mauvais: car le fer n'eſt pas d'une rigidité inflexible, il plie ſous la charge, comme on le voit en pluſieurs endroits; il faut avoüer que le fer eſt le grand antidote contre les affaiſſemens de cette eſpece de voute, cependant lorſque les butées ſont bonnes, & la pierre dont les claveaux ſont faits, de bonne conſiſtance, qu'on a ſoin de décharger la platebande du fardeau qui eſt au deſſus, par une Arcade apparente ou cachée, on peut s'en épargner la dépenſe mettant en uſage l'expedient que je propoſe.

Quelques Architectes au lieu de faire les joints apparens inclinez, comme ils doivent être, les ont fait à plomb, comme on en voit au dedans du vieux Louvre, ce que l'on appelle en *fauſſe coupe*; mais puiſqu'une telle ſituation de pierres ſans ſupport n'eſt pas naturelle, elle n'eſt pas belle ſelon moi; elle ne ſurprend point le ſpectateur, & ne fait point admirer l'induſtrie de l'Architecte par les connoiſſeurs; on conjecture bien que les claveaux ſont ſoutenus ou par des barres de fer, ou par de *bonnes coupes*, pratiquées au dedans des *fauſſes*, qui ne ſont qu'une trompeuſe apparence, comme on voit à la fig. 34.

Remarques ſur l'exécution.

Quoique le détail de la conſtruction ne ſoit pas de notre ſujet, je crois devoir avertir que quelque exactitude qu'on apporte à l'appareil & à la poſe des platebandes, on ne doit jamais les faire horiſontales ſur leur étayement, mais un peu bombées; parce qu'en ôtant leur ſupport elles s'abbaiſſent toujours un peu vers le milieu; on ne peut dire de combien doit être cet exhauſſement, pour que la charge mette le platfond de niveau; cela dépend, 1.° de la longueur de la portée, 2.° du nombre des claveaux, 3.° de la quantité de la pierre, & de l'adreſſe des Ouvriers qui la taillent, 4.° & enfin de l'attention à les poſer & ſerrer au joint.

On en voit une de vingt-ſix pieds ſix pouces de *portée* à l'Egliſe des Jeſuites de Nimes, dont les claveaux n'ont que deux pieds de coupe à la clef & qu'un pied d'épaiſſeur, M. Gautier dit qu'on lui donna ſix à ſept pouces de bombement en la poſant, & qu'elle ne deſcendit que de trois pouces, après qu'on eut ôté l'Etayement, de ſorte qu'elle bombe encore à préſent de quatre pouces.

Les Appareilleurs croyent qu'il faut que les platebandes bombent

un peu, prévenus qu'elles paroiſſent bomber en *Contrebas*, quand elles ſont exactement de niveau; c'eſt une erreur que l'optique condamne dans d'auſſi petites longueurs que celle qu'on peut donner à leur portée; car celle dont nous venons de parler eſt peut être la plus grande qui ait été exécutée, encore ne peut-elle l'être à ce point qu'avec bien des précautions, & une qualité de pierre d'une forte conſiſtance.

A propos de pierre forte, je dirai qu'il s'en trouve de telle, qu'on lui fait des tenons & des queuës d'yronde, comme à la menuiſerie; des témoins occulaires m'ont dit avoir vû en Languedoc des platebandes ſe ſoutenir avec très peu de butée, & qu'en ayant approfondi la conſtruction, ils ont trouvé les claveaux liez entr'eux par des tenons à queuë d'yronde, logez dans des mortoiſes, à peu près comme on en voit aſſez ſouvent aux bahus des gardefous des ponts. Fig. 34.e

Uſage des Platebandes.

Les platebandes ſont en uſage dans toutes les portes de Villes de Guerre, au deſſus de l'arcade de la baye cintrée, pour y pratiquer le renfoncement néceſſaire à loger le *Chevêtre* du pont levis, lorſqu'il eſt levé; mais comme ce renfoncement n'a pas une grande profondeur, les claveaux ſont liez avec les vouſſoirs de l'Arcade de la porte cintrée, ſur laquelle ils ſont appuyez; cependant on voit des portes où le centre C de la direction de la coupe des claveaux eſt plus près de la platebande que le ſommet d'un triangle équilateral fait ſur ſa portée, comme ſi l'on avoit craint la pouſſée & l'affaiſſement de la platebande, quoique dans cette circonſtance on doive placer ce centre beaucoup plus loin; parce que la butée eſt d'une force infinie au milieu d'un revêtement.

Cette mauvaiſe conſtruction peut venir apparemment de l'écartement qu'on a pû remarquer à quelques platebandes de portes de Fortification à demi-revêtement, où l'on n'a pas donné aux piedroits la largeur convenable pour leur butée; autre faute d'ignorance de Theorie. J'en ai vû un effet au Fort de L **, où malgré l'arcade de la baye cintrée au deſſous de la platebande, & une barre de fer miſe dans la conſtruction, & non après coup, la platebande s'eſt affaiſſée, & a fait écarter l'arcade en plein cintre de la baye au deſſous, faute de butée ſuffiſante, peut être pour ménager la grace d'un colifichet de pilaſtre.

Nous donnerons à la fin de cet Ouvrage des régles ſûres pour ne pas tomber dans cet inconvénient.

Les Architectes font auſſi des platebandes dans le même goût, en ſaillie au deſſus des Arcades, décorées de quelqu'Ordre par devant, pour continuer ſans retour les Architraves d'une colonne ou d'un pilaſtre à l'autre ; nous dirons notre ſentiment ſur cette ordonnance dans une diſſertation ſur les Ordres d'Architecture à la fin de cet ouvrage.

Quoique le principal uſage des platebandes ſoit de ſuppléer à la grandeur des pierres, qu'il faudroit employer pour faire les fermetures ou *Linteaux* des portes, & des Architraves d'une ſeule piece, comme les Anciens le pratiquoient, on emploïe auſſi le même Trait & appareil à faire les voutes plates entieres aux endroits où l'on n'a pas aſſez de hauteur, pour y en faire de concaves, dont il faudroit prendre la naiſſance trop près de terre; c'eſt ainſi qu'on a vouté les Chapelles ſouterraines de la nouvelle Egliſe Cathedrale de Cadix en Eſpagne, qu'on a rendu par ce moyen fort belles; les plus larges ont environ 24. pieds, & les claveaux que j'ai vû poſer ont trois pieds de queuë, d'une pierre peſante, quoique poreuſe & percée de trous comme la pierre ponce.

Nous ne diſons rien ici de l'application du Trait ſur la pierre, elle eſt trop facile pour s'y arrêter; il ne s'agit que de prendre l'ouverture des angles avec la fauſſe équerre & l'appliquer ſur les faces, ou ſi l'on veut lever un panneau de chaque claveau en particulier ſur l'épure, en tracer le contour ſur un parement dreſſé, & enlever la pierre qui l'excede au retour d'équerre ſur les arrêtes de la face; on ſe contente d'en repréſenter une à crocette à la fig. 34.[b] qui paroît tirée d'une pierre équarrie, où ce qui doit être enlevé, eſt diſtingué par des points & des hachures.

On a auſſi repréſenté à la fig. 34.[a] un claveau en *fauſſe coupe* déſſiné en perſpective, pour en mieux faire voir les differentes ſurfaces.

Des Voutes Plates.

Ce nom eſt auſſi nouveau que l'invention de ces voutes, qui ne ſont pas des platebandes, en ce qu'elles butent de quatre côtez, & que les claveaux ſont faits tout differemment.

L'Epoque de cette invention que nous tenons de M. Abeille, fameux Architecte, qui a été dans le Corps des Ingénieurs, eſt de l'année 1699. ſuivant la date de l'approbation de l'Academie des Sciences. Voici mes conjectures ſur ſon origine.

Serlio, à la fin de ſon premier Livre de Géometrie, qu'il a com-

posé à Fontainebleau en 1545. a donné une maniere de faire des planchers avec des poutrelles trop courtes pour être appuyées de part & d'autre sur les murs des sales, par le moyen d'une certaine disposition, qui consiste à les faire croiser alternativement, ensorte qu'elles s'appuyent réciproquement le bout de l'une sur le milieu de l'autre, duquel
Fig. 36. arrangement on voit le premier élement à la fig. 36.

Quand je dis le premier élement, je n'entends pas celui de tous les arrangemens possibles, qui est le triangulaire qu'on voit à la fig. 35. lequel est sans contredit le plus simple, n'étant composé que de trois pieces, AK, ID, BG, qui s'appuyent réciproquement le bout de l'une sur le milieu de l'autre; mais comme cette disposition donneroit des angles trop aigus si on l'imitoit en pierre, nous n'en tirerons aucun avantage pour la construction des voutes plates.

Wallis dans ses Oeuvres de Mathematiques en Latin, en 3. vol. in-folio vers la fin du I. a varié de differentes manieres l'arrangement des poutrelles pour produire le même effet, parmi lesquels il y en a dont il cite des exemples exécutez en Angleterre.

On ne peut douter que nos voutes plates n'ayent été imitées de la Charpente; car si l'on considere chaque parallelograme de l'extrados de la fig. 37. comme une piece de bois, on verra qu'on a supplée aux entailles & aux tenons de la fig. 36. par des taluds sur les côtez, & par des coupes en surplomb sur les bouts; les uns & les autres conservant toujours cette figure d'arrangement, que les Architectes appellent à *Bâtons rompus.*

Mais ce qui rend l'invention de cette voute plus ingénieuse que la Charpente, c'est que par le moyen de ces taluds, & de ces surplombs prolongez, on remplit le vuide qui restoit entre les poutrelles dans le parement inférieur, où l'on forme un platfond continu, & d'une figure differente de la Charpente; puisqu'il est tout composé de quarrez parfaits,
Fig. 37. arrangez de suite en échiquier [*Fig.* 37.] qu'on appelle en Architecture *en déliaison*, ce qui rend l'artifice digne d'admiration.

Il n'en n'est pas de même dans la surface supérieure, elle ne peut être continuë; parce que les coupes des taluds restent en partie découvertes, de sorte qu'il s'y forme des vuides en pyramide quarrée *abcds* renversée, dont le sommet *s* est en bas à la croisée des quatre joints; mais cette imperfection donne occasion de faire un compartiment de pavé agréable & varié; parce qu'on peut y mettre des carreaux d'une couleur differente de celle des premieres pierres, & si l'on n'habite pas le haut de la voute, on peut se contenter de remplir le fond de ces

pyramides d'un peu de mortier ou de plâtre pour y boucher le paſſage de l'air, & épargner ainſi une charge inutile à la ſolidité de la voute.

Cette interruption de continuité a donné occaſion au P. Sebastien, Carme de l'Academie des Sciences, de chercher un moyen de remplir les vuides pyramidaux par des claveaux mixtes, dont les lits ſont des ſurfaces gauches, ce qui cauſe quelque difficulté dans l'exécution, parce qu'il faut de bons Ouvriers & une grande attention pour faire de telles ſurfaces concaves & convexes, qui s'ajuſtent bien l'une dans l'autre.

J'ai trouvé deux autres moyens de les remplir en faiſant des ſurfaces de joints & de lits planes, & une troiſiéme de les faire mixtes, partie planes, parties coniques tangentes aux planes, comme je le dirai à la ſuite des Traits de M. Abeille, & du P. Sebastien.

Probleme VIII.

Faire une Voute plate de Claveaux égaux entr'eux, dont les joints de la Doële ſoient en Echiquier, & ceux de l'Extrados en differens Compartimens.

Premiere façon, où l'extrados eſt en compartiment de *Bâtons rompus*. On trouve ce premier *trait* de l'invention de M. Abeille, dans le recueil des Machines de l'Academie des Sciences [Tom. I. pag. 159] d'une maniere à laquelle je ne crois pas devoir me conformer, dans ce qui concerne l'épaiſſeur de la voute, j'en dirai la raiſon.

L'Auteur veut que *le quarré du parement de Doële des Claveaux étant déterminé à une certaine grandeur, l'épaiſſeur de ces Claveaux ait les trois quarts de la longueur du côté de ce quarré, & que la coupe des panneaux des joints ſoit d'un tiers de cette épaiſſeur.*

D'où il ſuit une abſurdité, que plus les quarrez ſeront grands plus la voute doit avoir d'épaiſſeur, ſuppoſant, par exemple, le côté du quarré de 12. pouces, l'épaiſſeur de la voute ſeroit de 9, & la coupe de 3, & ſi au lieu de 12 pouces les quarrez en ont 24, l'épaiſſeur de la voute ſera de 18, & la coupe de 6; cependant le nombre des joints diminuë dans la voute; par conſéquent l'épaiſſeur & la coupe, c'eſt-à-dire, l'appui des claveaux, au lieu d'augmenter devroit plutôt diminuer; ce raiſonnement eſt tout ſimple, en effet ſi les quarrez avoient trois pieds de côtez, y auroit-il de la raiſon de faire une voute de 27 pouces d'épaiſſeur?

Je croi donc que l'épaiſſeur de la voute en une affaire de jugement, indépendante de la grandeur des quarrez de la doële, où l'on ne doit avoir égard qu'à la largeur totale, au nombre de ſes claveaux, & à la

qualité de la pierre qu'on emploïe, qui doit occaſionner une plus grande épaiſſeur qu'on ne juge néceſſaire, ſi elle eſt caſſante, cela ſuppoſé.

AYANT diviſé le platfond en un certain nombre de quarrez pour autant de claveaux, on tracera l'épure de la doële en Echiquier, ſur laquelle on ajoutera celle de l'extrados, comme on le voit ponctué à la figure 37.ª ce que l'on ne peut faire qu'après avoir réglé l'épaiſſeur de la voute & la coupe, c'eſt-à-dire, l'inclinaiſon des lits des claveaux, qui forme leurs appuis, & tient lieu des entailles dans la charpente du plancher de SERLIO dont nous avons parlé. *Fig.* 37.ª

CETTE inclinaiſon devroit être réglée à l'angle de 45 degrez, pour que la partie horiſontale de l'appui fut égale à la hauteur de l'épaiſſeur du claveau; cependant à cauſe que cette inclinaiſon donne une arête un peu foible, on peut augmenter le nombre des degrez de l'ouverture; mais on augmentera auſſi la pouſſée; parce que la partie horiſontale de la coupe, dans laquelle conſiſte tout l'appui, diminuë à l'égard de l'épaiſſeur. Suivant la régle cette partie n'étant que *le tiers de l'épaiſſeur*, l'angle aigu ſera de 71 degrez 34', qui a pour tangente le triple du ſinus total, ce qui donne un angle fort ouvert, & par conſéquent beaucoup de pouſſée ſans néceſſité; au reſte comme les figures du recueil ne s'accordent pas avec cette partie du diſcours, on peut ſoupçonner qu'il y a quelque erreur dans l'un ou dans l'autre.

QUOIQU'IL en ſoit, la Retombée de la coupe étant déterminée, on la portera de part & d'autre des côtez des quarrez de la doële, & l'on tracera les lignes paralleles, qui ſe croiſeront & formeront la figure qu'on voit au deſſus, au chiffre 37.ᵇ compoſée de rectangles *t b*, *e a*, qui auront en longueur le quarré de la doële, plus deux fois la retombée en ſaillie, au-delà de chacun des côtez oppoſez du quarré; & en largeur celle du côté du quarré, moins deux largeurs de la retombée. Entre leſquels rectangles ſeront des quarrez vuides *a b c d*, qui auront pour côtez le double de la retombée, traverſez alternativement par les rectangles de l'Extrados de deux en deux, comme on le voit dans la figure, qui eſt en cela parfaitement conforme à la charpente de SERLIO, de la figure 36.

Application du Trait ſur la Pierre.

COMME tous les claveaux ſont parfaitement égaux, excepté les parties de ceux qui entrent dans les murs, où ils n'ont pas beſoin de coupe; il nous ſuffit d'en tracer un pour ſervir de modele à tous les autres.

AYANT

Ayant fait deux paremens oppoſez, & jaugez à une pierre de longueur & d'épaiſſeur convenable, on ajoutera deux fois la retombée *pu* [*Fig.* 41.] de la coupe *gu*, à la largeur *us* d'un côté du quarré de la doële tracée à la fig. 37.[a] pour former un rectangle *go* qu'on tracera à l'extrados, dans lequel on menera les lignes *ke*, VT, *il*, F*f*, à diſtance du point *g* & Q égale à la retombée *pu*; puis ayant repairé au parement oppoſé de la doële les points *u* & *s* par des retours d'équerre, on y ſera les lignes *ut*, *sr* paralleles à VT, *f*F, & la pierre ſera tracée.

Il ne s'agit plus que d'abatre à la régle des priſmes triangulaires, qui formeront les coupes en talud, & en ſurplomb; ſçavoir *gpus*TG, & ſon égal Q*sqo* pour former les deux coupes en ſurplomb, enſuite *gkuse*Q & ſon égal oppoſé G*ltroi* pour les coupes en talud, & le claveau ſera fait tel qu'on le voit par deſſus à la fig. 1.[e], par deſſous à la fig. 1.[d], par le bout à la fig. 1.[f] & par le côté à la fig. 41.

Il ne reſte plus pour la conſtruction de la voute qu'à arranger les claveaux ſur un plancher d'Etayement de niveau, dans le même ordre qu'on les voit à la fig. 37.[b] s'appuyant réciproquement les uns ſur les autres. Il reſtera un vuide entre quatre marqué *abcds* en pyramide renverſée, dont le ſommet, c'eſt-à-dire, la pointe, eſt au fond du creu en *s*, & à la jonction du platfond au ſommet commun de quatre angles droits.

Seconde Maniere de Vouteplate ſans vuide à l'Extrados par le moyen des Claveaux Mixtes.

Si l'on inſcrit la partie ſaillante du Polygone de la tête du claveau *iKlm* [*Fig.* 37.[b]] dans un arc de cercle convexe, comme en *nop* [*Fig.* 38.[b]] & la rentrante *mqrs* dans un arc concave de même grandeur que le précedent, & que l'on opere de même ſur les côtez oppoſez, on aura une figure curviligne, quadrilatere *ntzxypon* ſemblable par ſes bouts à un tranchet de Cordonnier, laquelle ſera le contour de l'extrados d'un claveau, dont l'intrados reſtera cependant quarré, tel qu'on le voit par deſſous à la fig. 2.[d] & poſé en échiquier, comme à la maniere précedente.

Ce claveau ainſi tracé, on abatra à la régle des figures ſolides curvilignes mixtes, au lieu des priſmes qu'on a enlevé dans la maniere précedente, ſuivant ce que nous avons enſeigné au Chapitre premier pour la formation des ſurfaces gauches mixtes. Ainſi l'on formera deux ſurfaces creuſes en talud pour les lits de deſſous, & deux con-

vexes en ſurplomb pour les lits de deſſus, comme on voit à la fig. 38.ᵖ en perſpective.

Quoique l'exécution de ces ſurfaces gauches ſoit très poſſible, il eſt cependant vrai dans la pratique qu'il eſt plus difficile de les former que les ſurfaces planes, & qu'il eſt rare qu'elles conviennent aſſez exactement pour que la convexe s'adapte parfaitement dans la concave; c'eſt ce qui m'a donné occaſion d'imaginer trois autres moyens de remplir les vuides de la voute de M. Abeille, plus faciles que celui du P. Sebastien, en ce que les côtez des claveaux ſont des parties de ſurfaces courbes régulieres, dont la taille eſt plus ſimple que celle des gauches, ou des parties de ſurfaces planes.

Troiſiéme Maniere, où les Lits des Claveaux ſont des Surfaces partie Courbes, partie Planes.

Si au lieu d'inſcrire la tête entiere du claveau *iKlm* de la fig. 37.ᵇ on décrit ſeulement un quart de cercle du point *u* pour centre, & pour rayon la moitié du vuide *u m* dans la tête ſaillante en ſurplomb, & de même du point V pour centre dans le lit rentrant concave *m q*, on aura la baſe d'un cone ſcalene, dont le ſommet ſera en *m*, les lignes *um* dans le convexe *lm*, & V*q* dans le concave *mq* repréſenteront en projection les axes; par ce moyen les têtes des lits *kl*, *qr* reſtant planes en ſurplomb & en talud, ſeront d'une plus facile exécution, & le contour des joints de l'extrados ſera un compartiment mixte, auſſi agréable au moins que le précedent, où les courbes ne feront aucun jarret; parce que la ligne qui paſſe par les centres oppoſez, paſſe auſſi par le point d'attouchement des arcs tournez en ſens contraire, & les parties courbes des lits étant des ſurfaces coniques régulieres ſe pourront exécuter plus facilement.

Quatriéme Maniere en Surfaces Planes, où le Compartiment de l'Extrados eſt compoſé d'Exagones & de Dodécagones irreguliers.

Fig. 39.ᶜ Si l'on ajoute aux têtes des claveaux de M. Abeille un triangle, comme *d s a* au claveau *e a* de chaque côté des deux têtes, qui ſoient le quart du vuide *a b c d*, on aura une pyramide triangulaire *a m d s* [*Fig.* 42.] qui eſt repréſentée droite au claveau renverſé *d*, & renverſée au claveau vû par deſſus 39.ᵖ laquelle rempliſſant le quart de vuide, il eſt évident que les quatre rempliront le tout, & ces quatre triangles ajoutant chacun deux côtez aux quatre du rectangle *a e*, il en réſultera une figure de 12 côtez, telle qu'on la voit ſous la fig 39. en 3ᵉ, par ce moyen tous les lits ſont des ſurfaces planes.

Quoique le compartiment fait de ces dodécagones irréguliers mêlez d'exagones, ne ſoit point déſagreable à la vûë, comme on le voit à la fig. 39.[b], on peut encore le varier & changer en celui qu'on appelle en terme de Vitrerie *Pieces de Bornes*, il ne s'agit que d'y graver quelques faux joints, comme l'on voit en *ef*, *gb*, d'où il réſulte un mélange de quarrez & d'exagones oblongs.

Cinquiéme Maniere, dont l'Extrados eſt en compartiment de quarrez, réguliers diagonalement oppoſez à l'autre de l'Intrados.

Si après avoir tracé les quarrez de la doële, comme on a fait dans tous les traits précedens, on prend leurs côtez pour les diagonales d'autres quarrez, on aura pour épure de l'extrados la fig. 40.[b] à l'égard de celle de la doële 40.[a] ce qui donnera pour chaque claveau vû par deſſus la fig. 4.[c] & par deſſous 4.[d] en projection; les parties triangulaires rentrantes *asd* ſeront évuidées en pyramides quadrangulaires, dont un côté de la baſe ſera le côté du quarré de la doële *ad*, & l'autre l'épaiſſeur de la voute *a*A [*Fig.* 4.[f]] qui eſt le profil du claveau vû dans ſa longueur, comme 3.[f] l'eſt par ſa largeur coupée au milieu. *Fig.* 40.

Ou il faut obſerver que la pointe ſaillante *p* de la fig. 4.[c] étant trop aiguë pour être conſervée entiere, ſoit en la taillant, ſoit à la charge, il convient de la renforcer, comme on voit au profil 4.[f] en R, *r*; mais parce que cette coupure affoiblit le claveau dans ſon milieu, il faut y avoir égard lorſqu'on en régle l'épaiſſeur.

L'Application du Trait de toutes ces Voutes ſur la Pierre n'a aucune difficulté; il ne s'agit que de dreſſer un parement pour y tracer l'extrados, qui eſt toujours plus grand que la doële, & y inſcrire le quarré du parement de cette doële, comme il eſt à l'épure; enſuite ayant retourné la pierre, & l'ayant jaugé pour lui faire un ſecond parement bien parallele, on fera un des joints à l'équerre, ou ſeulement deux plumées pour reporter au deſſous par des traits d'équerre les quatre angles du quarré de la doële, laquelle étant tracée on abatra la pierre qui excéde les côtez de la doële & de l'extrados, ſuivant la nature de la ſurface plane ou gauche de ſes joints en lit, dont les uns ſont couchez en talud dans les rentrans, & les autres en ſurplomb dans les ſaillans, comme on pourra le voir en jettant les yeux ſur les figures qui ſont au bas de la planche, où celle qui eſt marquée en perſpective 41.[b] repréſente un quartier de pierre, tracé pour un claveau rectiligne rectangulaire vû par deſſus; la ſuivante 38.[b] repréſente auſſi en perſpective un claveau de la 2.[e] eſpece mixte, vû

par deſſus, les figures à côté du chiffre 42. repréſentent un claveau tracé pour la ſeconde eſpece à extrados en dodécagone, vû par le deſſous en *d*, & par deſſus en 39.ᵇ Enfin la figure 43. repréſente de la même maniere en façon de perſpective un claveau à extrados, diviſé en deux quarrez, vû par deſſus.

Quoique toutes ces figures donnent une bonne idée de la conſtruction, on peut s'éclaircir encore mieux de leur effet en coupant du Trait.

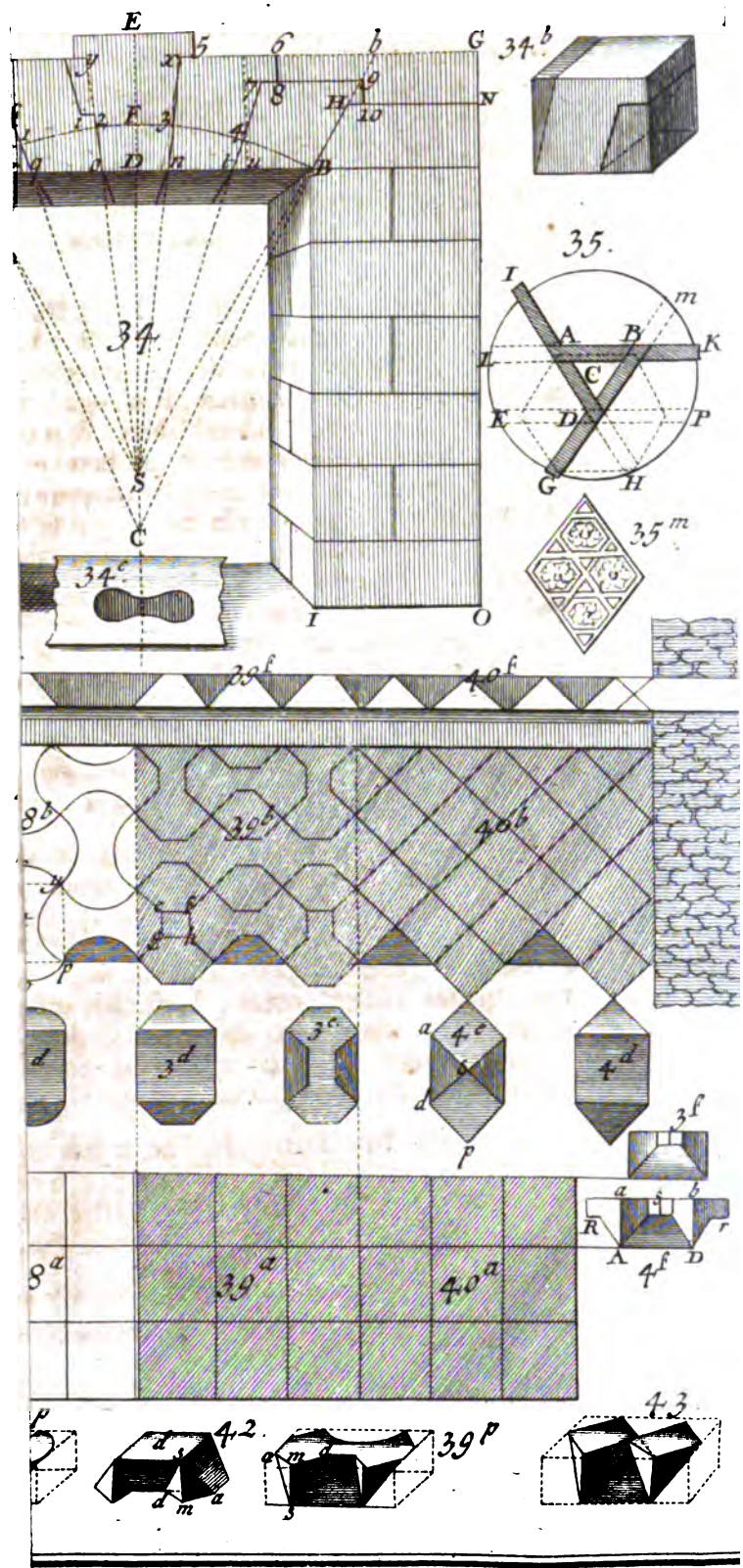
Nous avons dit que l'arrangement triangulaire des poutrelles, qui ſe ſoutiennent mutuellement, comme à la fig. 35. étoit peu propre à ſervir de modele pour des claveaux de voute plate; parce que les angles de faite ſont inégaux, l'un aigu IDB, l'autre obtus IDG, d'où il réſulte des figures diſſemblables, & ſi on les faiſoit égaux, il ſe formeroit ſix angles au point D, au lieu qu'il ne s'en forme que deux en *d* à la figure 36. & ſi on mêle l'arrangement de triangles équilateraux & d'exagones, comme à la fig. 35.ᵐ il ſe formera encore quatre angles oppoſez au ſommet D, ſçavoir deux aigus de 60 degrez, & deux obtus pour les exagones, laquelle diſpoſition pourroit cependant être exécutée en pierre dans le même ſiſtême des claveaux de M. Abeille, faiſant des taluds de part & d'autre de leur longueur, leſquels du côté des angles obtus ſerviroient de coupe à des claveaux exagones d'une ſeule piece, qu'on pourroit décharger d'une partie de leur peſanteur en y pratiquant un renfoncement de moulure, & l'orner au milieu d'un Roſon, ſuivant le goût de l'Antique, ce qui feroit un beau platfond, comme on en voit l'idée à la figure 35.ᵐ

Fig. 35.ᵐ

Je pourrois propoſer une infinité de variations des doëles plates, auſſi bien que des extrados; car quoique je les aye fait toutes quarrez en Echiquier, rien n'empêcheroit qu'on ne les fit octogones régulieres avec des petits quarrez entre quatre claveaux; car puiſque la force de la voute ne conſiſte point dans le vuide du quarré *abcd* [*Fig.* 37.ᵇ] qui n'eſt qu'une charge inutile, il eſt clair qu'on pourroit en émouſſer les angles autour du milieu du quarré, diſpoſé diagonalement, que l'on pourroit remplir d'un claveau, qui auroit à l'extrados la figure d'un autre quarré circonſcrit à ce premier.

Si au lieu d'un quarré *abcd* on faiſoit un trou rond, il ſe formeroit à la doële des quarrez à pans coupez à oreilles, qu'on pourroit orner de moulures ravalées, & y mettre au milieu un Roſon, ce qui déchargeroit auſſi la voute d'une partie d'un fardeau inutile.

D'ou il eſt aiſé de conclure que les voutes plates, tant en arrangement quarré qu'en triangle, peuvent être variées de pluſieurs façons ſans


E
G
N
O
I
S
C
34
34.b
35.
35.m
34.c
39.f
40.f
8.b
39.b
40.b
3.d
3.c
4.e
4.d
3.f
4.f
8.a
39.a
40.a
42
39.p
43

en alterer la premiere ſolidité ; puiſque tous les vuides qui reſtent entre les poutrelles de la charpente ne ſont remplis aux voutes que d'un fardeau, dans l'eſpace duquel l'Architecte peut exercer ſon génie. Il pourroit même donner à la doële l'arrangement des Bâtons rompus de l'extrados, & ne couvrir les vuides que d'une Dale ou pierre fort mince.

Remarque ſur l'Uſage.

Puisque les coupes des claveaux des *Voutes plates* ſont tournées de quatre côtez alternativement, il eſt clair que ces voutes pouſſent auſſi de quatre côtez, à la difference des *Platebandes*, qui ne pouſſent que de deux côtez ; d'où il ſuit qu'elles ſont la moitié moins d'effort que les platebandes pour renverſer leurs piedroits, & par conſéquent demandent moitié moins d'épaiſſeur de mur, ce qui eſt un avantage.

Cependant il faut conſiderer que le poid que les claveaux du milieu ont à ſoutenir eſt trés conſiderable ; puiſque dans un quarré de 36 claveaux les quatre du milieu ſont chargez d'un poids égal à quarante fois leur propre peſanteur, ſuivant le calcul de Wallis, pour la charpente ; ainſi pour peu que la pierre ſoit caſſante ou *filardeuſe*, c'eſt-à-dire, ſujete à avoir des *fils* ou des liaiſons naturelles, il y a beaucoup à riſquer ; car ſi un claveau ſeul vient à manquer, toute la voute tombera, ce qui ne peut arriver à une voute en platebande, où les claveaux ſont en liaiſon, & où ils s'appuyent ſur leurs lits & non pas ſur leurs têtes, comme dans les voutes plates où elles ſont encore affoiblies par leurs corps.

D'ou il ſemble que l'on doit conclure que cette invention eſt plus ingénieuſe qu'utile ; du moins dans une étenduë un peu conſiderable. Je la crois ſeulement propre à vouter quelques cabinets que l'on veut mettre hors d'atteinte des accidens du feu ; parce que n'étant pas concave, elle ne demande pas plus de hauteur d'étage qu'un plancher ou un platfond de plâtre, qu'on ne peut faire ſans mélange de bois. On peut auſſi en diminuer la portée en fortifiant ſa naiſſance par une vouſſure ſuivant l'uſage ordinaire, ce qui eſt une décoration fort à la mode dans les étages un peu exhauſſez.

A l'égard des précautions néceſſaires dans ſa conſtruction, il eſt de la prudence de ne pas poſer les claveaux ſur un étayement de niveau, mais un peu bombé vers le milieu, afin que lorſqu'on le décintre le platfond ne bombe pas en *Contre-bas*, l'affaiſſement étant inévitable, quelque précaution qu'on prenne dans l'Appareil.

Il eſt encore viſible que l'on peut diminuer conſiderablement la pouſ-

ſée de ces voutes, en faiſant aux claveaux des appuis à entrailles; car ſi l'on pouvoit, comme dans la charpente, ne les pas faire en plans inclinez, il n'y auroit point de pouſſée, mais ſeulement de la charge ſur les piedroits.

La démonſtration de la ſolidité de ces voutes dépend de l'examen de l'arrangement Méchanique de ſes parties, où l'on voit une ſuite de leviers, dont les appuis ſe renvoyent la charge de l'un à l'autre juſqu'aux piedroits, tel eſt celui de la figure 35. & de la figure 36. où l'on peut ſe repréſenter que le vuide qui reſte dans cette charpente eſt rempli par l'élargiſſement en talud de chaque côté des claveaux pour tenir lieu des entrailles qu'on pratique dans le bois, & recevoir la piece qui croiſe. Ainſi en réuniſſant le poids de chacun des claveaux à ſon centre de gravité, & à ſon appui ſur le ſuivant, on les réduira à autant de leviers qui s'appuient réciproquement les uns ſur les autres, comme dans la charpente, & par gradation on parviendra à la connoiſſance du poids, dont chacun d'eux eſt chargé, avec d'autant plus de facilité que la charge tombe toujours au milieu du levier. J'en ferois ici le calcul s'il n'avoit été fait par Wallis, & s'il s'agiſſoit ici de Méchanique.

PROBLEME IX.

Faire une Voute plate inclinée à l'Horiſon, qui ne s'appuye que ſur les deux côtez inférieurs contigus.

En Termes de l'Art.

Faire une Trompe plate.

On trouvera peut-être étrange que dans un commencement de pratique j'entre dans les *Traits* difficiles, mais l'ordre des choſes le demande; puiſqu'il s'agit ici des voutes qui ne ſont compoſées que de ſurfaces planes, & que nous avons fait preceder des principes qui en ont déja réſolu toutes les difficultez.

Fig. 44. Soit [*Fig.* 44.] le quarré ABCD la projection horiſontale d'une ſurface plane inclinée à l'horiſon dans un angle rentrant de deux murs, *Fig.* 45. comme on la voit à la figure 45. en petit profil, ſur leſquels elle doit s'appuyer.

On commencera par tracer l'angle de ſon inclinaiſon par un profil, dont nous prenons ici la baſe pour la commodité du trait ſur le côté CB, ſur lequel ayant élevé une perpendiculaire B*a* égale à la hauteur de l'inclinaiſon d'un des côtez de la Trompe, on tirera la ligne C*a*, qui ſera la rencontre de ſa ſurface avec le piedroit du mur. Et parce que

les quatre cotez ſont ſuppoſez égaux, ce profil ſervira pour tous; c'eſt-à-dire, que la ligne C a exprimera la vraye longueur des quatre côtez CA, CB, AD, BD, qui ſont racourcis dans la projection.

Formation de la Figure de la Doële.

Les quatre côtez de la doële étant donnez par le profil, il ne reſte plus qu'à trouver les angles qu'ils font entr'eux, dont les oppoſez ſont égaux, & ceux qui ſont de ſuite ſont leurs ſuplémens à deux droits. Du point C pour centre, & pour rayon C a, on décrira un arc de cercle ab, dans lequel on inſcrira la diagonale AB du plan horiſontal en ab; puis des points a & b pour centre, & pour rayon C a, on fera une interſection d'arcs en ^2b, à laquelle on tirera les lignes $a\,^2b$, $b\,^2b$, & bC, le Rhumbe, C$b\,^2ba$ ſera la vraye figure & grandeur de la ſurface de la doële, dont ABCD eſt la projection.

Panneaux de Tête, ou Elevation d'une des Faces en Saillie.

Ayant prolongé indéfiniment les côtez AD, CB vers ^{2}H & a^2, on portera la hauteur B a en B a^2, & deux fois la même de D en ^{2}H; puis on tirera a^2, ^{2}H, qui ſera l'élevation de l'arête de rencontre de la doële & d'une des faces.

Presentement pour y marquer les joints de tête des claveaux, on décrira de la pointe C de la trompe un arc AB, qu'on diviſera en tel nombre impair que l'on voudra pour autant de claveaux, comme ici aux points 1, 2, 3, 4, par leſquels on tirera des lignes Ci, CK, CE, CF, qui feront les projections des joints de lit; par les points E & F, où ils rencontrent la projection de la face DB, on lui élevera des perpendiculaires Eg^e Ff^2, qui couperont l'élevation a^2 ^{2}H aux points g^e f^2, par leſquels & par le point D, on tirera les joints de tête f^2 ^{2}4, g^e ^{2}3, & on aura l'élevation d'une des faces à laquelle l'autre eſt égale, par la ſuppoſition que la trompe ne ſoit pas biaiſe, ni irréguliere.

Panneaux de Doële.

Les intervales des joints de tête étant trouvez, comme nous venons de le dire, on les portera ſur la doële étenduë de part & d'autre de l'angle ſaillant, comme ^{2}Hg^e en ^2bE^2, & en ^2b k; ^{2}Hf^2 en ^2bF^2 & ^2bI; puis l'on tirera du point C les lignes CI, CK, CE^2, CF^2, & l'on aura les panneaux de doële.

Nous avons marqué dans la figure la maniere de trouver toutes les

longueurs des joints de lit à part, ſuivant la régle generale des profils des Trompes, où l'on voit que quoique toutes ces lignes ſoient en effet dans une ſurface plane, & terminées à une ligne droite $a^6 b$, la ſuite de leurs profils raſſemblez en projection eſt terminée par une ligne courbe $a^1 f^3 g h$, ce qui fait voir la difference des productions de l'arrangement des profils.

Nous avons dit que les joints de tête devoient être tirez du point D, où eſt l'angle ſaillant, comme d'un centre; mais rien n'empêche qu'on ne le prenne plus près ou plus loin du centre C, ſuivant qu'on voudra donner plus ou moins d'inclinaiſon aux coupes des lits. Il ſuffit que leur centre ſoit dans la ligne du milieu CD, qui doit être la commune interſection de tous les plans des lits. Le plus ou le moins d'inclinaiſon de la doële peut occaſionner du changement dans cette diſpoſition.

Nous avons déja quatre differentes repréſentations de la Trompe; 1.° Celle de ſon plan ou projection horiſontale. 2.° Son profil. 3.° L'extenſion de ſa doële. 4.° L'élevation d'une de ſes faces. Il ne nous reſte plus qu'à trouver les angles que les ſurfaces planes de ſa doële & de ſes lits, ou de la doële & de la tête font entr'elles. C'eſt-à-dire, les biveaux de lit & de doële, ou de doële & de Tête.

Les Angles des Plans pour former les Biveaux.

PREMIEREMENT pour tracer l'angle que fait la ſurface *de la doële avec* celle de la *Tête*. Ayant fait au point C la ligne OCX perpendiculaire à la diagonale CD, on prolongera BD en H à diſtance égale à $D^5 H$, CA en a^1 à diſtance égale à $B a^2$ & DA juſqu'à la rencontre de CO en O; puis ayant tiré $H a^1$ on lui fera une perpendiculaire HP, qui rencontrera AD prolongée en P, par où on tirera auſſi à la même PA une perpendiculaire PX, qui rencontrera OC prolongée en X; enſuite ſur OP prolongée on portera la longueur PH en $P b^1$, d'où l'on tirera une ligne au point X, qui fera avec la précedente l'angle obtus $M b^1 L$, lequel ſera celui que l'on cherche de la *Doële avec la Tête*, pris quarrément ſur l'arête de leur interſection, cet angle eſt le même à chaque vouſſoir de cette Trompe.

SECONDEMENT pour avoir l'angle de la *Doële avec les Lits*, par exemple, pour le biveau de lit & de doële du joint dont la projection eſt CE & l'élevation de tête $g^2 3$, on élevera ſur CE, au point E la perpendiculaire EG, égale à la hauteur $E g^c$ de ce joint ſur le plan horiſontal, & l'on tirera GC, à laquelle on fera la perpendiculaire GQ, qui rencontrera CE prolongée en Q. Sur la même prolongée on tranſportera

portera la longueur QG en Q^2G; ſur le point Q on fera la perpendiculaire QT ſur CQ, qui ſera inclinée à l'horiſontale OR, enſorte qu'elle la rencontrera étant prolongée hors de cette planche, & par le point ^2G on tirera une autre ligne ^2Gt, qui concoure au même point par le Problême I. page 286. du troiſiéme Livre, l'angle N^2GV ſera celui du biveau que l'on cherche, lequel ſera aigu du côté de l'impoſte, & obtus du côté de la clef, comme n^2GN, qui ſervira pour le lit en joint de cette clef, & l'autre aigu pour le lit de deſſus du claveau ſuivant, lequel aura auſſi un angle obtus à ſon lit de deſſous.

Les biveaux étant trouvez on a tout ce qui eſt néceſſaire pour tracer les claveaux, par exemple, le ſecond CEF.

Premierement, on a pour ſon panneau de doële le triangle CE^2F^2.

Secondement, le panneau de Tête en $^2 3\ gf\ ^2 4$ qu'on terminera à volonté aux points $^2 3$, $^2 4$.

Troiſiémement, le biveau ou angle d'inclinaiſon de la doële ſur la face eſt trouvé en MbL.

Quatriémement, le biveau ou angle des plans de la doële & de ſon lit de deſſus eſt trouvé en V^2GN; il faut encore celui du lit de deſſous que nous n'avons pas cherché; mais il eſt aiſé de le trouver, de même que le précedent.

Pour *appliquer le Trait ſur la Pierre* on commencera par faire un parement, ſur lequel on appliquera le panneau de doële CF^2E^2, en ſuite on en fera un ſecond ſur l'arête F^2E^2, non pas à l'équerre, mais avec le biveau L*h*M, poſé cependant à angle Droit ſur cette arête.

Ce ſecond parement ſervira à placer le panneau de tête $^2 3\ g^c f\ ^2 4$.

Enfin avec le biveau de lit & de doële poſé toujours à l'équerre ſur les lignes CE^2, CF^2, on abatra la pierre qui les excede, & l'on formera les lits, dont le ſupérieur ſera avec la doële une arête maigre & l'inférieur une graſſe, qui font une figure de coin, à peu près ſemblable à celle qu'on a deſſiné à gauche, au chiffre 46. La figure de la droite qui a deux faces repréſente la clef en perſpective.

Explication Démonſtrative.

Pour entendre l'explication de la conſtruction de cette voute en Trompe plate, il faut conſiderer que nous avons étendu la ſurface du quarré ABCD en un Rhumbe $Cb^2\ h\ a$, que ce quarré repréſentoit en racourci par la projection donnée ſuivant les côtez inclinez; mais parce que la diagonale AB doit être de niveau elle eſt parallele à l'horiſon, & égale à celle du Rhumbe que le quarré hori-

ſontal repréſente, c'eſt la ſeule ligne qui lui doit être paralléle. L'allongement du Rhumbe donne auſſi celui de toutes les lignes qui y ſont ſemblablement poſées qu'à ſa projection, comme ſont les joints de lit CE, CF, &c. leſquels ſont terminez aux côtez de ce Rhumbe à des diſtances proportionelles à celles de la projection.

A l'égard des faces verticales dont les lignes AD & DB ſont la projection, il eſt clair qu'il en faut faire l'élevation pour les connoître; puiſque tous les joints de tête, qui ſont dans ce plan, ſont confondus par la projection dans la même ligne DB horiſontale, laquelle repréſente l'inclinée $^{2}Ha^{2}$, dont l'inclinaiſon nous eſt donnée par la hauteur trouvée $D^{2}H$ de ſon angle, par le moyen de la hauteur donnée Ba^{2} en Ba ſur le piedroit BCa par l'angle de ſon inclinaiſon.

Nous avons auſſi trouvé les angles des plans ſuivant nos principes generaux de Goniographie; premierement, la ſection de la doële avec l'horiſon par la ligne OR; parce qu'il eſt clair qu'en prolongeant les côtez du Rhumbe inclinez également ſur leur projection DA, DB, ils couperont le plan horiſontal, dont DACB eſt partie en O & en z; donc la ligne qui paſſera par OCz ſera la commune ſection du plan incliné de la doële, & de l'horiſontal de la projection.

Secondement, puiſque nous voulons que tous les plans des lits ſe coupent au milieu de la projection ſuivant la diagonale horiſontale CD, cette ligne ſera la commune ſection de tous les Lits avec l'horiſon.

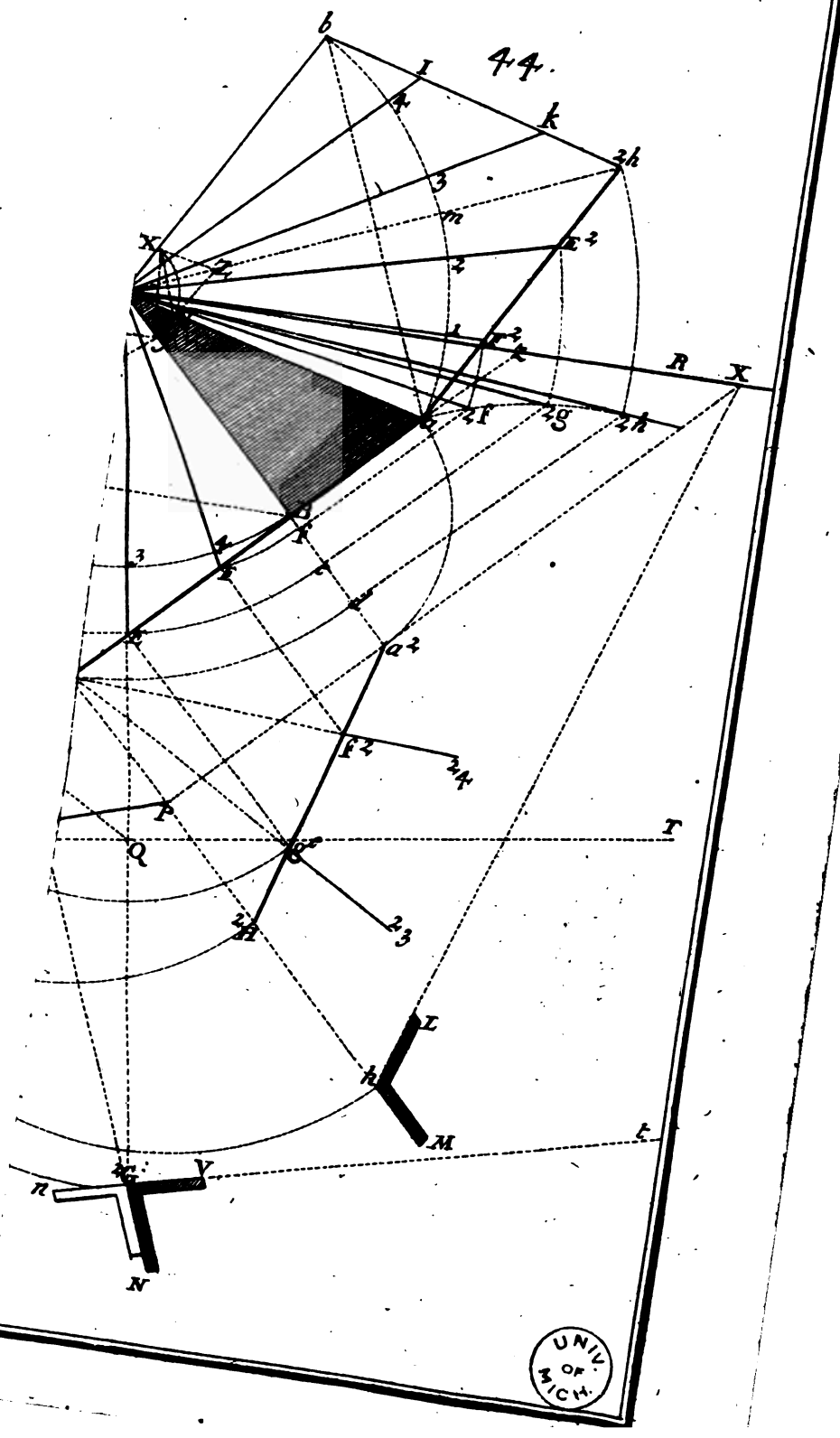
Troiſiémement, puiſque les faces ſont verticales, leurs communes ſections avec l'horiſon ſeront les lignes de leur projection AD, DB; nous connoiſſons donc les ſections de trois plans, qui forment un angle ſolide & la hauteur de la perpendiculaire DH; donc par le Problême 13. du 3.e livre nous trouverons les angles de ces trois plans entr'eux, ce que nous avons fait, comme il eſt aiſé de le voir par la conſtruction, & ce qu'il *falloit trouver*.

REMARQUE.

A cauſe que les angles de claveaux réunis au point C diviendroient tellement aigus qu'on ne pourroit les tailler ſans en caſſer la pointe, il eſt de néceſſité indiſpenſable de faire d'une ſeule pierre tout l'angle xCy, ou en partie triangulaire, comme CXY, ou mixte ou à pans, ou en parallelograme, ce qui donne occaſion à un nouvel appareil pour les têtes inférieurs des claveaux, qui ſe doivent appuyer ſur cette pierre *en Trompillon*.

La maniere la plus ſimple ſeroit de faire ce Trompillon iſoſcele, retran-

Pl. 32



UNIV. OF MICH.

chant des côtez Ca & Cb une grandeur à volonté égale en CY & CX, & faiſant la tête à l'équerre ſur l'arête marquée par la ſoutendante X Y de la doële, & de couper de même les têtes inférieures des claveaux. Cependant comme c'eſt l'uſage des Architectes, par raiſon de beauté, de faire le trompillon de même figure que la trompe, dont il eſt une partie, on ſe ſervira des mêmes biveaux de tête & de doële pour le trompillon que pour les claveaux dont nous venons de parler.

Il y a encore une obſervation à faire ſur la coupe de la Tête, c'eſt qu'on peut la faire de deux manieres; ſçavoir, 1.° à plomb, lorſqu'on fait le trompillon ſemblable à la figure totale de la trompe, auquel cas cette coupe devient inutile pour l'appui des claveaux, qui ne ſe ſoutiennent plus que ſur les lits. 2.° On peut la faire en coupe à l'équerre ſur la doële, & alors elle porte une partie de la charge des claveaux, qui y ſont appuyez ſur leurs têtes inférieures, de ſorte que dans cette conſtruction ils font moins d'effort ſur leurs piedroits pour les écarter. Dans l'une & l'autre conſtruction on voit que le lit inférieur de la clef doit être diviſé en deux parties, par un angle rentrant *xzy* [*Fig.* 46.] *Fig.* 46. qui doit recevoir le ſaillant du trompillon.

CHAPITRE V.

Des Voutes Cylindriques.

En Termes de l'Art.

Des Berceaux.

L'Espece des Voutes la plus uſuelle eſt ſans contredit celle des Berceaux; la conſtruction de celui qu'on appelle Droit, c'eſt-à-dire, dont la face eſt perpendiculaire à ſa direction, eſt le premier de tous les *traits* chez les Appareilleurs.

Les Tailleurs de pierre les moins habiles ſçavent l'exécuter au moins en plein ceintre; mais leur ſcience ne va gueres plus loin, ils commencent à faire des fautes aux ſurhauſſez & aux ſurbaiſſez. Premierement, en ce qu'ils en tracent le contour avec des portions de cercles mal aſſemblées, qui font des jarrets à leur jonction; ſecondement, en ce qu'ils tracent mal les joints de tête, lorſqu'ils font le ceintre d'une maniere plus correcte, par *le Trait du Jardinier*, de ſorte qu'on peut avancer qu'ils ont beſoin d'être conduits dès les premiers pas qu'ils font dans l'Art dont ils font profeſſion.

Nous allons entrer en matiere par des principes generaux.

Formation Generale des Berceaux.

Sous le nom de *Berceaux* nous comprenons toutes les eſpeces de voutes qui ſont des moitiez de cylindre proprement dit, dont la baſe eſt circulaire ou Elliptique, même celles qui pourroient être de quelqu'autre courbe, comme de Parabole, d'hyperbole ou de Chaînette, &c. Suivant cette définition nous pouvons expliquer la formation d'un berceau comme celle d'un cylindre, par la trace d'une ligne AB [*Fig.* 54.] muë parallelement à elle-même, autour d'une Courbe quelconque AGD ou BEF; cependant comme il ne s'agit pas ſeulement ici d'une ſurface, mais d'un corps d'une certaine épaiſſeur, qui en comprend deux, l'une concave l'autre convexe, nous exprimerons la formation d'un berceau, par *la trace du mouvement du plan rectiligne ou mixte quadrilatere DA, qui ſe meut autour d'une courbe DHB, enſorte qu'un de ſes côtez droits, qui parcourt la circonference de la courbe, ſoit toujours parallele à lui-même, & que ce plan ſoit toujours perpendiculaire à la tangente de cette courbe, au point où il la coupe.*

PLAN. 34. *Fig.* 54. *Fig.* 55.

LORSQUE le plan generateur eſt un parallelograme rectangle, comme l'on ſuppoſe *a*ADd [*Fig.* 55.] qu'on repréſente par un oblique à cauſe de la perſpective, & qu'il eſt perpendiculaire au plan de la courbe *a a*^{3} *b*, le berceau formé par ſon mouvement autour de cette courbe s'appelle *Droit*, de quelque figure que ſoit la Courbe, Cercle, Ellipſe, Parabole, Hyperbole, Chaînette, ou toute autre.

LORSQUE le plan generateur rectangle parcourt un demi cercle ſuivant les mêmes circonſtances, le berceau s'appelle, *Droit & en plein ceintre*; alors ce plan eſt toujours également éloigné du centre C, & de l'axe du cylindre C*c*, telle eſt la figure que décriroit le mouvement du couvercle d'un coffre ſur ſes charnieres.

CETTE figure de berceau étant la plus ſimple & la plus naturelle, eſt regardée comme la plus parfaite; les berceaux qui s'écartent plus du diametre de leurs baſes s'appellent *Surhauſſez*, comme s'ils étoient trop exhauſſez, tel eſt celui de la fig. 60. ou AHB, fig. 57. & ceux qui s'en approchent plus s'appellent *Surbaiſſez*, comme s'ils étoient trop écraſez, tel eſt A*s*B, fig. 57. ceux dont le diametre eſt incliné à l'horiſon s'appellent *Rampants*, tel eſt A*b*B, fig. 61.

PAR où l'on voit que ce mot de *Droit*, ne ſignifie ni une érection verticale de ſes côtez, qu'on exprimeroit par le mot *de-bout*, comme ſont les Tours rondes; ni la droiture de ſes côtez, qui eſt commune à toutes ſortes de berceaux; ni l'érection verticale de ſes faces ou baſes, qui eſt commune aux berceaux *Biais*, ni la projection horiſontale de ſon

axe ; car un berceau peut être Droit sur ses bases, quoiqu'elles soient inclinées à l'horison aussi bien que leur axe ; mais il signifie la *Direction perpendiculaire des côtez ou de l'axe sur une base.* Parce qu'en langage de Geometrie on dit qu'une ligne est *Droite* sur un plan, ou qu'un plan est *Droit* sur un autre lorsqu'il lui est perpendiculaire. En effet puisque le parallelograme aD, qu'on suppose rectangle, est partie du parallelograme aC, qui se meut sur son côté Cc, il est évident qu'étant élevé à la hauteur $2,2$ ou a^3 A^3, il sera toujours perpendiculaire à la base ; puisque cette transposition ne change rien à ses angles avec les rayons du cercle AC, 2C, A^3C, CB. Fig. 55.

Corollaire I.

D'ou il suit que quoique les surfaces soient l'une concave & l'autre convexe, elles sont formées par le mouvement des lignes droites ; par conséquent qu'elles peuvent être imitées par le mouvement d'une régle comme nous l'avons dit ci-devant.

Corollaire II.

2.° Que puisque suivant les régles de la construction, que nous avons donné au livre précedent, les joints de Tête doivent être perpendiculaires aux tangentes des Courbes, leur direction doit tendre au centre des berceaux en plein ceintre, & leur plan de lit à son axe.

Corollaire III.

3.° Que puisque le berceau Droit est formé par la transposition du même parallelograme, les surfaces de lits sont toutes égales à celles des premiers lits à l'imposte, si la voute est extradossée, c'est-à-dire, si elle conserve la même épaisseur à la clef, comme à l'imposte ; car on peut, en bonne construction, lui en donner moins à la clef ; mais nous la supposerons toujours également épaisse, suivant l'usage le plus ordinaire.

Corollaire IV.

4.° Que les arcs extérieurs ou interieurs de la Couronne de cercle, qui est la base ou la face du berceau, sont la mesure de l'inclinaison des plans des lits avec l'horison, puisque leur direction tend au centre de cette base.

Corollaire V.

5.° Que les cordes des arcs, compris entre deux lignes, font toujours avec les joints de tête des angles rectilignes obtus, qui ont un rap-

port constant avec ceux que ces mêmes joints prolongez font au centre de l'arc de face ; parce qu'ils sont toujours *égaux à la moitié de l'angle du centre ajouté à un angle Droit.*

Voyez le Lem. Liv. III. *pag.* 378.

Pour le démontrer, du point C on menera une perpendiculaire sur la corde AB, & par le point A, on lui menera une parallele EA, qui fera l'angle EAB Droit, & FAE égal à l'interieur du même côté ACD; donc l'angle FAB du joint de tête, & de la corde d'une doële plate est obtus, & égal à un droit plus à la moitié de l'angle du centre. *Fig.* 56.

Corollaire VI.

D'ou il suit que si l'on a l'angle du centre, c'est-à-dire, de la rencontre des plans des lits prolongez jusqu'à l'axe du berceau, on aura celui de ces lits avec la doële, & au contraire si on a celui-ci, par la déduction de l'angle Droit on aura la moitié de celui du centre; & en le doublant celui du centre.

Corollaire VII.

7.° Que puisque les angles des plans ne se mesurent que par des perpendiculaires à leur commune section, ceux des lits & des doëles ne se peuvent connoître que par la supposition d'un berceau Droit, lorsque la direction de ses côtez est oblique sur ses faces, ce qui établit la *nécessité de faire un Arc-Droit dans toutes sortes de voutes cylindriques*; car quoique la base ne soit pas circulaire mais Elliptique, ou d'autre courbe, on la peut toujours supposer inscrite ou circonscrite au cercle, au centre duquel se mesurent les angles d'inclinaison des lits prolongez, soit que ce centre de leur intersection parvienne au diametre, ou qu'il soit en dedans ou au dehors, comme dans les coupes Elliptiques, qui sont dirigées sur la tangente, & non pas à l'axe du berceau, contre ce que les mauvais Ouvriers ont coutume de faire.

On peut encore tirer d'autres conséquences de la géneration des berceaux pour connoître quelques-unes des surfaces de leurs rencontres avec d'autres voutes; car si l'on suppose le triangle A D k retranché du parallelogramme rectangle génerateur *a*AD*d* [*Fig.* 55.] le mouvement de la ligne A k, transportée autour du centre C, formera une portion de cone tronqué. Et si au lieu de ce triangle rectiligne on en retranchoit un secteur de cercle DA*i*, l'arc A*i* formeroit une zone de sphère, ou de sphéroïde si le secteur étoit Elliptique, ou de paraboloïde si la courbe A*i* étoit portion d'une parabole; ce qui sert à faire connoître que lorsque les berceaux Droits rencontrent directement d'autres solides, qui ont un axe commun avec le cylindre, tous les panneaux de lit sont égaux entr'eux, ou ils sont des trapezes rectilignes, ou des *Fig.* 55.

trapezes mixtes, ce qui n'eſt pas inutile d'obſerver pour la conſtruction. Nous traiterons de leurs irrégularitez dans la ſuite.

La generation des berceaux étant bien entenduë, il ne ſera pas difficile de les conſtruire de pluſieurs portions raſſemblées, qu'on appelle *Vouſſoirs*. Lorſque le plan génerateur ſera perpendiculaire à celui de la Courbe, qui ſert de baſe au cylindre; mais comme il lui eſt ſouvent oblique, & qu'il en réſulte pluſieurs variations, & quelques difficultez, il eſt à propos de les examiner avant que de paſſer outre.

Des Variations des Berceaux.

Les Berceaux peuvent varier de pluſieurs façons, qui ſe réduiſent toutes à deux.

Premierement, *par le contour de leurs ceintres*, qui peut être de differentes courbes.

Secondement, *par la direction de leurs côtez*, à l'égard de leurs faces ou terminaiſons.

La premiere eſpece de variation peut encore être ſubdiviſée en deux; car les ceintres peuvent être formez d'une courbe *ſimple*. ou d'une *compoſée* de portions de courbes.

Les *Courbes ſimples uſitées* ſe réduiſent à deux, qui ſont le *Cercle* & *l'Ellipſe*, dont nous avons ſuffiſamment parlé au 2.e Livre, pour n'avoir rien laiſſé à déſirer de ce qui peut concerner leur deſcription, ſuivant differentes circonſtances *données*, & leur diviſion par des perpendiculaires à leurs arcs, en quoi conſiſte tout l'uſage qu'on en peut faire pour le Ceintres; il nous reſte à dire quelque choſe des autres Courbes qu'on peut leur ſubſtituer, & dont les Architectes pourroient faire uſage.

Des Courbes des Extrados & des Ceintres inuſitez, quoique convenables à la Conſtruction.

Si l'on avoit plus d'égard à l'équilibre des vouſſoirs d'un berceau, qu'à la grace du contour de ſa doële, il eſt certain que les ceintres circulaires ne ſeroient pas les plus uſitez; car ſi l'on veut que les vouſſoirs ſoient d'égale épaiſſeur entr'eux, pluſieurs Mathematiciens ont démontré que la Courbe du ceintre priſe au milieu de l'épaiſſeur de la voute, doit être celle de la *Chainette* lâche, que l'on peut prendre dans la pratique pour la *Parabole*; car ces deux courbes different ſi peu entr'elles, que de bons Auteurs s'y ſont trompez en les confondant,

comme nous l'avons dit ailleurs, tels ſont GALLILE'E, BLONDEL, PARENT, & le P. CASTEL, qui ont en été repris par Mrs LEIBNITZ & BERNOULLI; mais parce que le contour de ces courbes n'eſt pas agréable à la vûë comme celui du ceintre circulaire ou Elliptique, il ſemble qu'en faveur de cette beauté on doit faire les berceaux avec des vouſſoirs inégaux pour en mieux conſerver l'équilibre; quoique juſqu'à préſent l'uſage des Architectes n'ait pas été directement conforme à cette convenance, on peut dire qu'il l'a été équivalemment; car ils rempliſſent les Reins des voutes avec de la maçonnerie, pour les appuyer lorſque les reins ne ſont pas butez par quelques directions de Lunettes qui les croiſent. Je ſçai bien que cette précaution fait l'effet des vouſſoirs inégaux, que nous propoſons, mais comme on ne ſçait pas quelle eſt l'épaiſſeur qu'il faut ajouter aux reins pour les fortifier, il n'eſt pas inutile de faire connoître celle que la Theorie de la Méchanique des voutes nous indique, pour en faire uſage dans l'épaiſſiſſement des vouſſoirs inégaux, ou en les appuyant par une addition de maçonnerie aux vouſſoirs égaux.

Des Courbes d'équilibre des Extrados & Intrados des Vouſſoirs Polis.

SI l'on ſuppoſe qu'une voute doit être faite de vouſſoirs extrémement Polis & gliſſans, il eſt démontré qu'ils doivent être de longueurs de queuës inégales, & que la courbe du ceintre à la doële ne peut être ſemblable à celle de l'extrados, ainſi faiſant le ceintre de l'intrados circulaire, l'extrados devient une Courbe ondée, qui s'ouvre infiniment, & ſi l'on prend le ceintre circulaire dans le milieu de l'épaiſſeur de la voute, celui de l'extrados ſera à peu près de même que dans le cas précedent; mais le ceintre de la doële ſera une courbe de cette eſpece que quelques Géometres appellent *Lenciſcate*, qui rentre en elle-même, & ſe croiſe en forme de nœud de ruban; nous allons donner la conſtruction de ces courbes.

Premiere diſpoſition où l'Intrados eſt Circulaire, dont nous ne prenons qu'une moitié pour Exemple.

PLAN. 33. *Fig.* 47. SOIT [*Fig.* 47.] le demi cercle BM, diviſé en parties de vouſſoirs 10, 9, 8, 7, 6 égales entr'elles, plus la moitié 6M pour la clef 6,5. Soit auſſi la longueur HM donnée pour l'épaiſſeur de la clef, il faut trouver celle de chacun des autres vouſſoirs 6*i*, 7*g*, 8R, 9*s*, laquelle augmente tellement leur peſanteur, que tout gliſſant qu'on les ſuppoſe, ils demeurent en équilibre. Sur HC, comme diametre, on fera un demi cercle HIC, qui coupera le ceintre de doële BIM au point I, par lequel on menera IK perpendiculaire à HC.

ENSUITE

Ensuite on portera la moitié de la longueur de la clef HM sur le diametre AB de C en *d*, par où on menera *dm* parallele à CH, qui rencontrera le rayon C6 en *m*, où l'on menera LN parallele au diametre AB, laquelle coupera les rayons tirez par les divisions des vousſoirs 6, 7, 8, 9, aux points *m*, *n*, *o*, *p*, dont nous ferons usage, par exemple, pour trouver l'épaisseur 8R, on portera la longueur *op* de K en P, puis sur PC comme diametre, on décrira un arc de cercle PQ, qui rencontrera la tangente H*a* au point Q; le rayon CQ transporté en CR, donnera la longueur 8R que l'on cherche.

Il en est de même pour tous les autres vousſoirs. Si l'on avoit cherché la longueur 7*g*, au lieu de la partie *op* de la ligne LN, on on auroit pris *uo*, qui répond au vousſoir 78, & l'on auroit fait la même operation, qui auroit donné un rayon C*g*; par conſéquent son excès sur la doële 7*g*, ainsi des autres.

Supposant qu'au lieu de faire des reſſauts d'un vousſoir à l'autre, comme *ui*, on mene une ligne H*xyz*Y par les milieux, on aura une courbe d'extrados, qui seroit celle des vousſoirs, qu'on suppoſeroit fort étroits par leurs têtes, ensorte que les reſſauts deviendroient preſqu'imperceptibles, quoique toujours réels; parce qu'il les faut suppoſer pour la démonſtration.

Seconde diſpoſition, où l'on prend le Ceintre Circulaire au milieu de l'épaiſſeur de la Voute.

Sort pour une moitié le demi cercle A D M, le cintre donné pour le milieu de l'épaiſſeur de la voute, laquelle épaiſſeur eſt donnée à la clef en *hm'*. Ayant diviſé ce ceintre également en ſes vousſoirs aux points 1, 2, 3, 4, 5, 6, &c. & tiré les rayons C1, C2, C3, &c. on portera le quart de la longueur *km'* de la clef en C*f* sur A B, pour tirer par le point *f* une parallele à C*b*, qui coupera le rayon C5 en *a*, par où on menera RG parallele à AB, qui coupera les rayons en *a*, *b*, *c*, 2', R; enſuite on prendra ſucceſſivement les longueurs *a e* double de *a*G; *ab*, *bc*; *c*2', 2'R, pour les porter sur les rayons correſpondans en deſſus & en deſſous de l'arc donné ADM, ſçavoir *a e* en 55e & 55'; *ab* en 44e & 44', *bc* en 33e & 33', *c*2' en 22e & 22'; enfin 2'R en 11e, 11', & par les points trouvez 1e, 2e, 3e, 4e, &c. on tracera à la main ou avec une régle pliante la courbe d'extrados W E *b*, de même que par les autres points 1' 2', 3', &c. celle d'intrados CF*m'*, dont la partie CF devient inutile, & même contraire à la conſtruction; parce, qu'elle rentre en dedans du berceau qu'on doit vouter; de ſorte que ſuppoſant le point F, le plus écarté de la ligne du milieu C*b*, ce doit être celui de la jonction du piedroit F*p*, s'il eſt vertical, c'eſt- *Fig.* 47.

à-dire, à plomb, comme ils le ſont ordinairement ; ainſi par cette conſtruction le ceintre ADM ſe change à l'intrados en un ſurbaiſſé F4' *m'*, dont l'impoſte qui étoit donnée en A eſt remonté en F.

DEMONSTRATION.

IL eſt démontré dans preſque tous les traités de Méchanique, & particulierement dans la Propoſition 22 de celui de M. de la HIRE, que les perpendiculaires aux directions des trois puiſſances en équilibre, qui tirent ou pouſſent un même point, forment un triangle, dont les côtez expriment le rapport de ces trois puiſſances; or dans chaque vouſſoir il y en a trois à conſiderer autour de ſon centre de gravité ; ſçavoir l'effort de la preſſion des deux vouſſoirs collateraux, qui agiſſent perpendiculairement à l'inclinaiſon du joint en lit, c'eſt-à-dire, à la *Coupe* de la pierre pour le ſoutenir à peu près comme dans une foule deux hommes en ſoutiennent un troiſiéme entre deux, & la troiſiéme puiſſance eſt la peſanteur du vouſſoir, qui fait effort pour s'échaper d'entre deux & tomber. Cela ſuppoſé.

IL eſt clair que dans les conſtructions de nos Courbes nous aovns commencé par former des triangles, dont les côtez ſont perpendiculaires à ces trois puiſſances, tels ſont les triangles C*ae*, C*ab*, C*bc*, C*mn*, C*no*, &c. car les parties horiſontales *ae ab bc*, *mn*, *no*, &c. ſont perpendiculaires aux directions verticales des peſanteurs, & les parties des rayons C*a*, C*b*, C*c*, C*m*, C*n*, C*o* ſont perpendiculaires aux directions des preſſions; donc ces triangles expriment les rapports de chacune des puiſſances.

MAIS parce que nous n'avons beſoin pour trouver les longueurs des vouſſoirs, que de connoître l'expreſſion de leur peſanteur, il ſuit qu'ayant déterminé une ligne, qui exprime une longueur de queuë donnée en *rm* ou en *ae*, on aura la ſuite des expreſſions des autres longueurs en *mn*, *no*, *op*, ou pour le ſecond cas en *ab*, *bc*, &c. par conſéquent les longueurs ſont bien trouvées.

COROLLAIRE I.

COMME toutes ces parties horiſontales ſont inégales étant proportionnelles aux tangentes T, *t*3, *t*4, *t*5, *th*, correſpondantes à des parties égales du cercle, il ſuit que les courbes de doële & d'extrados ne ſont pas ſemblables ; puiſque l'on ajoute au dehors des rayons du ceintre circulaire, ou qu'on en retranche au dedans des parties inégales.

Corollaire II.

Si au contraire on fait les parties d'un ceintre inégales, provenant des diviſions égales d'une horiſontale LN ou GR, alors l'extrados & l'intrados deviendront paralleles, & l'épaiſſeur de la voute ſera égale, quoique les vouſſoirs ſoient en équilibre, ce qui ne peut être appliqué au ceintre circulaire, mais ſeulement à celui que l'on feroit de la courbe de la Chainette lâche, comme il eſt démontré par pluſieurs Matématicien, & fort nettement par M. Couplet, dans les Mémoires de l'Academie des Sciences de l'année 1729.

Corollaire III.

Il ſuit auſſi de cette conſtruction, que quoique la courbe donnée du ceintre ne ſoit pas circulaire mais Elliptique, ſurhauſſée ou ſurbaiſſée, & même ſi peu bombée qu'elle dégenere en ligne droite comme aux platebandes, pourvû que les directions des coupes partent toujours d'un même centre C, il ſera toujours vrai que les courbes ou les droites d'extrados & d'intrados mettront l'équilibre entre les vouſſoirs, qu'elles comprennent; parce que les directions des puiſſances reſtant toujours les mêmes, il ſera auſſi toujours vrai que les *peſanteurs des vouſſoirs ſeront en raiſon des differences des tangentes des angles que font les lits*, en commençant au milieu de la clef, comme il eſt démontré dans la Méchanique de M. de la Hire, à la Propoſition 125.

Corollaire IV.

D'ou il ſuit, comme l'a démontré M. Couplet au Mémoire cité, que la ſurface rectiligne de la plateban de *Thml* eſt égale à ſa correſpondante ceintrée $2^e hn' 2'$, ce qui fournit un moyen facile de faire le toiſé de cette ſurface mixte; & par conſéquent celui de la ſolidité de la voute.

Corollaire V.

Il ſuit auſſi qu'il n'y a aucune eſpece de voute que les platebandes qui puiſſent avoir un extrados en ligne droite, & par conſéquent que dans le ſiſtéme des vouſſoirs infiniment polis, une voute araſée de niveau ne pourroit ſubſiſter, quoique l'expérience nous aſſure du contraire dans les pierres de ſurfaces raboteuſes, & même que cette pratique ſoit fort uſitée.

Corollaire VI.

Enfin que ſi les vouſſoirs étoient infiniment polis, il faudroit que les piedroits & les couſſinets fuſſent infiniment longs; parce que la

courbe d'extrados bEW ne rencontre l'impoſte BA prolongée qu'à une diſtance infinie, ce qui montre qu'il faudroit une force infinie pour réſiſter à la pouſſée des vouſſoirs ſuſpendus, dans la ſuppoſition qu'ils ſoient infiniment gliſſans, ſans aucun frottement, ſuivant l'hypoteſe néceſſaire pour établir un raiſonnement géometrique.

Mais comme il n'eſt rien de tel dans la nature, particulierement dans le genre des pierres taillées pour les voutes, dont les lits les mieux dreſſez ſont toujours fort raboteux, cette ſpéculation devient inutile pour l'exécution; cependant elle ne l'eſt pas pour les conſéquences qu'on en doit tirer.

Premierement, que l'uſage ordinaire des vouſſoirs d'égale épaiſſeur eſt très défectueux; parce qu'il n'a aucune conformité aux principes de la Théorie, auſquels il doit avoir au moins quelque raport; puiſque les frottemens ne ſont pas ſuffiſans pour réſiſter à la pouſſée & au *gliſſement* des vouſſoirs, & qu'ils ne font qu'en diminuer l'effort.

Secondement, qu'ayant égard aux frottemens des lits des vouſſoirs, on doit diminuer de l'épaiſſeur, qui leur conviendroit s'ils étoient infiniment polis, ſuivant un raport des tangentes priſes ſur Tb, dont les longueurs diminueroient dans la raiſon de la réſiſtance des frottemens, que perſonne que je ſçache n'a encore pû aſſigner, cette détermination étant trop mêlée de cauſes Phyſiques, en ce que les pierres ſont plus ou moins dures ou tendres, grenées ou polies, peſantes ou légeres, & plus ou moins unîment applanies & dreſſées dans leurs lits, ſelon l'adreſſe de l'Ouvrier.

D'ailleurs les vouſſoirs plus ou moins gros comprennent un arc du ceintre d'un plus grand ou plus petit nombre de degrez, ce qui augmente ou diminuë le nombre des lits; par conſequent les frottemens.

D'ou l'on peut conclure qu'il eſt aſſez difficile de pouvoir bien déterminer une courbe d'extrados; tout ce qu'on en peut dire ſûrement c'eſt qu'elle ne doit pas être la même que celle de la doële, contre l'uſage ordinaire de la plûpart des Architectes, & la ſuppoſition de tous les Livres de la coupe des pierres, à laquelle je me ſuis cependant conformé, pour ne pas embaraſſer les Traits; & parce que je n'ai rien de bien prouvé à ſubſtituer à cet uſage, dont la ſeule expérience a fait ſentir le défaut.

Il ſeroit inutile de remarquer ce défaut, ſi l'on n'y apportoit quelque correction; c'eſt pourquoi j'ai cru que je devois en propoſer une, tirée partie de l'expérience, partie de la Théorie.

Premierement, je puis faire remarquer que les anciens Architectes, guidez par la ſeule expérience & les régles du bon ſens, ſe ſont parfaitement rencontrez avec celles de la Theorie, qui n'ont cependant été découvertes que de notre tems; car ſi l'on en croit les profils que Palladio nous a donné des voutes du Pantheon & de la Galluce, qui ſont des plus grandes qu'il nous reſte de l'Antique, on trouvera que leur epaiſſeur priſe à 30 degrez au deſſus de leur naiſſance, eſt environ triple de celle de la clef, ce que l'on peut comparer avec la figure 47, où la ligne EF paſſant par le point D, a 30 degrez au deſſus de la naiſſance A, du quart de cercle ADM eſt auſſi le triple de l'épaiſſeur *hm'*.

Les Architectes modernes en ont uſé de même; ſi l'on en croit auſſi les profils gravez par Marot, du Dôme du Val de Grace à Paris, on y remarquera le même épaiſſiſſement de la voute à 30 degrez au deſſus de la naiſſance.

Je tiens cependant qu'un ſi grand épaiſſiſſement n'eſt pas néceſſaire, & qu'on peut ſans crainte le diminuer d'un ſeptiéme; en voici la raiſon: L'épaiſſiſſement EF vient de la ſuppoſition que les vouſſoirs ſoient des corps infiniment polis, mais il s'en faut de beaucoup que nos pierres, quelques fines qu'elles ſoient & proprement taillées par leurs lits ne ſoient telles; puiſque nous voyons par expérience, qu'elles ne gliſſent plus ou très peu, ſur un plan dont l'inclinaiſon eſt moindre de 30 degrez & au deſſous, lorſque la longueur de la coupe du lit eſt plus grande que la corde de la doële; ou pour parler plus poſitivement, lorſque le centre de gravité du vouſſoir ne tombe pas au dehors du plan incliné du lit, ſur lequel il eſt poſé; or en ce cas le côté du lit incliné eſt à ſa projection horiſontale, comme 2 eſt à la racine de 3, ou à très peu près comme 7 eſt à 6; donc il ſuffit que les reins de la voute à 30 degrez au deſſous de la naiſſance, ſoient à l'égard de la hauteur de la clef, où eſt la moindre épaiſſeur, comme 18 eſt à 7.

D'ou je croi qu'on peut tirer une aſſez bonne *Régle de pratique pour les Extrados*, qui eſt de porter trois fois de ſuite l'épaiſſeur de la clef à l'impoſte comme *hm'* en AL [*Fig.* 48.] ou *h*Q en AO; puis ayant tiré la corde LH, on élevera ſur ſon milieu M une perpendiculaire M*c'*, qui coupera l'aplomb du milieu HC prolongée en *c'*, où ſera le centre de l'arc de l'extrados LH, lequel arc ſera toujours le moindre que le quart de cercle, & ne ſera pas équidiſtant de la doële. *Fig.* 48.

On pourroit trouver plus préciſement la courbe de l'extrados dans un ſiſtéme tout oppoſé à celui que nous venons d'établir, conſiderant les vouſſoirs comme des corps, qui ne gliſſent point ſur leurs lits, mais qui ne font effort que pour s'écarter & ſe renverſer; c'eſt ainſi que

M. Couplet les a conſideré dans un Mémoire, qui a été inſeré dans ceux de l'Academie de l'année 1730. dont il ne ſera pas inutile de donner un extrait pour les ceintres de demi cercle entier & de 120. degrez.

Il trouve par un long calcul Algebrique qu'une voute de 28 pieds de diametre d'épaiſſeur par-tout égale, dont l'intrados & l'extrados ſont des arcs de cercles concentriques, ne peut avoir moins d'un pied cinq pouces dix lignes & un quart d'épaiſſeur, qui ſont près de 18 pouces, & que celle d'un même rayon de quatorze pieds, qui ne ſeroit que d'un arc de 120 degrez, pourroit être près de cinq fois moins épaiſſe, n'ayant que trois pouces trois lignes & trois quarts d'épaiſſeur.

Si au lieu de conſiderer la largeur de 28 pieds comme diametre d'un demi cercle, on la conſidere comme la corde d'un arc de 120 degrez, on n'aura pour ſon épaiſſeur que trois pouces & près de dix lignes, c'eſt-à-dire, ſeulement environ ſix lignes de plus.

D'ou il ſuit évidemment, que ſi l'arc étoit d'un moindre nombre de degrez, & cependant toujours d'un même rayon, l'épaiſſeur diminueroit encore, puiſque la charge diminuë.

Cependant comme dans cette hypoteſe l'effort de la peſanteur de la voute ſe fait ſur les arêtes des vouſſoirs, qui peuvent s'écraſer par la charge plus ou moins facilement, ſuivant la conſiſtance de la pierre, laquelle peut être plus ou moins dure; il croit pour éviter tout accident, qu'il faut au moins doubler & même tripler l'épaiſſeur trouvée par la formule Algébrique, afinque les points ou plutôt les lignes des appuis ſe trouvent au quart ou au milieu des lits des vouſſoirs & non pas ſur les arêtes.

D'ou je tire une conſtruction, qui me paroit d'autant plus convenable à la pratique, qu'elle differe peu de la précedente, quoique venant d'une hypoteſe toute oppoſée & avec cet avantage, qu'en celle-là nous avons donné à la clef une épaiſſeur arbitraire ſans en connoître la néceſſité, & qu'ici nous connoiſſons la moindre épaiſſeur, que la prudence d'un Architecte doive hazarder; la voici :

Fig. 48. Supposant encore le diametre de la voute en plein ceintre de 28 pieds, on portera ſur le rayon *cb* prolongé une longueur de 8 pouces de *b* en Q, ſi la pierre eſt dure, ou bien un pied ſi la pierre eſt tendre, & la ſixiéme partie de ce rayon de *c* en *g*; d'où comme centre, & de l'intervale *g*Q pour rayon on décrira un arc de cercle Q*q*, qui ſera celui de l'extrados de la voute, ce qui donnera à peu près l'épaiſſiſſement qu'exige la formule doublée ou triplée, comme on le

jugera à propos, en déterminant l'épaiſſeur de la clef, afin de donner aux appuis la réſiſtance convenable à la charge.

En effet puiſque la formule donne pour un arc de 120 degrez, & de 18 pieds de rayon 3 pouces 3 lignes $\frac{3}{4}$, dont le double eſt 6 pouces 7. lignes $\frac{1}{2}$ en prenant 8 pouces à la clef, on a encore un pouce quatre lignes $\frac{1}{2}$ de renfort à la clef, & la hauteur de 30 degrez, on aura environ un pied trois pouces d'épaiſſeur, quoique la formule ne demande que 6 pouces 7 lignes $\frac{1}{2}$; par conſéquent la force eſt plus que doublée aux reins. Enfin ſi l'épaiſſeur de la formule doublée à l'impoſte d'une voute d'égale épaiſſeur de 28 pieds de diametre ne donne qu'environ trois pieds, & même un peu moins, celle de notre conſtruction ſera plus que ſuffiſante pour une voute d'épaiſſeur inégale, qui diminuë continuellement depuis l'impoſte à la clef, enſorte qu'elle eſt déchargée de plus des $\frac{3}{4}$ de la peſanteur qu'elle auroit ſi elle étoit d'égale épaiſſeur par-tout.

L'extrados de la moindre épaiſſeur étant ainſi ſuppoſé & tracé, il ſera facile d'en tracer un autre de plus grande épaiſſeur, s'il eſt néceſſaire par quelque raiſon de fortifier la voute, comme en *b*H au lieu de *b*Q; puiſqu'il n'y a qu'à faire paſſer par le point H un arc de cercle H*d* concentrique à Q*o*, qui ajoute par-tout une égale épaiſſeur.

Au reſte il ne faut pas regarder cette pratique comme une régle Géometrique abſolument conforme aux loix de la Méchanique & de la Statique, mais comme un bon guide pour ſe conduire dans l'exécution, & ne rien riſquer du côté de la ſolidité.

Nous avons toujours ſuppoſé les ceintres circulaires pour plus de facilité; mais s'ils étoient ſurhauſſez ou ſurbaiſſez, il faudroit avoir égard au plus ou moins de pouſſée, ſur quoi nous donnerons quelques régles à la fin de cet Ouvrage.

On peut faire une objection contre la maxime que je viens d'établir, de diminuer l'épaiſſeur des voutes, depuis l'impoſte juſqu'à la clef, c'eſt que, quoique les vouſſoirs ne ſoient pas des corps polis, ils ne ſont pas auſſi des corps adherens, comme dans la ſeconde hypoteſe, ils tendent à gliſſer ſur leurs lits, d'autant plus qu'ils approchent de la ſituation verticale; or en diminuant la longueur de la coupe, qui fait la largeur des lits, on diminuë deux choſes qui contribuent à les ſoutenir, l'une c'eſt le frottement, qui eſt plus conſiderable dans une grande que dans une petite ſurface, l'autre c'eſt la retombée, qui eſt d'autant plus grande, que le joint de tête de la coupe eſt plus long; or cette retombée, qui eſt une ligne horiſontale,

exprime la force qui ſoutient le vouſſoir contre la verticale qui exprime ſa peſanteur, par conſéquent plus on diminuë la retombée, moins on eſt aſſuré du ſupport de la clef.

Pour répondre à cette objection on peut premierement lui oppoſer la fig. 47. où les régles de la Méchanique & de la Statique nous font voir, que le ſommet de la voute doit être la partie la plus mince.

Secondement, quoiqu'il ſoit vrai que le frottement ſoit plus conſiderable dans une grande que dans une petite ſurface, qu'il augmente & diminuë par la peſanteur des vouſſoirs, il eſt auſſi vrai que l'effort pour le vaincre augmente ou diminuë, ſuivant le plus ou moins d'épaiſſeur.

Enfin il eſt viſible que la coupe d'un joint de tête d'une inclinaiſon conſtante donnera toujours des retombées & des hauteurs de retombées proportionelles, quoique prolongée ou racourcie; par conſéquent qu'en diminuant l'épaiſſeur d'un vouſſoir, on diminuë autant de l'effort du poids qui le pouſſe en bas, que de la puiſſance du vouſſoir contigu qui le ſoutient en l'air; puiſque l'une de ces puiſſances eſt exprimée par la hauteur de la retombée, & la ſeconde par l'hypotenuſe de la retombée.

On me demandera peut-être ici quelque régle, tirée de l'expérience, touchant l'épaiſſeur des voutes à la clef, ſur laquelle on puiſſe raiſonnablement compter, ſans avoir recours au calcul Algébrique, dont tout le monde n'eſt pas capable, & auquel les cauſes Phyſiques ne ſont pas ſujettes, ſans quelque correction, comme dans cet exemple des pierres plus ou moins dures.

A quoi je répondrai qu'il faut premierement faire attention aux uſages des voutes; il en eſt qui doivent porter de gros fardeaux inégalement diſperſez ſur leur ſurface, comme ſont les arcs des ponts, ſur leſquels paſſent de peſantes voitures, il en eſt qui en portent peu, comme des voutes ſur leſquelles on appuie quelques pieces de Charpente, il en eſt qui ne portent rien du tout, comme pluſieurs voutes d'Egliſes, dont la Charpente porte ſur les murs.

1.° A l'égard des voutes de la premiere eſpece on remarque dans quelques ponts Antiques, que leur épaiſſeur à la clef eſt au plus le dixiéme du diametre de l'arche, & plus ordinairement le douziéme, & que le moins qu'on puiſſe leur donner ſuivant le ſentiment d'un bon Architecte, Leon Baptiſte Alberti, eſt le quinziéme.

2.° Lorſque les voutes ne portent rien, il ſuffit de leur donner moitié moins d'épaiſſeur, que je réduis à une vingt-quatriéme partie du diametre

diametre, c'eſt-à-dire, un demi pouce par pied; ma raiſon eſt que le voute de la nef de l'Egliſe de St. Pierre de Rome, qui eſt des plus grandes que je ſçache, & qui n'eſt pas même abſolument ſans charge, puiſqu'elle porte une partie de la charpente de la couverture, eſt à peu prés dans cette proportion; car ſuivant les meſures de M. Tarade, elle a 82 pieds de diametre, & ſeulement trois pieds ſix pouces d'épaiſſeur en brique, ce qui revient à $\frac{1}{25}$ & $\frac{1}{7}$; ſur ce principe une voute de 28 pied de diametre auroit 14 pouces à la clef, ce qui paroît aſſez conforme à la conſtruction ordinaire, pourvû que les Reins ſoient épaiſſis au moins du double à 30 degrez de hauteur au deſſus de la naiſſance, ou butez par quelques lunettes.

Si l'on deſcend dans les plus petites voutes, comme d'un pied ou deux de diametre, on trouvera une comparaiſon ſurprenante des épaiſſeurs que je propoſe, avec celles de la Table de M. Gautier; puiſque pour un arceau d'un pied, il donne 25 fois plus d'épaiſſeur en pierre dure, & 36 fois en pierre tendre, c'eſt-à-dire, un pied ſix lignes en pierre dure, & un pied ſix pouces en pierre tendre; mais il faut faire attention qu'il pourvoit à la charge des voitures, & moi ſeulement à la peſanteur de la voute conſiderée dans ſes parties; en effet on ceſſera d'être ſurpris qu'un demi pouce d'épaiſſeur puiſſe ſuffire à un arceau d'un pied, lorſqu'on ſçaura que des voutes Gotiques en tiers point de 24 & de 25 pieds de rayon ſubſiſtent avec une épaiſſeur de 5 & 6 pouces, laquelle devroit être du double ſuivant notre régle, prenant le rayon des Gotiques pour diametre ou largeur de la voute, comme il l'eſt en effet; il eſt vrai que ce n'eſt que dans des arcs de 60 degrez; car je doute qu'elles euſſent ſubſiſté à 90 degrez, ſi elles n'avoient eu qu'un ceintre.

De la Chaînette.

S'il eſt démontré que le ceintre d'un berceau étant circulaire, on ne peut mettre l'équilibre entre ſes vouſſoirs, qu'en les faiſant de longueur inégale, il l'eſt auſſi par l'inverſe, que lorſqu'on veut faire des vouſſoirs d'égale épaiſſeur, on ne peut les ranger ſur une Courbe circulaire; mais ſur une autre eſpece, qui eſt celle que forme le poid d'une chaîne, ou corde chargée à diſtances égales de poids égaux, ſuſpenduë par les deux bout, & plus ou moins lâche, comme on la veut, pour la diſtance de la ligne d'impoſte, juſqu'au milieu de la clef.

C'est donc à l'Architecte à prendre ſon parti dans la conſtruction d'une voute, ſur l'égalité ou l'inégalité de ſon épaiſſeur, & à voir s'il n'eſt point aſſervi à la grace du contour circulaire ou Elliptique. S'il

veut que ſa voute ſoit également épaiſſe, il n'a rien de mieux à faire qu'à tracer ſur un mur à plomb, une ligne qui ſoit de niveau ou rampante de longueur égale à la largeur de la voute, & abaiſſer au milieu un aplomb égal à ſa hauteur. S'il pend enſuite une corde aux naiſſances, & qu'il la lâche juſqu'à ce que ſon milieu parvienne à l'extrémité de la verticale, qui exprime la hauteur renverſée, cette corde lui marquera le contour qu'il doit ſuivre & tracer ſur le même mur, cette courbe ſera le ceintre demandé, qu'il n'y aura plus qu'à renverſer pour le mettre dans ſa ſituation naturelle, comme on voit AGB ou ANB, fig. 50. tournée au deſſus en A *g* B & A *m* B.

CEPENDANT cette courbe qui convient ſi bien à l'équilibre des vouſſoirs égaux, ne convient gueres à la beauté du contour de la doële; parce qu'elle fait un jarret avec le piedroit à ſa naiſſance en A & B, qui devient d'autant plus choquant à la vûë, que le ceintre eſt ſurbaiſſé, comme on voit en R*Am*: Dans ce cas ſi l'on veut en faire uſage, il faut prendre ſa naiſſance, non pas ſur le tableau du piedroit en A, mais un peu en dedans, comme en *a*, pour y inſcrire un arc de cercle d'un ceintre pris ſur la ligne AB, comme A T du centre C pour la moitié de chaînette ATN, enſorte qu'il la touche en un point T pour effacer le jarret, faiſant cet arc plus ou moins grand, comme on le jugera à propos, je veux dire d'un plus grand ou plus petit rayon; car pour le nombre de degrez, il eſt déterminé par l'attouchement à la chaînette; mais cette correction ne fait que tranſporter le jarret de *a* en T, & le rendre le moins ſenſible qu'il ſe peut, elle ne l'ôte pas tout à fait; le cercle & la chaînette ſont deux courbes trop differentes pour que l'œil n'en apperçoive pas encore un peu la jonction, lorſque la hauteur qui eſt ici la profondeur de la voute n'eſt pas plus grande que ſa demie largeur.

Fig. 50. LE ceintre uſité qui approche le plus de cette courbe eſt le Gotique, comme on voit à la fig. 50. où A*us* eſt preſque confondu avec la chaînette A *x g*, dont il ne ſe détache que vers la clef, où ſe fait l'angle Gotique.

ON peut voir les proprietez de la chaînette pour les voutes dans les Mémoires de l'Academie des Sciences de l'année 1729, où M. COUPLET les a clairement démontrées.

DANS le ſiſtême des vouſſoirs inégaux on pourroit faire les ceintres des voutes de pluſieurs ſortes de courbes, dont le contour ſeroit agréable à la vûë, telles ſont, par exemple, l'Ovale de CASSINI, & la Cicloïde pour les ſurbaiſſez ou ſurmontez, & la Spirale pour les arcs Rampans, & de pluſieurs autres.

De l'Ovale de Caſſini.

Le contour de la Caſſinoïde reſſemble beaucoup à l'Ellipſe des ſections coniques, elle eſt ſeulement un peu plus ouverte entre ſes axes, comme on peut le voir à la fig. 49. ce qui fait auſſi que ſes foyers ne *Fig.* 49. s'approchent pas tant des extremitez du grand axe.

Nous avons remarqué en parlant de l'Ellipſe, que la ſomme des lignes fT & FT, tirées des foyers à un point de la circonference étoit égale à la longueur du grand axe AB; dans la Caſſinoïde, le produit ou rectangle fait de ces deux lignes eſt égal au rectangle fait des lignes Af & fB, ou, ce qui eſt la même choſe, de BF & AF.

Soit AB le grand axe, & CD la moitié du petit. Du point C pour centre, & CB pour rayon, on décrira un quart de cercle BH, dans lequel on tirera une ordonnée fd, telle qu'elle ſoit égale à Df; en portant CH en Bb, & tirant du point b par D, la ligne Db, qui coupera le quart de cercle HdB en d, par où on menera df parallele à CH, qui coupera le diametre AB en f, ce point f ſera un des foyers; puis portant l'intervale Cf de l'autre côté en CF, on aura l'autre foyer F.

Presentement pour trouver autant de points qu'on voudra à la circonference, comme en T, on cherchera une quatriéme proportionelle à trois lignes données, ſçavoir Bp : BF :: Bf : Bx, dont la premiere Bp eſt priſe à volonté, mettant le point p entre C & f. Ce que l'on peut faire facilement en tirant du point B une ligne Bg, qui faſſe avec AB un angle quelconque, puis on fera Bg égal à BF; alors après avoir tiré la ligne pg on lui fera la parallele fx, qui coupera Bg en x; la ligne Bx ſera la quatriéme proportionelle demandée pour la longueur fT.

Ainsi du point F pour centre, & pour rayon Bp on fera un arc de cercle en T, & du point f pour centre, & pour rayon Bx, on en décrira un autre qui coupera le précedent au point T, lequel ſera à la circonference de l'ovale.

La raiſon de cette conſtruction eſt qu'il s'agit de trouver des côtez inégaux de rectangles égaux; or à cauſe que les rectangles égaux ont leurs côtez en raiſon réciproque, par la 14.e du 6.e Livre d'Eucl. on a fait Bp : Bg :: Bf : Bx, ce qui donne FT : BF :: Bf : fT; donc $FT \times fT = BF \times Bf$ ou AF, *ce qu'il falloit faire.*

Presentement pour tirer les joints de tête de cette eſpece de ceintre, par exemple, pour celui qui paſſera par un point de diviſion de vouſſoir comme T; on cherchera une troiſiéme proportionelle aux

lignes FT & T*f*, en portant la longueur TF en TI, & menant IK parallele à AB, qui coupera FT en K ; on portera la longueur TK ſur *f*T prolongée en *k*, par où on tirera *k*F, à laquelle on menera par le point T la parallele TN, qui ſera le joint de tête demandé.

La raiſon eſt que ſi par le point T on mene *t*T perpendiculaire à *k*F, elle ſera tangente de l'ovale au point T, par conſéquent TN, qui eſt parallele à *k*F lui ſera perpendiculaire, ce que M. Varignon a démontré dans les Mémoires de l'Academie des Sciences de l'année 1703.

De la Cicloïde.

La ſeconde eſpece de Courbe qu'on pourroit mettre en uſage ſeroit la Roulette ou *Cicloïde*, dont le contour eſt agréable à la vûë.

Fig. 51. Soit [*Fig.* 51.] un ceintre ſurbaiſſé à faire, dont la longueur du diametre horiſontal eſt AB, & ſa hauteur ſous clef MH, du point C, milieu de MH pour centre, on décrira un cercle MNH6, dont on diviſera la circonference en autant de parties égales qu'on voudra avoir de points au contour du ceintre, par exemple, ici en douze aux points 12M4567, &c. par leſquels & par le centre C on tirera autant de rayons ou de diametres. Enſuite on menera par le point C une ligne *a b* parallele & égale à AB, qu'on diviſera en autant de parties égales entr'elles, qu'on a diviſé la circonference du cercle, & par tous ces points on menera des lignes paralleles & égales aux rayons du cercle correſpondans aux mêmes diviſions ; ainſi par le point 5 de cette ligne *ab*, on tirera la ligne 5, 12 parallele & égale à C2 ; par le point 4 la ligne 4 [11] parallele & égale à C1, par le point 3 la ligne 3, 16 égale à C*n* ou C6 ſur la même ligne, & ainſi de ſuite 2, 15 parallele & égale à C5, &c.

Par les points trouvez A, 12, 11, 16, 15, 14, on tracera à la main ou avec une régle pliante une ligne courbe qui ſera la Cicloïde demandée.

Si la ligne AB a été faite égale à la circonference du Cercle MNH6, la Cicloïde ſera celle qu'on appelle du premier Genre, laquelle convient à un arcade, dont les piedroits ſont à plomb ; ſi la ligne ME moitié de la baſe eſt plus grande que la moitié du contour du Cercle, elle ne peut convenir qu'à des piedroits en ſurplomb, & au contraire ſi elle eſt plus petite que la demie circonference, comme MD ou *Md*, à des piedroits en talud ; parce que ces dernieres rentrent en elles-mêmes ; on pourroit auſſi les employer en une voute, dont la naiſſance eſt ornée d'une Corniche qui a de la ſaillie, & qui eſt aſſez élevée pour cacher une partie de cette naiſſance.

Il nous reſte à donner la maniere de mener une tangente à cette Courbe par un point donné, pour trouver la coupe ou inclinaiſon des joints de tête des vouſſoirs, qui doit être perpendiculaire à cette ligne, comme nous l'avons dit au troiſiéme Livre.

Soit [*Fig.* 51.] le point *d*, donné pour un joint, par où il faut mener une tangente pour le faire perpendiculaire à cette ligne, on menera par le point *d* & H les lignes *df* & HG paralleles à AB, dont la premiere coupera le cercle génerateur en *i*, on prendra ſur *df* la longueur *dg* égale à *if*, & GH égale à *fg*, la ligne tirée de G par *d* ſera la tangente qu'on demande, ce qui a été démontré par M. de la Hire, dans ſon traité des Epicloïdes, & dans les Mémoires de l'Academie de 1706. *Fig.* 51.

De la Spirale.

La troiſiéme eſpece de Courbe qui peut ſervir à la formation des ceintres, dans les cas où les naiſſances ne ſont pas de niveau, eſt la Spirale d'Archimede ou de Varignon, dont nous avons parlé au 2.e Livre, particulierement cette ſeconde, qui peut être variée ſuivant les occurrences & les points donnez en beaucoup plus de manieres que les ſections coniques, par le moyen des courbes géneratrices differentes, qu'on peut choiſir de telle eſpece qu'on jugera à propos. La ſeule raiſon qui pourra en empêcher l'uſage, ſera peut être la difficulté de les tracer, & faire paſſer par des points & des lignes de ſommité données; cependant ſi l'on veut faire attention aux moyens que nous avons donné pour faire paſſer la premiere révolution par où l'on veut, & lui mener des tangentes par toutes ſortes de point donnez, on verra qu'il n'eſt gueres plus difficile de trouver des arcs rampans de portion de ſpirales, que de les faire de portion de ſections coniques. Je ſuppoſe même que l'on ſe trouve un peu embaraſſé; il y a un moyen ſimple & uſité, dont j'ai parlé au même livre, de l'abaiſſer ou de l'élever par le moyen de la Graticule, faite de parallelogrames plus ou moins oblongs, rectangles ou obliquangles.

On verra à la figure 52. l'effet d'une portion R*b*M de ſpirale circulaire AR*b*M*d*C appliquée à un arc rampant, où l'on a ponctué la continuation de cette Courbe, qui eſt inutile au ſujet dont il eſt queſtion. *Fig.* 52.

Pour moi je trouve que lorſque la ligne de ſommité n'eſt pas parallele à celle de Rampe, qu'elle concourt avec elle au bas, du côté de l'impoſte inférieure, que le grand axe de l'Ellipſe eſt incliné d'environ 45 degrez à l'horiſontale, il ſe fait une eſpece de jarret au deſſus de cette impoſte, qui ne ſe trouve point dans le contour de la ſpi-

rale de VARIGNON. La raiſon de cette apparence de jarret vient de ce que c'eſt à cette diſtance des axes que le changement de courbure des Ellipſes eſt le plus ſenſible, lorſque les axes ſont conſiderablement inégaux; car la partie de la circonference vers le petit axe s'applatit, c'eſt-à-dire, ſe redreſſe conſiderablement, & je ſuis perſuadé que ceux qui compareront l'effet de l'un & de l'autre de ces courbes dans pluſieurs cas, préfereront la grace du contour de la Spirale circulaire ou Elliptique appliqué à un arc rampant, à celles des portions de Cercles raſſemblées, ou de l'Ellipſe même, lorſque les piedroits ſont aplomb, & que les lignes de rampe & de ſommité ne ſont pas paralleles.

Des Courbes Compoſées.

OUTRE les Courbes ſimples qui ſervent à former les ceintres des berceaux, il en eſt d'autres qui ſont compoſées de deux ou pluſieurs portions de Courbes.

PREMIEREMENT, la plûpart des voutes ſurbaiſſées, ſurhauſſées & rampantes ſont faites par les Ouvriers ignorans de portions de Cercles, nous en avons expliqué l'art au 2.e livre, il eſt inutile de le répeter ici.

Fig. 50. 2.° Les ceintres des voutes qu'on appelle en *tiers point* ou *Gotiques* ſont auſſi compoſez de deux arcs de cercles, dont les centres A & B [*Fig.* 50.] ſont à diſtance égale entr'eux & avec le ſommet S, comme les trois angles d'un triangle équilateral, d'où vient le nom de *tiers point* donné aux voutes Gotiques; parce que les bâtimens qui nous reſtent de l'Architecture des Gots ſont la plûpart ainſi voutez, & ſi les arcs de chaque pendentif ne ſont pas exactement de 60 degrez, ils en approchent toujours beaucoup.

CETTE conſtruction eſt déſagréable à la vûë, à cauſe de l'angle que forment à la clef les doëles de chaque pendentif; mais elle avoit ces avantages:

1.° Qu'elle donnoit la facilité d'éxécuter les voutes avec de très petits vouſſoirs, ſans façon; car ils étoient ſouvent à l'équerre ſans Coupe, ce qu'on appelloit des *Pendans*.

2.° Ils coutoient peu de dépenſe.

3.° Ils rendoient les voutes légeres, & cependant de longue durée, comme nous le prouvent la plûpart de nos anciennes Egliſes.

4.° Cette légereté diminuoit encore la dépenſe des piliers & piedroits,

qui étoient contenus facilement par quelques arcs boutans auſſi légers, mais ſuffiſant pour réſiſter à la pouſſée des voutes.

Nos ceintres circulaires ou Elliptiques n'ont pas le même avantage, parce que la coupe des vouſſoirs auprès de la clef, eſt ſi inclinée, qu'elle approche beaucoup d'une ligne aplomb ; de ſorte que pour augmenter la largeur de la queuë à l'extrados ſur celle de la doële, on ne peut ſe diſpenſer d'allonger cette Coupe, & de faire le vouſſoir un peu épais; au lieu qu'aux ceintres en tiers points les Coupes de la clef même ſont toujours inclinées à une ligne aplomb d'un angle de 30 degrez, de ſorte que ſur ſix pouces d'épaiſſeur de vouſſoir, la queuë à l'extrados eſt élargie de trois pouces, c'eſt-à-dire, de moitié, ce qui eſt conſiderable. Les Architectes de ces tems-là faiſoient de grands & bons ouvrages avec beaucoup moins de frais que nous ne faiſons aujourd'hui, par la ſeule diſpoſition de ceintres de leurs voutes, mais ils étoient difformes.

Pour concilier la légereté des voutes avec la régularité de la doële, on pourroit effacer l'angle rentrant que la clef fait en S, par le moyen d'un arc de cercle, qu'on y peut inſcrire, en prenant pour termes des points 5, 7, à diſtance du point S à volonté; ſi l'on tire 5B ou 7A, le point D où ces lignes coupent l'aplomb SC, donnera le centre de cet arc, qui touchera les côtez du ceintre en tiers point, en effacera l'angle rentrant, & le rendra fort ſemblable à la courbe de la Chaînette, dont il conſervera quelque proprieté, ſans avoir le défaut de ſon jarret à l'impoſte. Mais après tout, une demi-Ellipſe vaut encore mieux que cette compoſition.

3.° Il eſt une autre ſorte de ceintre compoſé de deux portions de Paraboles, que quelques bons Architectes ont mis en uſage, & préferé aux compoſitions d'arcs de cercles ou aux Ellipſes; Maître Blanchard, qui ne s'embaraſſe pas des noms, l'appelle l'*Ellipſe* ou *Ovale*. En voici le Trait:

Soit [*Fig.* 53. [la largeur de la voute D*d* & ſa hauteur IA, on menera par le point A une ligne B*b* parallele & égale à D*d*, & l'on tirera les perpendiculaires BD, *b d*. On diviſera enſuite BD en autant de parties égales que l'on voudra avoir de points de la Courbe, & BA en un même nombre de parties auſſi égales entr'elles, par exemple, ici en 4, ſuppoſant BD diviſé auſſi en quatre, & par les points correſpondans de ces diviſions, à commencer vers D & B, on menera des lignes droites 1 11, 2 12, 3 13, qui ſe croiſeront aux points *k* & *l*, & formeront une portion de polygone D1*k*/13A, dans lequel on *Fig.* 53.

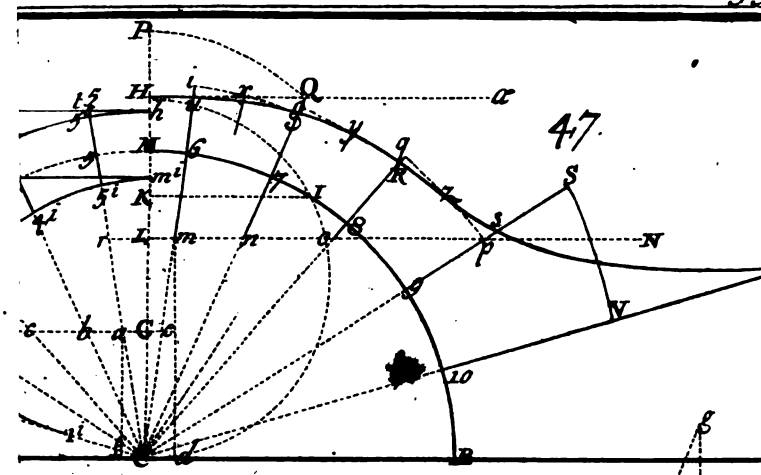
tracera à la main une Courbe, qui touche ſes côtez, telle qu'on la voit ſeule en *Aghsd*, laquelle Courbe eſt une Parabole, que les Architectes formoient ſans la connoître avant que M. de la Hire l'eût examinée & reconnuë, comme il l'a expliqué dans les Mémoires de l'Académie des Sciences de l'année 1702.

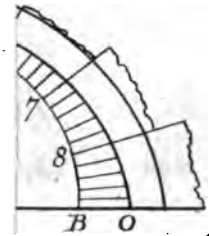
Si l'on veut trouver les lignes & les points néceſſaires pour décrire cette parabole, il n'y a qu'à mener la corde *Ad*, la diviſer en deux également en *m*, tirer *mb* qui ſera un diametre [art. 47. du Liv. 1. pag. 19.] auquel ayant tiré par le point *b* la perpendiculaire E*f*, on menera par les points A & *d* les paralleles A E, *df* à *mb*, qui couperont E*f* aux points E & *f*. Si l'on porte la longueur *df* ſur *d*A en *d*F, on aura le point F, qui ſera le foyer de la parabole [l. 1. art. 31.] & ſi par ce point on mene FX parallele à *dmb*, on aura l'axe, [l. 1. art. 20.] puis diviſant EX également en S, on aura le ſommet S, de cette parabole; avec ces données, il ſera aiſé de la décrire par le Problême X. du 2.e Liv. pag. 148.

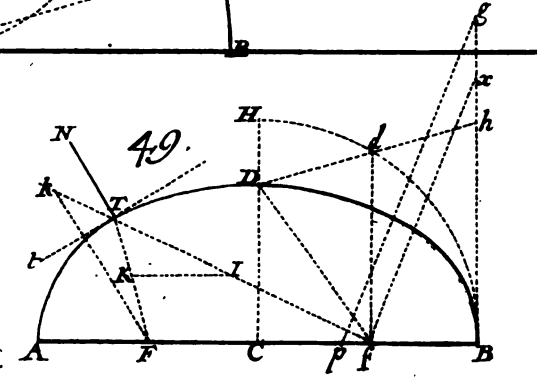
Remarques ſur cette eſpece de Ceintre.

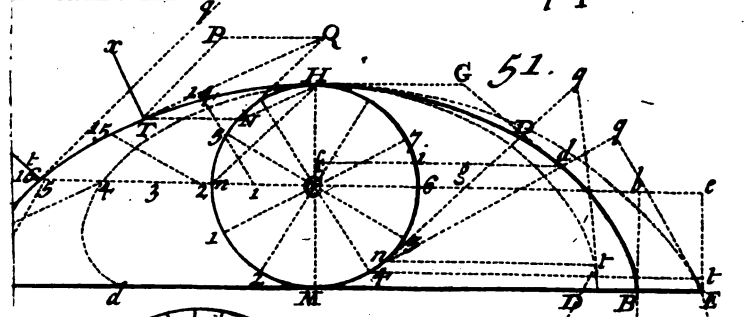
Quoique les deux portions de Parabole, dont le ceintre eſt compoſé ſoient réünies au point A, où chacune d'elles touche la même ligne B*b*; il eſt cependant vrai de dire qu'on doit y appercevoir un peu de jarret, particulierement ſi la hauteur de la clef AI eſt grande à l'égard de la largeur D*d*; de même qu'on en trouve dans la jonction de deux arcs de cercles, dont les rayons ſont de longueur bien differente, comme nous l'avons fait remarquer au 2.e Liv. & encore plus parce que l'uniformité du Cercle eſt plus propre à ces ſortes de tranſitions. Il ſemble auſſi qu'au ſommet S de chaque parabole il ſe faſſe un renfoncement un peu trop ſenſible, comme l'a remarqué M. de la Hire, qui le trouve convenable lorſque l'impoſte de la voute eſt ornée d'une Corniche, qui cache une partie de la naiſſance du ceintre; mais les Architectes y ſuppléent ordinairement par une portion de ſurface droite verticale, qu'ils laiſſent au deſſus de la Corniche, pour que ſa ſaillie ne couvre pas une trop grande partie de la naiſſance de la voute. Alors pour bien faire & éviter ce remede, il faut faire les Corniches des dedans très légeres, ſuivant le conſeil de Vitruve, dont nous parlerons dans une Diſſertation à la fin de cet Ouvrage. Voilà à peu près ce que l'on peut dire de plus remarquable touchant les variations des Berceaux à l'égard de leurs ceintres.

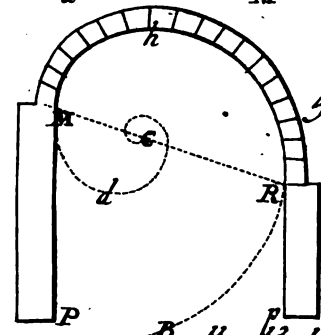
LA SECONDE eſpece de Variation des Berceaux, qui vient du changement de direction de leurs côtez ſur les faces, & où l'on conſidere leur

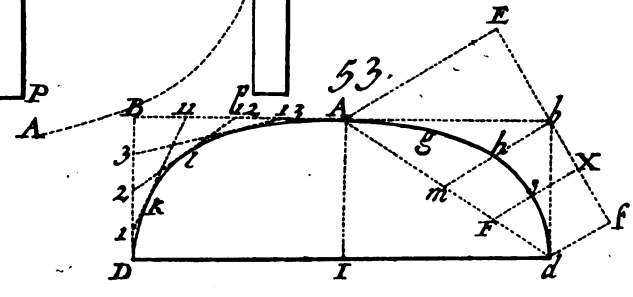












UNIV. OF MICH.

leur ſituation à l'égard de l'horiſon peut être diviſée en ſix cas differens.

1°. Lorſque le berceau a ſon axe de niveau & perpendiculaire à ſes faces, c'eſt-à-dire, lorſque le demi cylindre eſt Droit, le berceau s'appelle auſſi en termes de l'Art, Berceau *Droit & de niveau.*

2.° Lorſque le ceintre de face d'un berceau horiſontal eſt dans un plan vertical, mais oblique à la direction des côtez, ou, ce qui eſt la même choſe, à celle de l'axe; alors le berceau eſt appellé *Biais.*

3.° Lorſqu'à cette obliquité de face à l'égard de l'axe, c'eſt-à-dire, à la direction du berceau, il ſurvient une ſeconde obliquité de la face à l'égard de l'horiſon, auquel elle eſt inclinée en angle obtus, comme au talud, ou en angle aigu, comme au ſurplomb, on ajoute au nom de *Biais* celui de la double obliquité, en diſant *Biais & en Talud*, ou *Biais & en Surplomb.*

4.° Lorſque l'axe du berceau eſt incliné à l'horiſon, & que ſa face eſt dans un plan vertical perpendiculaire à la direction horiſontale, alors la double obliquité à l'égard de l'horiſon & de la face, s'exprime en termes de l'Art par le nom de *Deſcente Droite*, où il faut remarquer, que la direction horiſontale eſt exprimée par la projection de l'axe ou des côtez dans le *plan* Ichnographique.

5°. Si la face de la deſcente, reſtant verticale, eſt tournée obliquement à la direction horiſontale du berceau, il ſe forme une triple obliquité qu'on appelle *Deſcente Biaiſe.*

6.° Si à ces trois obliquitez; ſçavoir, 1.° de l'axe à l'horiſon, 2.° de l'axe à l'égard de la face, 3.° de la face à l'égard de la direction horiſontale de l'axe, il en ſurvient une quatriéme, qui eſt celle de la face à l'égard de l'horiſon en angle obtus de talud, ou en angle aigu de ſurplomb, on exprime ces quatres obliquitez par le nom de *Deſcente biaiſe & en Talud* ou en *Surplomb.*

Nous ne parlons pas ici des berceaux, dont l'axe eſt en ſituation verticale, on ne les comprend pas ſous le nom de voute, mais de *Tour Ronde* ou *Creuſe*, & les obliquitez de leur face ſupérieure ne peuvent varier, que lorſque quelque berceau horiſontal ou incliné y aboutit. Nous parlerons de ces rencontres à la ſeconde partie de ce 4.e Livre.

Obſervations generales ſur les effets que produiſent les variations des Berceaux dans le Trait des Epures.

Premierement, il eſt évident que lorſque les berceaux ſont Droits & extradoſſez circulaires, & leurs faces diviſées en vouſſoirs égaux,

toutes les ſurfaces de même eſpece ſont égales entr'elles. Sçavoir, 1.° les Têtes, puiſqu'elles ſont, par la ſuppoſition des portions, égales d'une même Couronne de cercle, 2.° les doëles plates & les creuſes, leſquelles ſont, les unes des parallelogrames rectangles égaux, les autres des ſegmens de cylindre auſſi égaux. 3.° Les Lits ſont auſſi des parallelogrames rectangles égaux entr'eux, ſuppoſant la voute extradoſſée d'égale épaiſſeur; mais ſi elle ne l'étoit pas, ces parallelogrames rectangles deviendroient inégaux en s'élargiſſant de plus en plus, à meſure que les lits approcheroient de celui des impoſtes.

2.° Si le berceau, étant encore ſuppoſé Droit, étoit Elliptique par ſon ceintre, les ſurfaces des têtes, quoique provenant de diviſions égales des joints au contour de la doële, ne peuvent être égales entr'elles de ſuite, mais ſeulement les oppoſées à même hauteur ſur les impoſtes; parce que les couronnes d'Ellipſes, dont elles ſont parties, ſont inégalement diviſées par des perpendiculaires à la tangente de dedans au dehors; ainſi il faut un panneau pour chacune.

3.° Dans les berceaux biais & deſcente avec talud ou ſans talud, les ſurfaces rectilignes des doëles plates ou des lits ſont néceſſairement inégales, quoique l'on faſſe celles des têtes égales entr'elles; parce que ces doëles ou lits ne ſont plus des rectangles, mais des trapezes ou des Rhumboïdes; ainſi il faut les tracer chacune en particulier.

A l'égard des differences des contours de ceintres qui réſultent des variations des berceaux, il eſt clair qu'elles ſont renfermées dans le plus ou le moins d'alongement des Ellipſes; puiſque les berceaux étant des demi-cylindres, lorſque leurs ſurfaces ſont planes, il n'en peut réſulter que des ſections cylindriques, tant que le ceintre primitif ne ſera que circulaire ou Elliptique, ſurhauſſé ou ſurbaiſſé; ainſi le biais, par exemple, ne peut produire dans toutes les manieres de le repréſenter dans l'Epure, ſoit en élevation, ſoit en profil, ſoit en *plan*, je veux dire en projection horiſontale, que des cercles ou des Ellipſes. Si *l'Arc-Droit* eſt circulaire tous les biais donneront des Ellipſes, & jamais des cercles; mais ſi l'Arc-Droit eſt ſurbaiſſé ou ſurhauſſé, il peut arriver que quelque ſituation de biais donnera un cercle, ou dans l'élevation, ou dans le profil, ou dans le plan horiſontal; ce que nous avons expliqué au premier Livre en parlant des cylindres ſcalenes coupez par une ſection ſouſcontraire.

D'ou il ſuit auſſi que ſi l'arc de face biaiſe eſt un cercle, non ſeulement ſes paralleles ſeront des cercles, mais auſſi ceux qui feront un angle égal au biais de la face, tournez en ſens contraire, comme FGB = ABD ſur le même côté BD; ainſi [*Fig.* 58.] ſuppoſant que le pa-

PLAN. 34. *Fig.* 58.

rallelogramme AD eſt le plan horiſontal d'un berceau, dont la face AB eſt biaiſe & circulaire, non ſeulement les ceintres qui lui ſont paralleles ED, *f*G lui ſont égaux, mais encore FG & ſes paralleles EI, &c. ſont auſſi circulaires, ce qui fait voir que quoique l'Arc-Droit ſoit très néceſſaire pour la formation d'un berceau biais, on pourroit, abſolument parlant, s'en paſſer pour creuſer une doële, ſi l'on avoit les poſitions paralleles & ſouſcontraires des arcs que chaque vouſſoir comprend; mais comme la poſition à angle droit eſt la plus sûre & la plus commode pour bien placer un cercle, ce moyen n'eſt pas convenable pour la juſteſſe; parce qu'un angle obtus ou aigu plus ou moins ouvert, cauſeroit un grand changement au ceintre, quoique les hauteurs ſous la clef CH, M*b*, *m k* ſoient toujours égales.

Si par quelque cas extraordinaire, qui arrive cependant en certaines voutes, le ceintre du berceau étoit de quelqu'autre ſection conique que le cercle ou Ellipſe, comme, par exemple, celui qui eſt compoſé de deux portions de Parabole, dont nous avons parlé ci-devant, & dont Maître Blanchard fait mention dans ſa coupe des Bois, ou bien d'un arc d'hyperbole, comme le ceintre de ce berceau tronqué, qu'on appelle *Trompe érigée ſur une ligne droite*, le biais d'une face ou d'un lit donneroit encore une ſection courbe de la même eſpece que la premiere, c'eſt-à-dire, que les faces biaiſes ou les lits obliques ſeroient encore dans leur contour des arcs de parabole ou d'hyperbole, qui differeroient du ceintre primitif en cela ſeulement, qu'ils ſeroient un peu plus alongez, ou plus racourcis, ſuivant le plus ou le moins d'obliquité, ce que nous avons démontré au Theor. III. du premier Livre, pag. 29.

PROBLEME X.

Faire un Berceau Droit, Circulaire ou Elliptique, ou Rampant.

Le berceau Droit n'eſt ſuſceptible d'aucune autre varieté, que de celle de ſon ceintre, qui peut être ſurhauſſé, ou ſurbaiſſé, en plein ceintre, ou Rampant.

S'il eſt en plein ceintre, ſes vouſſoirs ſont ſi uniformes, que lorſque leurs têtes ſont égales par la diviſion arbitraire de leur ceintre; qui en a fait un, les ſçait tous faire; puiſqu'il ne s'agit que de la répetition d'une même choſe. Il n'y a quelque diverſité entr'eux, que lorſque le ceintre eſt Elliptique; car en ce cas les vouſſoirs du premier rang ne conviennent pas au ſecond ni aux ſuivans; pour ne pas nous arrêter à des choſes trop faciles, nous commencerons par donner la conſtruction d'un berceau droit Elliptique, laquelle comprend celle du cir-

culaire, en ce que celle-ci eſt plus aiſée; & parce qu'on peut y parvenir par les trois méthodes, dont nous avons parlé au Chap. II. nous en ferons l'Epure & l'application du trait des trois manieres.

1.° *Par Equariſſement.*

Fig. 59. & 60. Soit [*Fig.* 59. & 60.] la face d'un berceau extradoſſé DHE, dont l'épaiſſeur de la voute eſt une portion de couronne de cercle ou d'Ellipſe AbBEHD, qui a ſon centre en C, & ſes foyers en *f* & F, ſi elle eſt ſurmontée, c'eſt-à-dire, verticale ſuivant ſon grand axe.

Ayant tracé cette couronne par deux Courbes concentriques & ſemblables, par le Prob 7. du 2.e Livre, & de la grandeur dont on veut faire le berceau, ce qu'on appelle de grandeur naturelle, ou ſur un mur, ou ſur un plancher, on diviſera le ceintre intérieur AbB en autant de vouſſoirs que l'on voudra, & qu'il conviendra à la grandeur des pierres que l'on doit employer. Dans tous nos exemples nous ne les diviſerons qu'en cinq, pour ne pas multiplier les lignes dans les figures, & éviter la confuſion qu'elles cauſent ordinairement.

Fig. 59. Du centre C, ſi le ceintre eſt circulaire, on tirera la direction des joints de tête 1.5, 2.6, 3.7, 4.8, & ſi la face eſt Elliptique, des foyers *Fig.* 60. F & *f*, on tirera par chaque diviſion 1, 2, 3, 4, des lignes qui ſe ſe croiſeront, comme F1L, *f* 1N, F2*l*, *f*2*n*, dont on diviſera l'angle en deux également, par exemple, du point 1, pour centre, on fera l'arc LN de tel rayon qu'on voudra, la ligne tirée de ſon milieu M au point 1 ſera la direction du joint de tête 1 5; on trouvera de même celle du ſecond & troiſiéme vouſſoir en 2. 6, la moitié de la face ſuffira pour le tracé de l'Epure, ſi le ceintre n'eſt pas rampant, comme il l'eſt à la figure 61.

Fig. 61. Si l'arc eſt Rampant [*Fig.* 61.] & qu'il ſoit d'une portion d'Ellipſe, comme il convient à la bonne conſtruction, on en cherchera l'axe & les foyers par les Probl. 2. & 20. du 2.e Liv. & l'on s'en ſervira pour tracer la coupe des joints de tête, comme à la fig. 60.

S'il étoit rampant, compoſé de deux ou pluſieurs arcs de cercles de differens rayons, comme il a été enſeigné aux Probl. 22. & 23. il eſt évident que ces mêmes joints devroient être tirez chacun du centre qui appartient à chaque arc.

Les joints de Tête étant tracez, on abbaiſſera des perpendiculaires ſur le diametre du ceintre, de chaque point de diviſion des vouſſoirs, ce qu'on appelle des *aplombs*, comme à la fig. 60. les lignes 3 P, 4*p*, &c.

& enſuite on tirera des paralleles au diametre, comme 4*g*, juſqu'à la rencontre de l'aplomb 3P en *g*; leſquelles donneront les ſaillies des retombées, & la difference des hauteurs des points 4 & 3; on fera la même choſe pour chaque vouſſoir, & l'épure ſera achevée.

Presentement il s'agit *d'appliquer le Trait ſur la Pierre* qu'on veut tailler par *Equarriſſement* dans une pierre brute, à peu près formée en parallelepipede, comme on les tire ordinairement aux carrieres. Ayant examiné ſi ſa hauteur eſt égale à 7*i*, & ſa largeur à *g*K, on lui fera deux paremens à l'équerre, un ſuivant ſa hauteur d'aplomb, l'autre ſuivant ſa largeur de niveau, par exemple D*g* & FK [*Fig.* 62.]

Pour mieux faire connoître le rapport d'une pierre d'appareil d'un mur aplomb avec un vouſſoir, nous repréſentons dans cette figure une partie de chacune de ces deux eſpeces; tel ſeroit un vouſſoir, qui entreroit en partie dans un mur, & on le ſuppoſe tranſparant, pour y voir les arêtes que le devant doit cacher.

Ces deux paremens étant faits, on en fera encore deux autres, auſſi à l'équerre avec les premiers, pour ſervir de têtes à la pierre, tels ſont FA ou GC, & *g*B, ſur leſquels on portera au long des arêtes *g*K & F*k*, la retombée *g*4 de la fig. 60. & ſur les arêtes *g*I, FD la hauteur de la retombée *g*3, enſuite par les repaires 4. 4°, on tirera ſur le lit FK la ligne 4 4°, & ſur le parement FI, la ligne E3, par les repaires E, 3, ces deux lignes marqueront les arêtes des lits avec la doële.

On formera enſuite un panneau ſur l'épure de la tête 7, 3, 4, 8 de la fig. 60. avec du bois ou du charbon contourné ſur le trait, & on l'appliquera ſur la tête *g*B, poſant les angles 3 & 4 ſur les repaires 3 & 4 de la fig. 62. pour y tracer le même contour à chaque tête oppoſée. Enfin on abbatra toute la pierre, qui ſera hors du tracé de ce panneau, & à la régle; ſçavoir, 1.° le priſme mixte F*g*43E4°, dont la partie 43E4° de la doëlle eſt une portion de cylindre, qu'on creuſera comme il a été dit au premier Chapitre de ce livre, avec la régle & une cerche, pour former la doële.

2.° La priſme rectiligne triangulaire EDH73I, pour former le lit de deſſus E 7.

3.° Le priſme auſſi triangulaire 4*k*8 *k*4°x pour former le lit de deſſous 4° 8.

4.° Le priſme mixte 7B 8 x A H, pour former l'extrados s'il en eſt beſoin.

On peut au lieu d'un panneau de tête 3. 4. 8. 7. ſe contenter d'un

biveau, ſi le berceau eſt en plein ceintre, mais s'il eſt ſurbaiſſé ou ſurhauſſé, comme à la fig. 60. il en faut faire deux, l'un pour le lit de deſſus ſur l'angle mixte 4. 3. 7, l'autre pour le lit de deſſous ſur l'angle 3. 4. 8; parce que ces angles des lits avec la doële ſont inégaux.

Il eſt rarement néceſſaire de former la ſurface convexe de l'extrados; mais ſi la voute eſt extradoſſée, on peut le faire de la même maniere que la doële à la régle, comme il a été dit au Problême II. Si au lieu de panneau pour tracer l'arc 7, 8, on vouloit ſe ſervir de biveau, il en faudroit un concave comme en B', de ſorte que ſe ſervant de cet inſtrument, il en faudroit quatre differens pour chaque vouſſoir de ceintre Elliptique, ſçavoir, deux pour la doële, un au lit de deſſus, un à celui de deſſous, & autant à l'extrados, ce qui deviendroit fort incommode, & qui montre que les biveaux ne conviennent gueres qu'aux voutes circulaires, dans leſquelles un ſeul convexe ſuffit pour tous les vouſſoirs de la doële, & un convexe à l'extrados.

Lorsque l'on fait une voute en plein ceintre ſeulement avec un biveau de doële, on peut tracer l'arc d'extrados ſans le ſecours d'un panneau ni d'une cerche, en ouvrant le compas de la longueur d'un joint de tête comme 5, 1. [*Fig.* 59.] & trainant une de ſes pointes ſur l'arc A1, & tenant l'autre dirigée perpendiculairement à cet arc, enſorte que la ligne qu'on tireroit par ſes deux points paſſât par le centre C, cette ſeconde pointe tracera l'arc d'extrados. On fait la même choſe avec un échantillon, c'eſt-à-dire, un morceau de bois, coupé de longueur égale au joint DA ou 1, 5.

Mais il faut bien ſe garder de ſuivre cette méthode dans les voutes, dont les ceintres ſont ſurbaiſſez ou ſurhauſſez, parce que premierement, il ſeroit aſſez difficile de tenir ces pointes ou ces échantillons, dirigez perpendiculairement à l'arc, dont les coupes ne tendent pas au centre C, mais à differens points du diametre AB.

Secondement, parce que les ceintres de couronne Elliptique ne ſont pas équidiſtans à la doële & à l'extrados, les contours s'approchent vers le petit axe DE, & s'éloignent davantage vers le grand, de ſorte que H*b* doit être plus long que DA; ce que les Ouvriers n'obſervent cependant pas, & croïent même qu'on ne doit pas obſerver; quoiqu'il ait été démontré au Theor. 1. & 4. du I. Livre, qu'on le doit, pour operer régulierement.

On a pû remarquer que des deux premiers paremens qu'on a formé l'un aplomb, l'autre de niveau, il ne reſte rien quand la pierre

eſt achevée, que les lignes E3, d404, qui ſont les arêtes des lits avec la doële.

On voit auſſi qu'en ſuivant cette méthode par équarriſſement, la perte de la pierre eſt très conſiderable ; car le quadrilatere en trapeze mixte de la tête du vouſſoir 3. 4. 8. 7. eſt inſcrit dans un rectangle gB, où il laiſſe quatre triangles inutiles, ſçavoir pour les lits, deux rectilignes 3·1·7·, 4·8·K·, & deux mixtes 3g4 & 7B8, leſquels ſont les baſes d'autant de priſmes de la longueur du vouſſoir ; ainſi il arrive ſouvent que l'on perd plus de moitié du cube, ſelon que les angles ſont plus ou moins ouverts, & que les retombées ont plus ou moins grande raiſon à leur hauteur ; puiſque les priſmes de même hauteur ſont entr'eux comme leurs baſes, ce qui doit faire donner la préference à la méthode où l'on ſe ſert de panneaux, dont nous allons parler.

Seconde Maniere de faire un Berceau Droit.

Par Panneaux.

La maniere de tracer les pierres par le moyen des panneaux eſt eſtimée la plus difficile & la plus ſçavante ; c'eſt pour quoi les Maîtres Maçons ne reçoivent que celle-là dans les Chef-d'œuvres qu'ils exigent de ceux qui demandent à être reçûs dans le corps du métier, c'eſt le P. Deran qui le dit, je cite mon garant ; car je ne ſçai quel eſt leur uſage à Paris, il aura pû changer depuis l'année 1643. dans laquelle écrivoit ce Pere ; nous en avons dit notre avis ci-devant.

Soit l'élevation d'une face de berceau en plein ceintre, comme à la fig. 59. ou ſurmontée, comme à la fig. 60. ou rampante comme à la fig. 61. il n'importe. Le ceintre étant diviſé en ſes vouſſoirs, & la direction tirée comme à la maniere précedente, on tirera les cordes des arcs A1, 1,2, 2,3, &c. & la longueur du piedroit étant donnée toute l'épure ſera tracée. *Fig.* 59. 60. & 61.

1.° Les *Panneaux de Tête* ſont donnez, puiſque ce ſont les portions de la couronne, ou d'Ellipſe A*b*BEHD [*Fig.* 60] ou de cercle [*Fig.* 59.] ou d'arc rampant [*Fig.* 61.] coupée par les joints de tête 5·1, 6·2, 3·7, & 8·4 ; ainſi on n'a qu'à couper du carton ou une planche ſuivant le contour mixte DA1·5, & ce panneau ſuffira pour toute la face, ſi le ceintre eſt circulaire ; car quand même on feroit des vouſſoirs d'inégale largeur, la direction des joints ſera toujours le même angle avec la courbe de la doële.

Si le ceintre eſt Elliptique, comme aux fig. 60. & 61. il faut un panneau pour chaque tête de vouſſoir.

Secondement les *Panneaux de Doële* ſont auſſi donnez; car ils ſont tous des parallelogrames rectangles, dont la corde A1, ou 1·2, 2·3, &c. eſt un des côtez, & l'autre eſt la longueur du vouſſoir ſuppoſée A*a*, priſe au plan horiſontal, ou bien une partie de cette longueur, telle qu'il convient à la pierre qu'on veut employer, ou à la diſtribution de la longueur totale A*a* ou B*b*, pour la propreté de l'exécution, comme lorſqu'on veut obſerver une eſpece d'égalité de liaiſon d'un vouſſoir ſur l'autre; le modele qui ſera fait ſur ces deux côtez ſera le *Panneau de Doële plate*, qu'il faut tracer ſur la pierre avant que d'en creuſer la concavité. *Fig.* 56.

Troiſiémement, les *Panneaux de Lit* ſont auſſi donnez ſur l'épure; parce que ce ſont encore des parallelogrames rectangles, comme D*a* & B*e* [*Fig.* 59.] dont un côté eſt le joint de tête, & l'autre la longueur du vouſſoir qu'on a déterminé pour la doële.

La Fig. 59.[4] fait voir le dévelopement du vouſſoir & l'arrangement de ſes ſurfaces, tel qu'en les pliant toutes ſur les côtez communs, on formera le vouſſoir à l'extrados près, dont on ne fait point de panneaux par deux raiſons; la premiere, c'eſt qu'on ne pourroit faire de ſurface plane qui le couvrit; car une tangente ne parviendroit pas aux côtez des autres ſurfaces de tête & de lit, entre leſquels elle laiſſeroit un vuide. Secondement, parce que le panneau, quand même il ſeroit courbe comme une tuile, qu'il toucheroit les quatre angles de l'extrados, il ſeroit inutile; puiſque les côtez des panneaux de tête & de lit vers l'extrados étant tracez, il n'y a plus qu'à abatre la pierre qui les excede, comme l'on fait dans l'équarriſſement.

Il ne reſte donc plus qu'à faire les *Biveaux*, qui ſervent à donner à chaque ſurface du vouſſoir l'inclinaiſon qu'elle doit avoir avec ſa contiguë. Or ce biveau pour les têtes & les doëles eſt une équerre; puiſque le berceau eſt Droit ſur la ſurface; & quand les deux têtes oppoſées ſont tracées, on n'a que faire de biveau pour ſituer les lits à l'égard de la doële; puiſque leur inclinaiſon eſt déterminée par les côtez des joints de tête; de ſorte qu'on peut encore ſe paſſer de panneaux de lit; puiſqu'il n'y a qu'à abatre à la régle la pierre qui ſe trouve entre les deux joints de tête, & le joint du lit le long de la doële, & faire une ſurface plane, dont on a trois côtez donnez.

De ſorte qu'au berceau Droit, de quelque courbe que ſoit ſon ceintre, on peut ſe paſſer de panneaux de lit & de biveau; il n'en eſt pas de même lorſqu'il y a du biais, comme on le verra ci-après.

Les Auteurs des Livres de la Coupe des pierres pour voir le rapport & la

& la figure des doëles & des lits, ont accoutumé de faire, comme nous l'avons dit, un dévelopement des doëles & des lits, qu'ils mettent ſur une même ſurface, enſorte que les panneaux de lit ſont ſuppoſez couvrir une partie de ceux de doële, comme on voit ici à la figure 59, ſous l'épure du plein ceintre, cette extenſion des panneaux ainſi arrangez ne ſert de rien, on peut les faire chacun à part, particulierement dans le cas préſent, où un ſeul ſert pour tous ceux de la même eſpece; quand ils ſont inégaux, comme dans les voutes biaiſes, ils ſervent à guider un Appareilleur pour la ſuite; alors il peut les faire ſur un morceau de papier; mais il eſt très inutile de les faire ſur l'épure en grand dans cet ordre d'arrangement.

REMARQUE.

Il faut auſſi remarquer que les Auteurs des livres de la Coupe des pierres, au lieu des cordes des arcs de tête prennent celles de leurs moitiez, pour approcher davantage de la rectification de ces arcs dans leurs dévelopemens, mais cette pratique eſt très mauvaiſe; parce qu'élargiſſant le panneau plus que la doële plate, il ne peut être fait qu'avec une matiere flexible, comme du carton ou du fer-blanc, & ne doit être appliqué que dans une ſurface creuſe, qu'il faut déja ſuppoſer faite, laquelle eſt cependant à faire, de ſorte qu'un tel panneau ne peut ſervir qu'à terminer une portion cylindrique, déja faite à propos, mais qui ſeroit trop large ou trop longue, ce qui eſt très inutile dans le Trait dont il s'agit.

Nous n'avons pas compris dans les Berceaux Droits, les voutes à *Tiers-Points*, dont on voit la figure du ceintre au nombre 57 en ATB; parce qu'ils ne ſont plus gueres d'uſage depuis qu'on a abandonné l'Architecture Gotique, & que les berceaux ne ſont qu'un compoſé de deux portions de berceaux en plein ceintre, chacune ordinairement de 60. degrez, enſorte qu'elle fait le tiers d'un berceau ſimple en demi-cercle complet, d'où eſt venu le nom de *tiers-point*; ſoit auſſi parce que dans cette conſtruction les trois points du ſommet à l'angle de la clef, & les deux des naiſſances aux impoſtes ſont équidiſtans, comme les ſommets des angles d'un triangle équilateral; cependant on en voit, dont les arcs ſont d'un nombre de degrez audeſſus de 60. Quoiqu'il en ſoit il eſt clair que la conſtruction d'une telle voute ne differe en rien de celle du plein ceintre ordinaire, que dans la poſition des ceintres, qui ne ſont pas au milieu du diametre, & dans la formation de l'angle de la clef.

REMARQUE.

Quoique les voutes Gotiques ſoient preſentement hors d'uſage, quel-

ques Ingénieurs les ont employé à couvrir des Magasins à poudre, comptant leur donner plus de résistance aux efforts des Bombes; il est vrai que si leur chute étoit en ligne verticale, ces voutes leur présentant une surface plus oblique, en éluderoient beaucoup le choc; mais parce que les bombes tombent en ligne parabolique, dont l'amplitude est souvent fort grande, elles peuvent frapper l'extrados perpendiculairement à sa tangente, & faire plus d'effort vers la clef qu'aux voutes en plein ceintre, ce que l'expérience a confirmé dans quelques siéges, où les dernieres ont plus résisté que les Gotiques; particulierement à Landau, où les magasins voutez en plein ceintre n'ont pas été percez par une quantité considerable qui y sont tombées.

Application du Trait sur la Pierre.

Pour en venir à *l'Application du Trait sur la Pierre*, on commencera par dresser un parement qu'on destinera à servir de doële plate, & l'ayant tracé avec le panneau appliqué dessus, on fera aux deux bouts deux autres paremens d'équerre sur les côtez, qui sont communs aux deux têtes, & sur chacun de ces paremens, on appliquera le panneau de tête, qu'on tracera en suivant son contour; ensuite on abbatra à la régle toute la pierre, qui excedera les lignes des deux joints de tête opposez, & le joint de doële & de lit.

Ainsi on peut se passer de panneau de lit. On pourroit aussi se passer ici de panneaux de doële, si ceux de tête sont bien placez parallelement entr'eux, & perpendiculairement à la ligne du milieu de la doële, ou bien tracer seulement au compas & à l'équerre la doële plate; mais il est toujours plus sûr dans la pratique de se servir de panneau; parce que pour peu qu'on varie dans les mesures, on trouve des differences sensibles, quand on vient à poser les vousoirs. On ne sçauroit trop prendre de soin pour l'exactitude; car les Ouvriers sont assez sujets à faire des fautes, sans les exposer à en faire par les moyens, qui les guident moins surement.

D'ailleurs la raison qui peut dispenser de faire des panneaux de lit aux berceaux Droits n'est pas la même pour les doëles; parce que les lits ne se font qu'après qu'elles sont tracées; ainsi leur contour est déterminé, & leurs arêtes faites de trois côtez.

Apres que le vousoir est taillé suivant les surfaces planes de doële plate de tête & de lit, il faut pour creuser la doële concave, abatre le segment de cercle 1 2, 2 3 [*Fig.* 60.] que la corde renferme, en faisant une ciselure suivant le trait courbe, & en posant la régle suivant les ciselures des deux bouts parallelement au joint de lit, on formera cette

doële ; cependant pour plus de perfection on ſe ſert encore ſouvent d'une *Cerche*, qu'on poſe bien d'équerre ſur les joints de lit, & ſur le plan de la doële plate ; on voit mieux par ce moyen ce qui manque à la concavité pour la rendre bien réguliere, en la promenant dans la même ſituation. La figure 59 repréſente le tracé ſur la pierre avant que d'être taillée.

Troiſiéme maniere de faire un Berceau Droit.

Par demi-Equarriſſement.

Ce terme comme nous l'avons dit, n'eſt pas uſité dans les livres, parce que la méthode eſt nouvelle ; voici en quoi elle differe de l'équarriſſement ordinaire. 1.° En ce que à l'équariſſement il y faut au moins deux paremens d'équerre, l'un à l'autre pour y placer les hauteurs des retombées & leurs ſaillies, ce qui n'eſt pas néceſſaire dans cette méthode. 2.° En ce qu'à l'*équarriſſement* on peut ſe paſſer de panneau par le moyen des biveaux & des cerches ; ici il convient d'y en employer quelques-uns, mais moins que dans la méthode qu'on appelle ſimplement par panneaux ; un exemple rendra la choſe ſenſible.

Soit [*Fig.* 63.] une tête de pierre brute 37984, de figure irréguliere, dont on veut faire le vouſſoir de la figure 60, marqué 4. 8. 7. 3. on tirera par le point 4 l'horiſontale 4K, & on prendra avec un biveau l'angle K. 4. 3 que l'on portera ſur un parement qu'on aura dreſſé ſur la tête de la pierre, qui doit avoir la largeur 4. 3. de la doële plate, & l'on fera une ciſelure ſuivant l'angle K, 4 *m* tracé par le moyen du biveau, que fait une ouverture de compas d'Appareilleur, ou une ſauterelle poſée ſur l'angle K43 de l'épure de la fig. 60 ; enſuite on fera un ſecond parement en retour d'équerre à la tête ſur la ligne 3. 4, ſur lequel on appliquera le panneau de doële, ou ſi l'on veut par des retours d'équerre ſur les angles 3 & 4 on fera un parallelograme rectangle, comme celui de Pp 14. 13 de la fig. 60, & avec les biveaux des angles de coupe 3. 4. 8. & 4. 3. 7, s'ils ſont inégaux, comme dans les voutes Elliptiques, on abatra la pierre pour former les lits, après avoir fait à l'équerre la tête oppoſée à la premiere. *Fig.* 63.

L'Avantage de cette méthode n'eſt pas conſiderable dans l'exemple d'un Berceau Droit, dont l'uniformité ne préſente point de difficulté pour tailler la pierre ; mais on verra dans la ſuite des exemples des autres voutes combien elle eſt commode, & combien elle ſert au ménagement de la pierre, & à une plus prompte expédition, que celle de l'équarriſſement.

PREMIEREMENT, quant au ménagement de la pierre, il eſt viſible que lorſqu'elle eſt mal *pratiquée*, c'eſt-à-dire, d'une figure qui n'approche gueres du parallelepipede, il y a déja beaucoup de perte pour mettre deux paremens à l'équerre, & que s'il avoit fallu équarrir celle dont nous donnons la Tête pour exemple, on auroit été obligé d'abatre en pure perte preſque la valeur de la moitié, par la ligne $3x$, qui auroit retranché toute la partie irréguliere $3m4kx$, au lieu que par le moyen de l'angle de la doële avec l'horiſon, qui fait toujours un angle obtus $0^{\circ}\,4^{\circ}\,3^{\circ}$, on profite de cette partie irréguliere, & ſi on veut ſe ſervir de la hauteur de la retombée $3g$, on peut la prendre ſur une des branches de l'équerre, en poſant l'autre ſur la ligne droite $4,k$ horiſontale, ce qu'on ne peut faire par la méthode des panneaux.

SECONDEMENT, à l'égard de la prompte exécution, il eſt clair qu'on épargne le tems qu'il faudroit mettre à dreſſer toute la partie $g4$, du lit au parement horiſontal, & toute celle $g3$ du parement vertical en retour d'équerre du premier, ce qui en certaines rencontres peut avoir ſon mérite, & qui fait toujours plus que la valeur de la doële, puiſque deux côtez $4g$, $3g$ ſont plus grands qu'un $4^{\circ}\,3$.

TROISIEMEMENT, quant à la juſteſſe de l'operation, il eſt certain qu'une corde de doële, qui eſt donnée, de poſition immédiate, eſt toujours plus exactement ſituée que celle qui ſuppoſe un angle Droit, & la longueur de deux côtez; puiſque pour peu qu'il y ait d'élargiſſement ou de rétreciſſement d'ouverture, l'hypotenuſe que l'on cherche ſera allongée ou racourcie, & ſi un des côtez differe tant ſoit peu de la retombée ou de ſa hauteur, l'inclinaiſon de la doële ſera alterée; or il n'y a pas plus de difficulté à former un angle obtus avec un biveau, qu'un angle Droit avec une équerre; il faut que l'Ouvrier ait la même attention, de tenir les bras ou branches de l'inſtrument perpendiculairement à l'arête des deux paremens, dans l'une & dans l'autre operation.

CETTE méthode a encore une avantage, c'eſt qu'au lieu de ſe ſervir de l'angle de l'horiſon avec la doële, on peut ſe ſervir de l'angle de l'aplomb avec la doële, ſelon qu'il convient à la facilité d'avoir l'un plutôt que l'autre, ou pour un plus grand ménagement de pierre; car dans l'exemple du quatriéme vouſſoir de la fig. 59. il eſt viſible que le triangle mixte $3V7$, fait par la verticale $V3$, & le joint $3,7$ eſt plus petit que le triangle $0^{\circ}\,4^{\circ}\,8$, fait de l'horiſontale $0^{\circ}\,4$, & du joint $4^{\circ}\,8$; de ſorte qu'on a le choix de celui qui convient le mieux à abatre ſuivant l'irrégularité de la premiere tête que l'on dreſſe. On verra dans la ſuite que nous faiſons uſage de l'un & de l'autre.

CES pratiques n'ont pas beſoin de démonſtration, on en a expliqué les raiſons au troiſiéme Livre.

Obſervations ſur les Berceaux Rampans.

Quoique les Arcs des Berceaux Rampans ſoient de même eſpece de ceintre que les ſurhauſſez & ſurbaiſſez, dont les impoſtes ſont de niveau entr'elles ; puiſque les uns & les autres ſont Elliptiques, il y a cependant quelques differences, qui méritent des attentions particulieres.

La premiere eſt que ſi l'on fait une voute extradoſſée ou un bandeau à la face, on ne peut le faire comme aux autres faces Elliptiques de deux arcs d'Ellipſes concentriques & ſemblables à l'arête de la doële & de l'extrados; lorſque chacune des impoſtes eſt formée par un lit, ou par des moulures de niveau; parce qu'alors la ligne de rampe AB de la doële n'eſt pas de même inclinaiſon que celle de l'extrados DE, quoique l'une & l'autre paſſent par un centre commun C ; ainſi ſuppoſant une ligne de ſommité SO horiſontale, il eſt clair que ces deux Ellipſes n'auront pas des mêmes diametres conjuguez ſemblablement poſez; alors il convient de prendre le ceintre au milieu de la largeur du bandeau, comme en RNM, & de porter au deſſus & au deſſus la demi-largeur, en la trainant avec le compas fixe, d'un côté ſur le trait du milieu, & la pointe de l'autre dirigée ſuivant la coupe, c'eſt-à-dire, perpendiculairement à l'arc tracé au milieu. *Fig.* 61.

La ſeconde obſervation à faire eſt ſur la poſition des axes de l'Ellipſe, qui ne paſſe pas par les impoſtes, & par la clef dans les arcs rampans, comme dans les ſurhauſſez & ſurbaiſſez, dont les impoſtes ſont de niveau entr'elles.

Les lignes qui paſſent par ces points ſont ordinairement des diametres conjuguez, ou des autres diametres, qui ſont entr'eux des angles inégaux de part & d'autre de leur interſection; ſçavoir un aigu du côté de l'impoſte ſupérieure, & un obtus vers l'inférieure.

D'ou il ſuit que le contour de la demi-Ellipſe, ou d'un autre arc plus ou moins grand, ſuivant l'inclinaiſon des piedroits, lorſqu'ils ne ſont pas aplomb, étant partagé par le milieu de la clef en deux parties inégales, ne peut être diviſé en vouſſoirs égaux, comme les ceintres de berceaux ordinaires, ce qui entraine des irrégularitez inévitables.

Si le hazard fait qu'on puiſſe diviſer chaque côté en parties égales entr'elles, il eſt clair qu'elles ne ſeront pas égales en nombre, il y aura plus de vouſſoirs dans la partie inférieure que dans la ſupérieure. Si l'on veut que le nombre ſoit égal de part & d'autre de la clef, il eſt

évident que ceux de la partie inférieure ſeront plus grands que ceux de
Fig. 64 la ſupérieure, comme on voit à la fig. 64. de la planche 35.

Il reſte à ſçavoir s'il convient de les faire égaux entr'eux dans chaque partie, comme on a fait à la même figure, ou s'ils doivent être tous inégaux ſuivant une certaine progreſſion.

Si on les fait égaux dans chaque partie, il eſt viſible que la difference de l'un à l'autre devient choquante au ſommet, par une trop grande proximité de deux contrecleſs, qui en préſente de près la comparaiſon.

Si l'on diſtribuë la difference par une ſuite continuë, depuis l'impoſte inférieure à la ſuperieure, on pourra conſiderer l'arc Rampant comme une portion de ſpirale, prendre un centre & la décrire au dedans, & l'on aura une diminution continuelle. Mais il en réſulte, que le couſſinet de l'impoſte ſupérieure deviendra le plus petit de tous les vouſſoirs.

Si l'on veut faire la diminution depuis chaque impoſte à la clef, on peut trouver differentes manieres pour y parvenir.

L'une eſt de diviſer les tangentes moyennes dans l'épaiſſeur, comme rS, SO, Om en un même nombre de parties égales, depuis les points d'attouchement r, T, m, ou en autant de parties que l'on veut avoir de vouſſoirs, comme ici en 7, pour en avoir dans chacun trois & demi, à cauſe de la moitié de la clef; puis tirant les lignes droites de chacun des points rTm aux diviſions des tangentes oppoſées, les interſections de ces lignes donneront des point x^1 x^2 3^3, &c. qu'on cherche. Ainſi les lignes $T1'$, $r1'$ donneront par leur interſection le point x^1; les lignes $T2'$, $r2'$ donneront le point x^2, par où doit paſſer le ſecond joint de tête, ainſi du reſte.

Il faut cependant remarquer que la diminution ne commençant pas à l'impoſte, mais au petit axe IC, il faut y ſuppléer en élevant un peu la premiere diviſion.

Cette operation eſt fondée ſur une proprieté des tangentes, démontrée dans les traitez des ſections coniques; ſçavoir qu'elles ſont en même raiſon dans les parties compriſes entre leurs interſections & leurs points d'attouchement d'un côté à l'autre, ainſi $ST : TO :: Sr : Om$.

On peut faire une diviſion inégale depuis les impoſtes à la clef, par le moyen des arcs de cercles égaux, laquelle paroît plus convenable que la précedente; parce qu'il n'y faut point de correction.

Ayant tiré une perpendiculaire indéfinie TV7 à la ligne de sommité SO, par le point d'attouchement T, qui coupera la ligne de rampe RM au point V; de ce point pour centre & d'un rayon pris à volonté comme VC, on décrira un arc C78, qui coupera TV prolongé en 7; on fera l'arc 7,8 = C7, & l'on tirera la ligne 8V, à laquelle on menera par le point M la parallele MX, qui coupera TV au point X.

Ensuite du point V pour centre, & du rayon pris à volonté, on décrira un arc 9 10, qui coupera RM au point 9, & TV au point 10; puis du point X pour centre, & d'un rayon aussi pris à volonté, on décrira un autre arc 10 M. On divisera l'un & l'autre en parties égales pour autant de vousſoirs qu'on voudra de chaque côté de la clef, & une moitié de plus pour la clef, comme aux points 1, 2, 3, 4, 5, 6, par lesquelles on tirera des lignes qui rencontreront l'arc rampant en des points, qui en marqueront les divisions qu'on a ponctué & tiré des centres V & X, si l'on juge à propos, ou tous d'un seul centre V.

On pourroit encore faire une division des parties inégales suivant une certaine progression, par le moyen des arcs de cercles égaux entr'eux, en supposant que le grand axe & les foyers de l'arc rampant Elliptique sont donnez.

Ayant tiré par un des foyers, par exemple F, l'horisontale $g7^{\circ}$, de ce même point F pour centre & d'un rayon pris à volonté on décrira un demi-cercle $g H^{\circ} 7$, qu'on divisera en autant de parties égales qu'on voudra de vousſoirs, comme ici aux points 1,2,3,4,5,6,7, ensuite du foyer opposé f pour centre & pour rayon le grand axe Kk, on décrira un arc de cercle $d z^{7} Y$, qui coupera les rayons tirez du centre F aux divisions du demi cercle en des points $z^{1}\ z^{2}\ z^{3}\ z^{4}$, &c. desquelles si on tire les lignes au second foyer f, elles couperont l'arc rampant aux points $1\,1\ 2'\ 3'$, &c. que lon cherche. Ensuite pour trouver la coupe des joints de tête, passans par ces points trouvez, on menera des lignes du centre F aux points $z^{1}\ z^{2}\ z^{3}$, &c. & par les points trouvez $r^{1}\ r^{2}\ r^{3}$ on leur menera des paralleles $1\,1\ q$, &c. qui seront les coupes demandées pour les joints de tête. Quoique cette maniere soit differente de celle que nous avons donné ci devant à la page 108. Elle n'est pas moins Géometrique, ce que je pourrois démontrer s'il étoit nécessaire.

Lorsqu'on a plusieurs arcs rampans à faire de suite, comme il arrive ordinairement sous les terrasses rampantes, ou sous des grands escaliers, il faut les agrandir ou diminuer dans une même proportion, afin que le rapport des ouvertures soit toujours le même à l'égard de la hauteur des piedroits. Le trait n'en n'est pas difficile à quiconque a des principes de Géometrie; cependant comme on voit des estampes

gravées de la face du Château neuf de St. Germain en Laye, où ces proportions ne ſont pas obſervées, ſoit que ce ſoit par la faute du Deſſinateur ou de l'Architecte; j'ai cru que je ferois bien de le donner ici, en ſuivant la même idée d'Architecture.

Fig. 65. Soit [*Fig. 65.*] la ligne de rampe HB, que je prends ici ſous la Phriſe, il n'importe en quel endroit, ſous laquelle le trapeze ABED eſt déterminé de largeur horiſontale DE, pour y tracer un Arc Rampant avec deux moitiez des trumeaux qui doivent l'accompagner, il s'agit de continuer ces Arcs en même proportion.

Ayant tiré les diagonales AE, BD, on menera par le point inférieur A la ligne A*a* parallele à DE, qui coupera le côté BE en *a*, par où on menera *ax* parallele à BA, qui rencontrera la diagonale AE en *x*, d'où on menera *x*F parallele à DE, & par le point F la ligne verticale FG, qui donnera ſur ED prolongée le point G. Le trapeze FA, DG ſera celui qui doit ſuivre le premier ABED; enſuite pour avoir le troiſiéme; ayant prolongé F*x* en *f* à la rencontre de la ligne BE, on menera *fy* parallele à BA, & *y*H parallele à EG, qui rencontrera la ligne de rampe BE prolongée au point H, d'où abaiſſant l'aplomb Hl, on aura le troiſiéme trapeze HFGI, pour la place du troiſiéme Arc rampant.

Presentement pour avoir les largeurs proportionelles, ayant déterminé celle d'une moitié de trumeau *e*L, & avec ſon piedroit *e*K, qui couperont la diagonale AE en K & L, on menera par ces points des lignes K*u*, LV, au point de concour des lignes EI & BH, qui ſont convergentes; mais comme ce point eſt ici hors de la figure, on aura recours au Probl. 1. du 3. Livre. Ces lignes couperont toutes les diagonales des trapezes ſemblables en des points *k*, *l*; *m*, *n*; *o*, *p*; *q*, *r*; *s*, *t*; &c. qui détermineront toutes les largeurs des trumeaux & des piedroits, il ne s'agira plus que de mener des verticales par ces points trouvez.

La hauteur de l'impoſte étant auſſi réglée en *b*, pour le milieu du premier trumeau, on en aura la continuation en tirant de ce point une ligne à celui de rencontre des lignes de niveau EI, & de rampe BH, comme ci-devant.

Il faut remarquer que ce n'eſt qu'en pareil cas de pluſieurs Arcs rampans de ſuite qu'on doit faire les impoſtes rampantes; parce que cette diſpoſition de lit en plan incliné eſt contraire à la ſolidité, du moins en apparence; car les bons Appareilleurs font un joint de niveau.

Explication Démonſtrative.

Puisque les raports de la largeur d'une baye à ſa hauteur, & à la largeur de ſes piedroits & Trumeaux ſont la principale grace de cette ſorte, de piece d'Architecture, il eſt de la convenance dès qu'on les a réglé de ne les pas alterer, dans la ſuite des arcs avec leſquels elle doit faire ſimétrie ; or il eſt clair, par la conſtruction, que tous ces raports ſont conſervez dans le triangle ABE du premier trapeze ABDE; puiſque la premiere hauteur BE eſt à la largeur inclinée BA, comme la ſeconde hauteur AD égale [par la conſtruction] à *a* E, eſt à la ſeconde largeur inclinée *ax* ou ſon égale A F, & comme la troiſiéme hauteur FG = *f* E, eſt à la troiſiéme largeur inclinée *fy* = F H. Ainſi des autres raports de largeur de trumeaux & de piedroits; puiſqu'en imaginant les deux lignes de baſe EI & BH prolongées juſqu'à leurs rencontres, on trouvera par-tout des triangles ſemblables, formez par les verticales des arêtes des piedroits, & de celles des Avantcorps des trumeaux ; *ce qu'il falloit faire.*

La même raiſon qui nous a engagé de tracer ici les Arcs rampans de la deuxiéme Terraſſe du Château neuf de St. Germain, nous invite à propoſer un changement aux arcs rampans de la Chapelle de Verſailles, l'Architecte Jules Hardouin, qui a un peu imité dans le Comble & ſon couronnement le goût Gotique, l'a auſſi fort imité dans les arcs rampans des *Arcs Boutans*, qu'il a fait buter preſqu'horiſontalement avec la clef en TD, au lieu de prendre la naiſſance ſur un doſſeret en MxT, & former un arc rampant complet RETxM, qui auroit eu plus de grace & plus de force. Il eſt vrai que la corniche C & la baluſtrade B cachent cette partie de bâtiment, ce qui l'a ſans doute déterminé à n'avoir aucun égard à la décoration; car quoiqu'il ne fût pas auſſi habile que le fameux François Mansard ſon Oncle, dont il a pris le nom, on ne peut diſconvenir qu'il ne fût bon Architecte.

DES BERCEAUX OBLIQUES.

Tout Berceau, dont l'axe n'eſt pas perpendiculaire à ſa face, pourroit être appellé *Biais*, en terme de l'Art; cependant comme il y a des noms deſtinez pour exprimer differentes obliquitez, on ne doit donner le nom de *Biais* qu'à celui dont la face eſt verticale, mais inclinée à la direction horiſontale. Si l'obliquité conſiſte dans l'inclinaiſon de la face, à l'égard de l'aplomb ou du niveau, elle s'appelle *Talud.* Et enfin ſi elle conſiſte dans l'inclinaiſon de l'axe à l'horiſon, elle s'appelle *Deſcente.*

Les Berceaux obliques doivent quelquefois être conſiderez comme des demi-cylindres ſcalenes, lorſque leurs faces étant circulaires, ſont inclinées à l'axe qui eſt proprement la direction du Berceau.

Quelquefois ils doivent être conſiderez comme des demi-cylindres Droits, coupez obliquement par leurs faces, lorſque *l'Arc-Droit* eſt circulaire, & la face ſurhauſſée ou ſurbaiſſée; ainſi on ne peut les bien déſigner par le mot de *Scalene*; puiſque les Berceaux droits, de face Elliptique, ſont auſſi intrinſéquement des demi-cylindres ſcalenes.

On peut ſeulement dire en general, que la difference du Berceau Droit au biais, ſoit en talud, ſoit en deſcente, conſiſte en ce que le ceintre de face n'eſt pas égal à celui de l'Arc-Droit.

D'ou il ſuit, 1.° que dans la conſtruction d'un berceau biais il faut toujours connoître deux ceintres, l'un perpendiculaire à ſon axe, lequel eſt l'arc-droit, qui d'un berceau biais en fait un Droit, mais non pas toujours un demi-cylindreDroit, l'autre eſt un ceintre oblique à ce même axe, qui montre l'excès dont le berceau oblique ſurpaſſe le Droit.

Secondement, que ces deux ceintres doivent être diviſez proportionellement; puiſqu'ils doivent comprendre un nombre égal de vouſſoirs, ſemblablement poſez, & ſéparez par les ſurfaces des lits, dont chaque direction prolongée doit paſſer par l'axe du berceau.

Troiſiémement, que ces ceintres ſont dans une dépendance mutuelle, comme les ſections d'un même cylindre, enſorte que ſi l'un eſt circulaire, l'autre ſera Elliptique; parce que la ſection ſouſcontraire ne peut avoir lieu entre l'arc droit & l'arc de face, l'angle de l'un à l'égard de l'axe étant droit & l'autre oblique; enfin que ſi l'un eſt oblique, l'autre par la même raiſon ne peut lui être égal, mais d'une Ellipſe plus ou moins alongée, s'il n'eſt pas circulaire. Cela ſuppoſé, nous allons donner la conſtruction des obliques dans leurs faces, à l'égard des axes horiſontaux, & enſuite de ceux dont les axes ſont inclinez à l'horiſon.

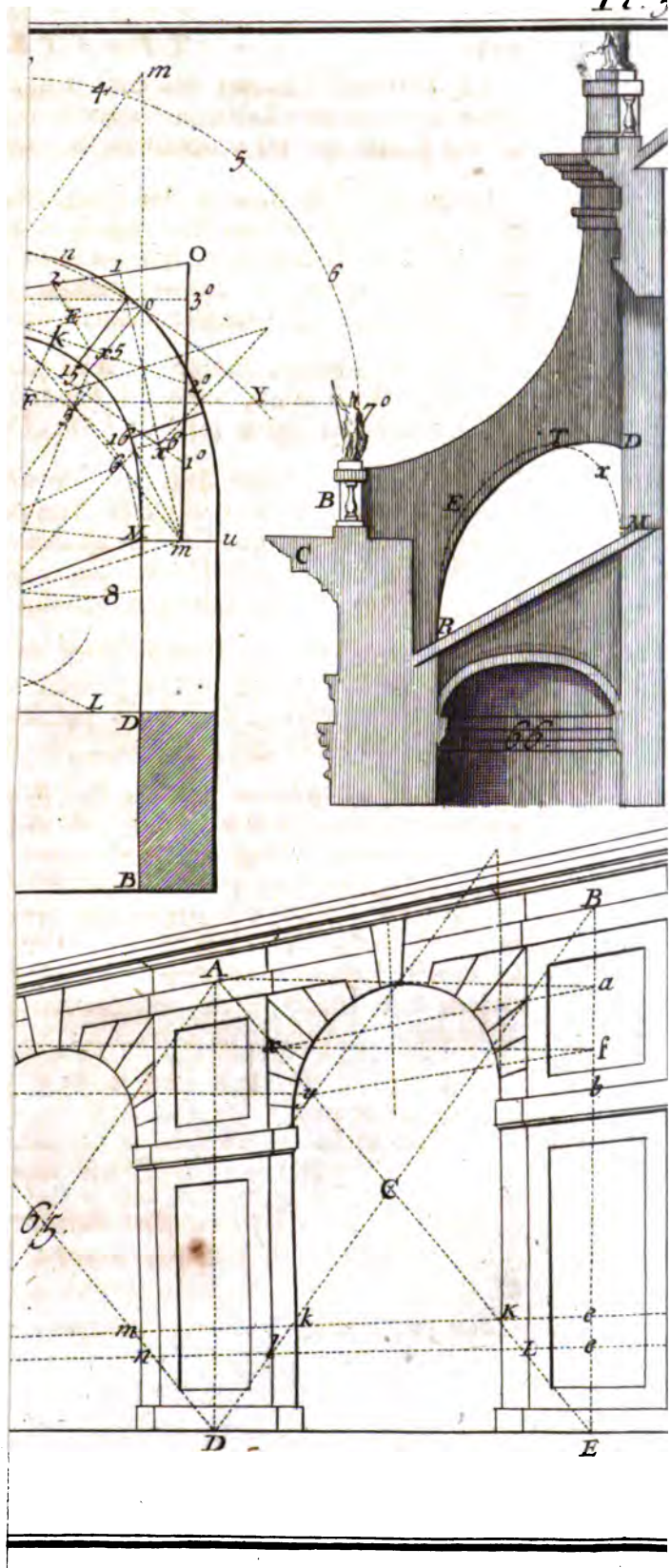
PROBLEME XI.

Faire un Berceau Horiſontal de face oblique d'une ſeule ou de deux & trois obliquitez.

Premier cas, où les faces ſont ſimplement biaiſes ſans talud.

Fig. 67. Soit [*Fig.* 67.] ABEF le plan horiſontal d'un berceau, dont la face AB eſt inclinée à l'axe CN, qui exprime ſa direction.

Sur *a b*, comme diametre intérieur de la face à la doële, ayant tra-


m
4
5
6
n
1
2
O
3°
k
x5
15
2°
Y
7°
16
1°
M
m
u
8
L
D
B
T
D
x
B
E
M
C
B
A
a
f
b
C
65.
m
n
k
l
K
L
e
e
D
E

cé le ceintre *abb* en demi-Ellipſe ou en demi-cercle, tel qu'on veut; & l'ayant diviſé en ſes vouſſoirs aux points 1, 2, 3, 4, on tirera les joints de tête 1·5, 2·6, 3·7, 4·8, du centre C, ſi le ceintre eſt circulaire ou perpendiculairement aux tangentes, qui le toucheroient à chaque point de diviſion comme nous l'avons dit ci-devant. Enſuite on abaiſſera de chacun de ces points des perpendiculaires au diametre *ab*, qui le couperont aux points p^1, p^2, p^3, p^4, par leſquels on menera des paralleles à l'axe CN, prolongées indéfiniment, comme $p^1 r^1$, $p^2 r^2$, $p^3 r^3$, &c.

On en fera de même pour l'extrados AHB, comme la fig. le montre.

Formation de l'Arc-Droit.

Ayant tiré par un point *d*, pris à volonté, une perpendiculaire *d*B aux côtez AF, BE, qui coupera ceux de la doële aux points D, R, on prendra cet intervale DR pour le petit axe d'une Ellipſe, & le diametre *ab* de la face pour le grand axe, ſi le ceintre de face eſt circulaire, & s'il ne l'eſt pas, mais qu'il ſoit ſurbaiſſé, il peut arriver par hazard que le ceintre de l'Arc-Droit devienne circulaire, mais non pas ſi l'arc de face eſt ſurhauſſé; car alors quoiqu'il arrive DR ſera toujours le petit axe d'une Ellipſe, & C*b* la moitié du grand axe. Avec ces deux lignes on décrira [par le Probl. 8. du 2.e Livre] une demi-Ellipſe DXR, qui coupera les projections des joints de lit qu'on vient de tracer au plan horiſontal aux points 1^r, 2^r, 3^r, 4^r, qui ſeront au contour de l'Arc-Droit, & qui en marqueront les diviſions en vouſſoirs, correſpondantes aux points du ceintre primitif 1, 2, 3, 4, leſquelles diviſions ſeront inégales entr'elles, quoique provenant de celle de l'Arc de face, qu'on vient de ſuppoſer égales entr'elles.

Les joints de Tête de cet arc-Droit ſeront tirez du centre C^r, comme s'il étoit circulaire, quoiqu'il ſoit Elliptique, contre la régle que nous avons donné pour les coupes des faces de cette eſpece de ceintre; parce que en la ſuivant ces joints de tête $1^r 5^r$, & $2^r 6^r$ ne ſeroient pas paralleles à ceux du ceintre de face 1·5 & 2·6, d'où il réſulteroit que les lits ſeroient des ſurfaces Gauches, par la définition que nous en avons donné ci-devant, page 7. ce qui les rendroit de difficile exécution, pour que les parties convexes & concaves s'ajuſtaſſent parfaitement l'une ſur l'autre, c'eſt pourquoi tous les joints doivent tendre à l'axe du cylindre, les uns au point C pour la face, les autres à C^r pour l'Arc-Droit.

Il ſuffit d'avoir la poſition des coupes de l'Arc-Droit, lorſque les voutes ne ſont pas extradoſſées. Si elles le ſont, il faut déterminer les longueurs de ces joints en traçant pour l'extrados une Ellipſe *d*xB,

concentrique & ſemblable à celle de l'arc droit DXR à la doële, par le Probl. VII du 2.e Livre, laquelle coupera les joints de tête tirez du centre C, par les points 1', 2', 3', &c. aux points 5', 6', &c. Ou ſeulement en tirant les projections des joints de lit à l'extrados, qui détermineront ces longueurs par leur interſection avec les coupes des joints de tête de l'arc-droit, comme la projection paſſant par le point p^5 rencontrera la coupe 1', 5' au point 5', qui détermine la longueur de joint 1', 5', ainſi des autres provenant de l'extrados p^6 6', &c.

Cette derniere operation eſt ordinairement inutile; parce que les voutes ſont rarement extradoſſées, il ſuffit d'avoir l'angle de chaque coupe à la doële de l'arc-droit pour avoir le biveau de lit & de doële de chaque vouſſoir; parce que cet angle change à toutes les voutes biaiſes d'un vouſſoir à l'autre, ainſi l'angle D1' 5' de la premiere doële plate avec ſon lit de deſſus n'eſt pas égal à l'angle ſuivant 5' 1' 2', quoique ces angles proviennent de ceux de la face *a* 1' 5, 5' 1' 2, &c. qui ſont égaux entr'eux, ſi le ceintre primitif eſt circulaire.

On peut auſſi décrire l'arc-droit par pluſieurs points, ſuivant le Problême IX. du 2.e Livre; c'eſt la méthode de tous les Auteurs de la Coupe des Pierres, qui portent les hauteurs des retombées de l'arc de face $1p^1$, $2p^2$, &c. perpendiculairement au diametre DR ſur les projections des joints de lit, ou ſur des perpendiculaires tirées à part par des diviſions proportionelles à celle du diametre *ab*. Cette méthode eſt bonne pour les doëles plates tirées de diviſion en diviſion; mais comme il faut auſſi avoir les arcs compris entre ces diviſions, ma premiere méthode eſt préferable à celle des Auteurs, en ce qu'elle eſt plus ſimple, plus expéditive & plus juſte; en effet comme les arcs de tête ſont quelquefois une peu grands, ce n'eſt pas aſſez de deux points pour les tracer à la main, ils ſont obligez de ſouſdiviſer les primitifs *a* 1, 1'2, &c. en deux, aux points *m* & *m*, pour en tirer un troiſiéme point de l'arc-droit qu'on cherche, ce qui augmente le nombre des lignes, & la confuſion dans les épures. Il faut ſeulement prendre garde en ſuivant ma méthode, de tracer l'arc-droit par un mouvement continu, d'obſerver les précautions dont nous avons parlé au ſecond livre pour éviter les faux contours.

Apres avoir trouvé le contour, les points de diviſions de l'arc droit en vouſſoirs, & les angles des coupes pour les biveaux de lit & de doële, on n'a plus beſoin que de chercher la difference des longueurs des joints de Lit pour former les *Panneaux de doële plate*, qui ſont des trapézes, comme A*d*D*a* rectangles à l'arc droit en *d* & D, dont les longs côtez ſont donnez ſans alteration à l'épure dans la projection, & leur

distance, qui est la largeur de la doële plate, est donnée par les cordes correspondantes de l'arc-droit; ainsi on a tout ce qui est nécessaire pour tracer ces panneaux, lesquels étant assemblez & rangez de suite donneront la figure DaMbR, dont la doële oblique surpasse celle d'un berceau Droit, qui seroit terminé à la ligne DR, laquelle figure est le dévelopement du trapeze de la figure 67. a b R D. *Fig.* 68.

Pour donner un exemple de la construction d'une doële plate, soit la projection de celle du premier vousoir ap^1, 1^rD, on fera à part une ligne D 1^r [*Fig.* 68.] égale à la corde D1^r de la fig. 67. & ayant élevé aux extrémitez de cette ligne des perpendiculaires indéfinies Df, $1^r g$; on prendra à la fig. 67. la longueur Da qu'on portera sur Df, où elle donnera le point a la longueur 1^1 p^1 de la fig. 67. sur $1^r g$ de la fig. 68. qui donnera le point 1^a, ayant tiré la droite $a1^a$, le trapeze $a1^a$ 1^rD sera la figure de la premiere doële plate, ainsi des autres.

S'il étoit trop incommode de prendre toutes les longueurs des joints de lit, depuis la ligne DR, & que si l'on voulût se dispenser de faire un panneau. Ayant seulement l'angle aigu ou obtus de la tête, il n'y a qu'à tirer par les points de projection p^1 p^2. des perpendiculaires à la direction du berceau Da, qui rencontreront les projections des joints de lits aux points y z; alors portant la longueur ya en DY de la fig. 68. on tirera Y1^r, qui donnera les angles de tête DY1^r aigu, & Y1^rE obtus & pour la doële plate suivante les angles $1^r z 2^r$ & $z 2^r$ e, &c.

Ou il faut remarquer que le panneau de la clef est donné dans ses justes mesures, au plan horisontal en p^3 p^3 3^r, 2^r, excepté aux descentes.

On trouvera de la même maniere les *Panneaux de lit*, qui seront aussi des trapezes rectangles, par un bout vers l'arc-droit, dont les côtez sont exactement donnez à la projection des joints de lit, il ne s'agit que de les écarter parallelement de l'intervale des coupes de l'arc droit 1^r 5^r, 2^r 6^r, &c. de la fig. 67.

Ou il faut remarquer que les deux premiers lits sont toujours donnez dans leurs justes mesures à la projection horisontale, comme dAaD, bBR excepté aux descentes.

Supposons, pour exemple, qu'on veuille faire le panneau du second lit, dont la projection est le trapeze p^6 p^2 2^r 6^i, ayant tracé à part une ligne 6^r 2^r fig. 68. égale à 6^r 2 de la fig. 67. on élevera à ses extremitez deux perpendiculaires indéfinies $6^r h$ & $2^r i$, sur lesquelles on portera les longueurs 6^c p^6, 2^i p^2 de la fig. 67. qui donneront les points 6^d 2^i le trapeze 6^r 6^d 2^d 2^r sera le panneau de lit que l'on cherche.

On peut auſſi comme pour les doëles plates en trouver les angles de tête, par le moyen des lignes Vp^5, np^6.

Si après avoir fait le dévelopement de la doële comme nous venons de le dire ci-devant pour l'aſſemblage de tous les panneaux de doële rangez de ſuite, on range auſſi ceux de lit ſur les lignes des joints de lit qui leur ſont communs, on aura une figure telle qu'on la voit au chiffre 68, que les Appareilleurs appellent *Dévelopement*, dont nous avons parlé au troiſiéme Livre, laquelle eſt un compoſé de deux eſpeces de ſurfaces differentes, dont l'aſſemblage ſur une plane ne ſert de rien qu'à montrer d'un coup d'œil les differences des parties; c'eſt pourquoi nous l'emploirons rarement dans le cours de cet Ouvrage.

Nous l'employons dans ce commencement pour montrer que les panneaux de l'une & de l'autre eſpece varient dans les voutes biaiſes d'un côté de la clef à l'autre, dans les ouvertures des angles de leurs Têtes; d'un côté ils ſont obtus, & de l'autre ils ſont aigus; parce que d'un côté de la clef ils s'alongent dans la partie du haut ou du bas, dans laquelle ils ſe racourciſſent de l'autre, enſorte que les angles aigus ou obtus de la droite ſont les ſuplémens de ceux de la gauche à diſtances égales de la clef.

Biveaux.

Fig. 67. Il ne reſte plus préſentement pour faire uſage des panneaux qu'à connoître les angles qu'ils doivent faire entr'eux, & en former les *Biveaux*; il y en a de deux eſpeces, ſçavoir ceux de *Lit & de Doële*, qui ſont donnez par le trait de l'Epure aux coupes de l'Arc-Droit, comme l'angle $D1^r\ 5^r$ marque l'inclinaiſon des ſurfaces de la doële plate $D1$, & du lit $1^r\ 5^r$, qui eſt le même plan que celui qui paſſe par $1^r\ 5^r$, laquelle ſurface eſt équivalante de deux; ſçavoir au lit de deſſus du couſſinet, & au lit de deſſous du premier vouſſoir, dont l'inclinaiſon avec ſa doële eſt l'angle $5^r\ 1^r\ 2^r$ different du premier, ſi l'arc-droit n'eſt pas circulaire, comme il ne l'eſt pas en effet ſi la face eſt en plein ceintre.

D'ou il ſuit que l'angle obtus que font deux doëles plates n'eſt pas le double du ſuplément du biveau de lit & de doële d'un des vouſſoirs contigus, mais la ſomme de deux ſuplémens inégaux.

Cet angle obtus des doëles ne peut être d'uſage dans la conſtruction, que pour un Poſeur qui n'auroit pas de cerche pour ſe conduire.

La ſeconde eſpece d'angles dont on a ſouvent beſoin pour l'appareil eſt celle des doëles plates avec leurs têtes, ceux-ci ne peuvent ſe trouver ſur le Trait que nous venons de faire, ni ſur le plan horiſontal, ni

ſur l'élevation & le dévelopement; car quoique la direction horiſontale de la doële d'un berceau de niveau faſſe un angle Droit avec une ſection verticale de la face aplomb, cette direction n'étant pas perpendiculaire à la corde, qui eſt la commune ſection de la doële plate & de la face, n'eſt pas auſſi perpendiculaire au plan de la face, mais à une ſeule ligne de cette face dans la ſituation verticale; ainſi il faut avoir recours au Probl. XIII. du troiſiéme Livre.

On veut, par exemple, trouver le biveau de la doële plate 3'4 avec la face, c'eſt-à-dire, avec la tête 3'7'8'4' ayant prolongé la corde 3'4' juſqu'à ce qu'elle rencontre le diametre horiſontal AB, prolongé en o, on menera par ce point o une ligne o Y parallele à la direction BE ou *b* R, puis par un point *b*, pris à volonté ſur ce diametre, on tirera ſur la ligne 3'o la perpendiculaire *bq*; & ſur le même diametre AB la perpendiculaire BY, qui rencontrera la ligne o Y au point Y, puis portant la longueur *bq* en *b*L ſur le diametre AB on tirera la ligne LY; l'angle ALY ſera celui que l'on cherche, comme il eſt démontré au Probl. cité. *Fig. 67.*

Application du Trait ſur la Pierre.

On peut tracer & tailler un vouſſoir de trois manieres, qui conduiſent par differens moyens à la même fin. En commençant par la tête ou par le lit; la meilleure eſt ordinairement de commencer par la doële plate.

Ayant dreſſé un parement pour ſervir à une de ces trois ſurfaces, par exemple, pour la doële plate on y appliquera le panneau qui convient à la place du vouſſoir tiré du nombre de ceux qu'on avoit de ſuite à la fig. 68. lequel ſera découpé ſur un morceau de carton ou de planche mince, pour en tracer le contour exactement ſur le parement dreſſé. Enſuite prenant le biveau de *doële & de lit*, ou ſi l'on veut *de doële & de tête*, on abatra la pierre ſuivant l'ouverture de l'angle, obſervant que ſes branches ſoient toujours poſées d'équerre ſur l'arête, & après avoir formé cette ſeconde ſurface, on lui appliquera auſſi un ſecond panneau, ou de lit, s'il s'agit du lit, ou de tête, s'il s'agit de la tête, celui-ci donnera les poſitions des deux lits, & celui de lit donnera à ſes extrémitez la poſition des deux têtes anterieure & poſterieure. Ainſi il eſt plus avantageux de faire la tête en ſecond parement; parce que faiſant paſſer une ſurface plane [par le Probl. I. de ce 4. liv.] par le joint de tête & par le côté du panneau de doële, on formera les deux lits, terminez du côté de la face ſeulement, & l'autre ſe terminera de même, ſi les faces anterieure & poſterieure ſont paralleles, ou ſuivant l'angle qu'exigera le Trait. Voyez la fig. † au bas de la planche 36.

La doële plate étant faite, il ne reſte plus qu'à la creuſer ſuivant le panneau de tête, & pour plus d'exactitude par le moyen d'une cerche convexe, & le vouſſoir ſera achevé.

Nous avons ſuppoſé dans cet exemple, que le ceintre de face étoit primitif & circulaire, & par le rapport des ſections cylindriques, il en arrive que l'arc-droit eſt Elliptique & ſurhauſſé; parce que le cylindre eſt ſcalene, dont la ſection perpendiculaire à ſon axe eſt une Ellipſe, & non pas un cercle, ce qu'il eſt bon de remarquer en paſſant pour ſçavoir ce que l'on doit penſer ſur ce qu'avance M. de la Rue, à la page 18. où il dit, *qu'il eſt certain que la coupe faite perpendiculairement à l'axe, doit former un cercle, ſi les baſes du cylindre ſont parfaitement rondes.* Il n'a pas pris garde que tous les cylindres ne ſont pas Droits ſur leurs baſes, témoin celui-ci.

Mais ſi nous avions ſuppoſé l'arc-droit DR circulaire, nous aurions rendu le cylindre droit intrinſéquement, & ſa baſe AHB, qui eſt une ſection oblique, ſeroit devenuë Elliptique.

D'ou il réſulte, comme nous l'avons dit ci-devant pour une diſpoſition contraire, que ſi l'on avoit tracé les joints de tête ſuivant la bonne régle perpendiculairement à la tangente de la diviſion de l'arc intérieur en vouſſoirs, & ceux de l'arc-droit ſuivant la régle, auſſi tendant au centre C', il ſeroit arrivé que les lits auroient été Gauches; parce que les joints de tête de la face, & ceux de l'arc-droit n'auroient pas été paralleles entr'eux, en ce que ceux de l'arc-droit auroient concouru à l'axe, & ceux de l'arc de face n'y auroient concouru qu'à l'impoſte ſeulement; par-tout ailleurs leur direction auroit varié ſuivant le plus ou le moins d'obliquité de la face.

Or comme il importe pour la commodité de l'exécution de faire les lits en ſurfaces planes, il faut de néceſſité fauſſer une des coupes, ou celle de face, ou celle de l'arc-droit, ce que la maniere de tracer l'épure par la projection donne, ſans qu'il ſoit néceſſaire d'y rien changer. Il faut ſeulement en ce cas tirer ces projections des joints de lit d'extrados, que l'on pouvoit ſe diſpenſer de tirer dans le cas de l'arc-droit Elliptique, dont nous avons fait les joints de tête en fauſſe coupe, pour que tendant au centre C', qui eſt dans l'axe du berceau, ils ſoient dans le même plan que ceux de tête à la face.

Je ne prétends pas au reſte qu'il ſoit de néceſſité indiſpenſable de faire les lits plans, on pourroit fort bien les faire gauches juſqu'à l'arc-droit; mais de l'arc-droit en continuant ils feroient un pli à l'extrados, d'où ils reprendroient une differente direction; l'inconvenient n'eſt pas grand

grand; un habile Appareilleur pourroit fort bien ſe conformer à la régle, lorſque le joint de lit d'extrados ne doit pas paroître. De telles voutes extradoſſées ſont rarement vûës par deſſus; mais ce ſeroit ſe donner une peine aſſez inutile.

Pour faire les lits plans, lorſque le ceintre de face eſt ſurbaiſſé ou ſurhauſſé Elliptique, & que ſes joints de tête ſont tracez ſuivant les régles perpendiculairement à la tangente, au point de chaque diviſion de vouſſoir, il faut chercher l'inclinaiſon de la coupe de l'arc-droit comme il ſuit.

Soit [*Fig.* 70.] le joint de tête donné *d t* à l'arc de face ſurbaiſſé AbB, ayant prolongé cette ligne *d t* juſqu'à ce qu'elle rencontre le diametre AB en *x*, on menera par ce point *x* une ligne *x y* parallele à la direction Cc de la voute biaiſe, qui coupera le diametre DB de l'arc-droit DHB au point *y*; par lequel & par le point 4 de l'arc-droit correſpondant du point *d* [l'un & l'autre provenant de la projection du même plan gp^4] on tirera la ligne *y* 4· *z*, le joint 4 *z* ſera celui que l'on cherche, lequel eſt different de la coupe naturelle au plein ceintre 4· 8 tirée du centre C. Fig. 70.

La même conſtruction ſervira pour tous les autres joints de tête qu'on peut tirer ſuivant les régles au ceintre Elliptique AbB.

Explication Démonſtrative.

Premierement, la démonſtration de cette derniere operation particuliere eſt fondée ſur la 7.e propoſition du 11. Liv. d'Eucl. car puiſque les points *d* & 4 doivent être ſuppoſez en l'air, perpendiculairement au plan ABFE, & à même hauteur, ils ſont dans une horiſontale parallele à leur projection gp^4, laquelle eſt par la conſtruction parallele à *x y*; donc par la conſtruction citée, les points *d* & 4 ſont dans le même plan que *x y*, *ce qu'il falloit démontrer.*

Quant au reſte des operations précedentes, il faut ſe rappeller les ſections des cylindres ſcalenes que repréſente les berceaux biais. Nous avons dit au premier Liv. que ſi la baſe d'un tel cylindre qui eſt ici la face du berceau, étoit circulaire, la ſection perpendiculaire à l'axe étoit néceſſairement une Ellipſe; or le diametre de la baſe circulaire oblique étant donné, les deux axes de la ſection perpendiculaire Elliptique le ſont auſſi, puiſque les hauteurs à la clef doivent être égales au ceintre de face, & à celui de l'arc-droit, & que la ſection par l'axe du cylindre qui eſt le plan horiſontal, donne le raport du diametre de la baſe au petit axe de l'Ellipſe, cela ſuppoſé.

Fig. 67. Si l'on releve par la penſée le demi-cercle AHB de la face du berceau en le faiſant mouvoir ſur ſon diametre AB, comme ſur une charniere, juſqu'à ce qu'il ſoit perpendiculaire au plan *d*AB de la projection horiſontale, qu'on releve auſſi de même l'arc-droit *d*XB, ces deux plans, qui dans le deſſein étoient confondus avec l'horiſontal, deviendront verticaux, ſans que les points de leurs diviſions s'approchent de leur diametre; de ſorte que les perpendiculaires menées à ces diametres deviendront des *aplombs*, c'eſt-à-dire, des verticales; par conſéquent paralleles entr'elles, quoiqu'elles ne le ſoient pas dans le deſſein à plat; d'où il ſuit [par la 7.e du 11.e d'Eucl.] qu'elles ſeront dans un même plan, & toutes celles qui les couperont. Or puiſque les hauteurs de l'arc-droit ont été faites égales à celles de l'arc de face, il ſuit que les joints de doële & d'extrados, qui paſſeront en l'air par ces hauteurs, comme du point 6 à 6, & de 2 au point 2', ſeront à la ſurface d'un cylindre, & de longueurs égales à celles de la projection, puiſqu'elles leur ſont paralleles horiſontales, terminées par des verticales; donc les meſures des longueurs des joints de lits ſont bien priſes ſur le plan horiſontal.

A l'égard des cordes de doële plates leſquelles ſont inclinées à l'horiſon, leur meſure ne peut être priſe que dans l'élevation de ces arcs qui ſont cenſez verticaux dans le deſſein, quoiqu'ils ne le ſoient pas.

Il eſt donc clair que la vraye figure de la doële plate eſt bien trouvée; puiſque les quatre côtez ſont donnez avec deux angles droits & les deux angles obliques de la tête, laquelle figure eſt differente de celle de la projection horiſontale, en ce que les angles obliques du trapeze trouvé ſont l'un plus ouvert, l'autre plus fermé qu'ils ne ſont au plan horiſontal, & les intervales des côtez paralleles plus grands.

Scolie.

On pourroit trouver les côtez des panneaux de doële plate par le calcul ſi l'on vouloit, car les côtez des joints de lit & de têtes ſont proportionels aux ſaillies & aux hauteurs des retombées, & aux differences des longueurs qui expriment l'obliquité du biais; ainſi,

1.° Pour trouver la difference de longueurs des panneaux, dont tous les joints de lit ſont paralleles à la direction du berceau, on aura cette analogie AB : A*d* :: A*p'* : A*t*, c'eſt-à-dire, le diametre de la face eſt à l'avance de l'entiere obliquité ſur l'arc-droit, comme la retombée eſt à la difference du joint paſſant par la premiere diviſion en vouſſoir, laquelle difference A*t* étant ſouſtraite de l'avance A*d*, donnera la longueur *p'* 1' du premier joint ſur l'impoſte. 2.° Pour avoir la retombée de l'arc-droit, connoiſſant celle de la face on fera cette analogie B*a* : *ap* :: BD : D 1'.

3.° Puiſque les retombées des lits ſont proportionelles aux lits dont elles ſont les projections ; par le Theor. I. du 2.e livre, chacune dans ſon arc, ou de face, ou Droit, il ſuit que les retombées & les lits correſpondans entre ces differens arcs ſont entr'eux comme les longueurs des diametres de l'arc de face & de l'arc-droit ; car ſi l'on prolonge les joints de tête $5^{r}\,1$ en C & $5^{r}\,1^{r}$ en C^{r}, juſqu'à la rencontre du diametre horiſontal dB, on aura $p^{r}\,p^{r} : 5^{r}1 :: p^{r}C : 5C$, $5^{e}\,1^{e} : 5^{r}\,1^{r} :: 5^{e}\,C^{r} : 5^{r}C^{r}$, mais par l'article précedent les retombées ſont entr'elles dans les differens arcs de face & Droit, comme leurs Diametres ; donc les largeurs des lits marquées par les joints de tête, qui expriment auſſi l'épaiſſeur de la voute, ſont entr'elles comme les diametres paſſans par ces joints.

Corollaire.

Puisque les hauteurs des retombées correſpondantes de l'arc de face & de l'arc-droit ſont toujours égales, par la conſtruction, à l'extrados, comme à la doële, il ſuit que ſi l'on ſuppoſe une ſection aplomb par le milieu de la clef, l'épaiſſeur de cette clef dans l'arc-droit ſera égale à celle de l'arc de face ; car ſi des hauteurs égales on ôte des quantitez égales, les reſtes ſont égaux ; mais l'épaiſſeur Hb égale à la largeur du lit Aa de l'impoſte, eſt plus grande que celle dD de l'arc-Droit, donc les *Voutes biaiſes extradoſſées, dont l'arc de face eſt circulaire ſont d'une épaiſſeur inégale*, qui augmente continuellement *depuis l'impoſte juſqu'à la clef*, ce qui eſt contre la bonne conſtruction, comme nous l'avons dit ci-devant, puiſque la partie qui eſt la plus foible devroit être la plus forte.

Cette conſéquence eſt une confirmation de ce que nous avons avancé au Theor. IV. du premier liv. où nous avons démontré que les ſections planes d'un cylindre creux, qui ne ſont pas paralleles à la baſe, étoient des couronnes Elliptiques, compriſes par les contours de deux Ellipſes, concentriques & ſemblables, mais non pas équidiſtantes.

Remarque

Sur les fautes que l'on fait contre la bonne conſtruction, dans le choix du ceintre primitif des voutes extradoſſées.

Il eſt clair que lorſqu'on fait l'arc de face d'une voute biaiſe en plein ceintre, on forme un cylindre ſcalene creux, dont l'arc-droit, qui eſt la ſection perpendiculaire à l'axe, eſt une couronne Elliptique de ceintre ſurmonté, qui eſt plus large à la clef qu'aux impoſtes, comme nous venons de le démontrer au Corol. précedent ; d'où il ſuit évidemment que les vouſſoirs qui devroient y être plus légers qu'aux impo-

ſtes, ſuivant les régles de la Méchanique, y ſont au contraire plus peſans, ce qui entraineroit la ruine de la voute, ſi les Reins n'étoient pas remplis.

Cette charge illégitime n'eſt pas un petit objet, lorſque les berceaux ſont très obliques à leurs faces, comme il s'en trouve dans certains réduits de nos Fortifications modernes qui ſont à la mode, où l'angle du biais, c'eſt-à-dire, l'obliquité du paſſage vouté, eſt moindre de 60 degrez; alors l'épaiſſeur au-delà de celle de l'impoſte devient une augmentation à peu près du tiers de la charge, ſi la voute eſt extradoſſée; mais comme elle ne l'eſt pas ordinairement dans nos Réduits, & qu'elle eſt bien appuyée par 5 &. 6 pieds de terre au deſſus, cette obſervation n'eſt d'aucune conſéquence pour nos ouvrages de Fortifications.

Ce qu'on en doit inferer eſt que ſi une voute de grande obliquité étoit extradoſſée, il ſeroit de néceſſité indiſpenſable de faire l'arc de face Elliptique ſurbaiſſé, pour qu'il en réſultât un arc-droit circulaire, ou un peu ſurmonté, ſi l'on le croit convenable, ce qu'aucun des Auteurs de la coupe des pierres n'a obſervé.

Il ne faut pas s'imaginer qu'on évite cet inconvenient en faiſant le ceintre de face en ovale, compoſé d'arcs de cercles concentriques, ſuivant l'uſage des Ouvriers & des mauvais Appareilleurs; car chaque portion de cercle qui eſt compriſe par deux ſegmens de cercles ſemblables & concentriques, eſt une portion de baſe d'un cylindre ſcalene creux, dont la ſection perpendiculaire à l'axe eſt Elliptique, & ſi le ceintre a trois centres, ce ſont trois portions de differens cylindres.

L'on ſe jette de plus dans un autre inconvenient, qui eſt celui des jarrets, qui ſe forment à la jonction des arcs, parce que la poſition des centres n'étant plus dans une diſtance proportionelle à celle de la baſe, les rencontres des arcs ne ſe font plus aux points d'attouchement, où eſt la ſeule jonction réguliere, pour effacer tout jarret.

Il eſt vrai que les Auteurs de la coupe des pierres, qui font des arcs de face compoſez d'arcs de cercles, ne font pas leurs arcs-droits de pareille conſtruction, mais par des points trouvez; cependant leur Trait augmente encore un peu le ſurcroit de l'épaiſſeur, de la partie ſupérieure de la voute biaiſe, dont l'arc de face eſt ovale, même ſurbaiſſé; parce que ſi l'arc de face étoit une couronne Elliptique réguliere, elle ſeroit plus large aux impoſtes qu'à la clef, ce qui pourroit, en certains cas, rendre l'arc-droit circulaire & d'une épaiſſeur uniforme, au lieu que la couronne ovale de contour équidiſtant, donnera

toujours à l'arc-droit plus d'épaiſſeur à la clef qu'aux impoſtes.

Il n'eſt pas néceſſaire d'ajouter à la démonſtration du trait du berceau biais, pourquoi on a formé les biveaux de lit & de doële à l'arc-droit plutôt qu'à l'arc de face; nous en avons expliqué les raiſons au troiſieme livre page 370. où nous avons démontré que les angles des plans devoient ſe prendre ſur des perpendiculaires à leur commune interſection.

Du Biais par abregé.

Lorsqu'on choiſit l'arc-droit & circulaire pour ceintre primitif d'une voute biaiſe, & que l'on fait les diviſions des vouſſoirs parfaitement égales entr'elles, on réduit le Trait à une operation fort ſimple, qu'on appelle *Biais par abregé*, laquelle eſt tirée du premier Chap. de la 2.e partie du P. Deran.

Soit [*Fig.* 70.] ABFE le plan horiſontal du berceau biais. On prolongera le côté EA vers D, auquel on tirera une perpendiculaire BD, ſur laquelle, comme diametre, on décrira le demi-cercle DHB, qui ſera l'arc-droit, & le ceintre primitif du berceau, qu'on diviſera à l'ordinaire en ſes vouſſoirs, avec cette circonſtance, que nous n'avons pas exigé ailleurs, qu'ils ſoient tous égaux entr'eux aux points 1, 2, 3, 4, par leſquels on menera autant de paralleles à DE, qui couperont la projection de l'arc de face AB aux points 1e, 2e, 3e, g. *Fig.* 70.

Presentement, pour trouver les panneaux de doële, il faut tirer des points A, 1e, 2e des paralleles à DB, qui couperont les projections des côtez de la clef $p^2 e$, $p^3 f$ aux points k, l, m, n, d'où l'on tirera des lignes de l'un à l'autre k, l, m, n, qui exprimeront l'obliquité de la tête du panneau de doële ſur les joints de lit; ainſi ſuppoſant une voute d'égale profondeur, comme dans cette figure, & faiſant la même choſe pour la face EF qu'à la face AB, le trapeze $klfe$ ſera le panneau de la premiere doële, $mnqo$ celui de la ſeconde, & $2^e 3^e 3^e 2^e$ celui de la clef. Il n'eſt pas néceſſaire d'en tracer davantage; parce qu'en renverſant les panneaux du côté de la gauche, ils ſerviroient pour celui de la droite, les angles d'un côté étant, comme nous l'avons dit à la fig. 68. les ſuplémens de l'autre, ce ſont toujours les mêmes tournez du dedans au dehors.

Pour former les *Panneaux de lit* on fera à peu près la même choſe, avec cette difference, que des points 1e 2e, on menera les paralleles à DB juſqu'au côté DE, comme $1^e r$, $2^e s$, qui rencontreront ce côté aux points r & s, parleſquels & par le centre C, on tirera les lignes

r t, *s u*, qui exprimeront l'inclinaiſon des joints de tête ſur les joints de lits ; ainſi l'angle E *s t* ſera celui du premier lit, E *r u* celui du ſecond, & ſuppoſant la voute d'égale profondeur, le premier lit ſera le trapeze TR*rt*, le ſecond VS*su*, il n'importe des largeurs TR, VS, elles ſont arbitraires ſuivant l'épaiſſeur de la voute, & ne changent rien aux angles des joints de lit & de tête.

Par la même raiſon de l'égalité de vouſſoirs les panneaux de lit de la gauche peuvent ſervir pour la droite en les tournant en ſens contraire, l'angle obtus étant mis à la place de l'angle aigu.

Le ceintre de face, biaiſe AB, qui doit donner les *panneaux de tête* ſera une demi-Ellipſe A*b*B, formée par le diametre AB pour grand axe, & DB pour le petit.

Explication démonſtrative.

Puisque par la ſuppoſition les vouſſoirs ſont tous d'égale largeur ; ils le ſont tous dans ce ſens à la clef, qui eſt repréſentée à la projection horiſontale, ſans aucune alteration de ſes meſures ; parce que ſa corde eſt de niveau ; par conſéquent parallele au plan horiſontal, il ne s'agit donc que de trouver la difference des longueurs & des angles, que la difference d'inclinaiſon cauſe à chaque tête ; or puiſque les longueurs ſont données dans la projection des joints de lit, il eſt clair qu'en tirant les paralleles A *k*, 1*m*, 2*n*, on tranſporte ces longueurs ſur les joints de la clef, par conſéquent en tirant les lignes *k l*, *m n*, d'une longueur à l'autre, on a la juſte poſition de la tête, les côtez 2 2, 3 3 étant dans leur juſte diſtance reſpective ; donc les *doëles plates* ſont exactement tracées.

Remarque ſur ce Trait.

Il y a une imperfection dans ce trait, que les joints de tête, qui ſont tirez du centre commun C, doivent être tirez perpendiculairement à l'arc de face au point de ſa diviſion ; parce que la face eſt apparente, ils ne peuvent l'être ſuivant cette conſtruction ; parce que l'arc droit DHB étant circulaire, l'arc de face biaiſe, dont AB eſt le diametre, ſera Elliptique ; or nous avons démontré au livre 2.e que hors des axes les lignes tirées au centre d'une Ellipſe ne ſont pas perpendiculaires à la tangente de l'arc au point où elles le rencontrent ; donc les joints ſont mal tirez, ce que le P. Deran, & M. de la Rue qui l'a ſuivi n'ont aparemment pas aperçû ; car ils n'auroient parlé de ce trait que comme d'une pratique d'Ouvrier difforme, & peu réguliere en ce point.

COROLL-AIRE.

Des Berceaux à double obliquité de Face verticale briſée en deux directions.

En Termes de l'Art.

DE LA PORTE SUR LE COIN DANS L'ANGLE APLOMB.

De la conſtruction du premier cas de ce Problême il eſt aiſé de conclure, qu'elle doit être celle d'un berceau, dont la face eſt angulaire, comme pliée en deux parties, qui forment un angle ſaillant *a*C*b*, ce qu'on appelle *Porte ſur le coin*, ou un angle rentrant LMN, ce qu'on appelle *Porte dans l'Angle*, comme on voit à la fig. 69. & en élevation ſur l'angle ſaillant à la fig. 71. *Fig. 69.*

Car premierement, ſi l'on compare la partie FNE de la fig. 67. à la fig. 69. il eſt évident qu'il ne peut y avoir aucune difference de conſtruction, depuis l'impoſte juſqu'à la clef de part & d'autre des faces de droite & de gauche, ſi elles ſont égales entr'elles; puiſque l'angle FNE eſt une continuation de la fig. 67. dont la moitié ExN eſt ſemblable au biais EFG, qui peut être égal à celui de l'autre bout BA*d*, ſemblable encore à la partie FxN, qui eſt une moitié de berceau biais tournée à gauche, NE une autre moitié tournée à droite, la ſeule difference de ce trait avec le précedent conſiſte à la clef, qui comprend les deux obliquitez par un angle ſaillant ou rentrant, dont la diagonale *x*N [*Fig.* 67.] ou MC [*Fig.* 69.] ſera dans l'axe du berceau, ſi les faces *a*C, *b*C ſont égales.

Mais ſi les faces ne ſont pas égales, comme ſi le piedroit L*a* avançoit en X, alors la diagonale de l'angle ne tomberoit plus ſur l'axe, & s'en écarteroit d'un côté, ce qui fait voir que la porte ſur le coin ſeroit un compoſé de deux obliquitez differentes l'une C*b* plus oblique, l'autre XC moins inclinée à la direction du berceau.

D'ou il réſulte une inégalité de ceintre dans chaque face, ſi l'on fait les impoſtes de niveau entr'elles; car la plus courte XC^x ſeroit néceſſairement ſurmontée ſi l'autre étoit en plein ceintre, & ſi XC^x étoit en plein ceintre l'autre *b*C^x ſeroit ſurbaiſſée; parce que la hauteur du milieu de la clef étant commune, les demi-diametres horiſontaux XC^x, *b*C^x ſont inégaux, lequel changement de ceintre de face entraine auſſi celui de l'arc-droit, où il peut cauſer des irrégularitez, s'il n'eſt pas pris pour ceintre primitif.

Pour éviter toute difficulté en pareille circonſtance, il convient de prendre l'arc-droit pour ceintre primitif, comme on vient de le faire au *Biais par abregé*, & il en réſulte à chaque face un ceintre particulier

Elliptique, ſi l'arc-droit eſt circulaire, l'une des faces eſt plus, l'autre moins ſurbaiſſée.

Toute la difference de la Porte ſur le Coin & de la Biaiſe ne conſiſtant qu'à la clef, on fera l'épure de chaque partie aC, bC, comme au biais de la fig. 67. ou 70. & la rencontre des deux biais donnera au plan horiſontal la figure de la doële plate de la clef dans ſa juſte meſure, telle qu'on la voit en Mf p^3 Cp^2 e.

Application du Trait ſur la Pierre.

Ayant dreſſé un parement pour ſervir de doële plate, on y appliquera le panneau de la figure nommée, trouvée à l'épure 69. puis avec les biveaux de lit & de doële trouvez par le moyen de l'arc-droit aDb, comme à la fig. 67. on abatra la pierre pour former les deux lits de droite & de gauche, ſur leſquels ayant appliqué les panneaux de lit trouvez, comme aux biais ſimples, on abbatra la pierre à l'équerre ſur les demi-faces p^2C & p^3C, pour le ſaillant, & de même en Me, Mf pour le rentrant, leſquelles deux demi-faces étant faites, on y appliquera le panneau 2HK 6, qui lui convient pris ſur l'arc de face a 1 2 H en 2H, qu'on retournera pour l'autre face, ſi les deux ſont égales, ou qu'on prendra en 3 b, ſi le ceintre b43b étoit different du premier, ce qui ne peut arriver qu'au cas que les obliquitez des deux demi-faces ſoient inégales.

Nous n'avons pas parlé d'un autre cas, qui ſeroit, que l'arête de l'angle ſaillant ou rentrant ne ſe trouvât pas au milieu de la porte; parce qu'il cauſeroit une grande difformité, qu'il eſt rare qu'on ne puiſſe pas éviter. Alors la double obliquité ne ſe trouveroit pas à la clef, mais à un autre vouſſoir, & le ceintre des deux portions d'arcs de face ne ſeroit plus commun en C; ſuppoſant, par exemple, le piedroit prolongé en X, & l'angle ſaillant en g, il faudroit prolonger la portion de face Xg, juſqu'à la rencontre de l'axe ou ligne du milieu MC en z, où ſeroit le centre de la portion de ceintre Xu, qui conviendroit à Xg, laquelle ſeroit déterminée par une perpendiculaire g u à Xz élevée ſur le point g, & celui de la face bbG ſeroit toujours au même endroit en C; mais il ſeroit augmenté au-delà du quart d'Ellipſe ou de cercle, d'un arc bG que donneroit la perpendiculaire ſur bg au point g. Cet avertiſſement ſuffit pour un cas qui ne doit jamais arriver.

Explication démonſtrative.

Il eſt clair que ſi l'on prend pour ceintre primitif l'arc-droit, & qu'on le faſſe

le faſſe circulaire, cette porte eſt un cylindre Droit coupé obliquement de deux ſections obliques contraires, qui ſe croiſent à l'axe lorſque l'angle eſt au milieu. Et ſi l'on fait les arcs de faces biaiſes circulaires, c'eſt un cylindre ſcalene coupé par une ſection ſouſcontraire, ſi les deux faces ſont égales; & ſi enfin l'angle n'eſt pas au milieu, les faces ſont deux portions de ſection, qui ſe croiſent hors de l'axe, & par conſéquent leurs centres ne peuvent être communs; parce que dans les ſections cylindriques l'axe paſſe toujours par le centre des ſections Elliptiques, qu'oiqu'il n'en ſoit pas de même dans les cônes.

On a marqué à la fig. 68. par des lignes ponctuées un dévelopement qui peut ſervir à Trois ſortes de traits; ſçavoir AB*d* pour le berceau *biais*, *d*MB pour la *porte dans l'angle*; AMN pour la *porte ſur le Coin*, qui eſt le même tourné en ſens contraire, ſaillant au lieu du rentrant.

Remarque ſur l'Uſage.

La *Porte ſur le Coin* eſt un des Traits de la Coupe des pierres qu'on exécute rarement, & qu'un bon Architecte ſçait éviter; parce que lorſqu'on eſt obligé de placer une porte dans un angle ſaillant ou rentrant, ce qui arrive quelquefois, on y forme un Pan, comme on a fait aux portes de ſorties de l'Envelope de Manheim; ou bien on forme ce pan en arrondiſſement de Tour creuſe, pour faire porter l'encognure ſur une Trompe en niche, s'il faut conſerver l'angle ſaillant dans la partie ſuperieure, comme on voit à l'Hôtel de Toulouſe, ruë des Bons-enfans à Paris; cependant s'il arrive qu'on n'ait pas de hauteur ſur la porte pour y pratiquer cette trompe, alors on eſt obligé de faire une Porte ſur le coin. Où il faut obſerver que l'angle doit être au moins Droit; car s'il eſt plus aigu, l'appareil aura peu de ſolidité; parce que les vouſſoirs pouſſeront au vuide, & ne ſe ſoutiendront que par la longueur de leur queuë; ainſi ce genre d'ouvrage ne convient qu'aux angles obtus, ou tout au plus aux Droits, d'autant plus que la difficulté y devient moins ſenſible à meſure que l'ouverture de l'angle eſt plus grande.

D'une Eſpece de Berceau oblique, dont les Lits ne ſont pas dirigez à l'axe.

Appellé en Termes de l'Art.

BIAIS PASSE'.

Ce que les Appareilleurs appellent *Biais paſſé*, ou aſſez mal à propos avec les Auteurs, *Corne de Vache Double*, n'eſt autre choſe qu'un berceau biais, de figure ordinaire, mais dont les joints de lit ne ſont pas paralleles; parce que les têtes ſont inégales & inverſes du devant au derriere.

On doit donc conſiderer cette voute comme une portion de cylindre ſcalene coupé obliquement par les plans des lits, dont les joints de la doële ſont par conſéquent des arcs d'Ellipſes, & non pas des lignes droites comme les trace le P. Deran, & ceux qui l'ont ſuivi, tels ſont le P. Dechalles & M. de la Rue, ce qui eſt inconteſtable.

Erreur des Auteurs.

Plan. 37. *Fig.* 72.

Soit [*Fig.* 72.] ABDE le plan horiſontal de la voute, qui eſt le parallelograme & la ſeule ſection par l'axe. Ayant tiré des perpendiculaires E*e*, D*d*, par les points E & D de la face anterieure ED à la poſterieure AB prolongée, on raſſemblera ſur la même baſe A*d* les élevations des deux faces AB, ED, en décrivant les demi-cercles A*h*B, *e*H*d* de leurs ceintres. Puis ſur la partie commune *e*B, comme diametre, on décrira le demi-cercle *e*FB, qu'on prendra pour un ceintre primitif, ſur lequel on fera les diviſions des vouſſoirs aux points 1, 2, 3, 4, ou ſi l'on veut ſur le ceintre gotique *eg*B, qu'il ne faut pas cependant conſiderer comme *l'Arc-Droit*, ainſi que le dit M. de la Rue, qui s'eſt trompé dans cette expreſſion; car il s'en faut tout que cet arc ne ſoit *Droit*, puiſqu'il eſt parallele aux faces qu'on ſuppoſe biaiſes.

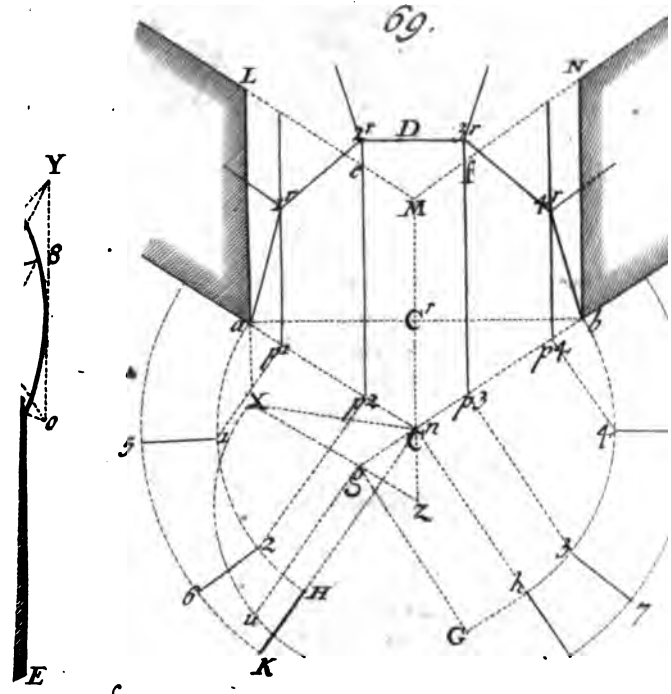
La diviſion des vouſſoirs étant faite aux points 1, 2, 3, 4, on tirera par ces points & par les centres C, & C⁴ des ceintres de faces oppoſées, les lignes C⁴ 1', C⁴ 2'; C, 3⁴, C, 4⁴, qui feront les projections verticales des joints de lit & ceux de tête, en les prolongeant vers les points 5⁴, 6'; 7⁴, 8⁴, & l'épure ſera tracée, pour operer par équarriſſement ſuivant la maniere ordinaire des Auteurs citez.

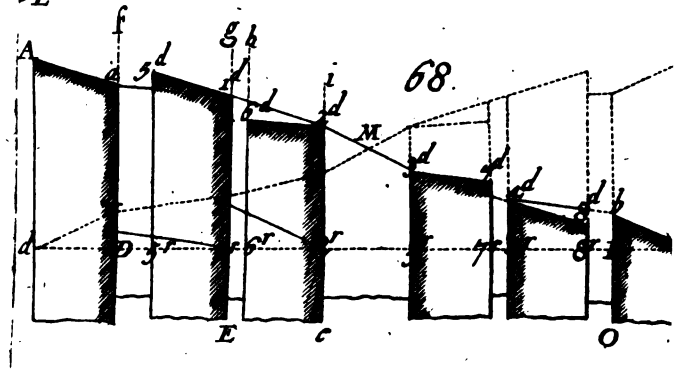
Mais il s'en faut de beaucoup que le Trait ne ſoit fait, ſi l'on veut operer exactement, parce qu'au lieu de faire les arêtes des joints de lit & de doële en ligne droite, il faut chercher la courbure d'un arc Elliptique, comme nous allons le dire.

On tirera par le centre C⁴ d'un des ceintres de face *e*H*d* une perpendiculaire GY ſur AB, prolongée indéfiniment de part & d'autre, laquelle rencontrera les côtez du berceau AE & DB prolongez en X & en Y, la ligne XY ſera un des diametres de l'Ellipſe qu'on cherche, & ſon milieu C en ſera le ceintre.

Ensuite ayant pris ſur ſa partie C⁴ C³ autant de points *n* que l'on voudra en avoir pour l'arc du joint de lit, comme ici ſeulement deux n^4, n^5, on menera par ces points autant de paralleles *ou*, *ou* aux faces AB ou ED, & d'autres au lit dont il eſt queſtion, par exemple, pour le lit C⁴ 2', les lignes indéfinies $n^5 q$, n^4 C', C³ *q*, dont les longueurs aux points *q* ſeront déterminées par l'interſection d'un arc de cercle, comme $2q^3$, q^2, tracé des centres 5⁴, 4⁴, C³ pris ſur l'axe du berceau C, C³, à l'in-

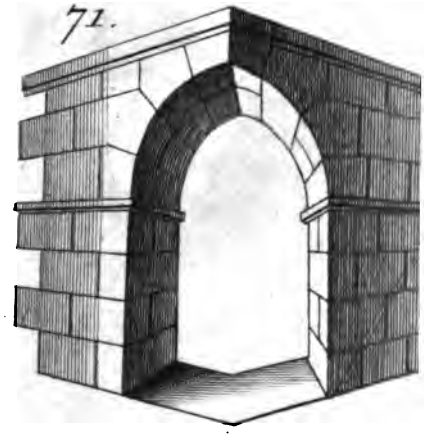
69.





68.

71.



terſection des lignes $o u$, $o u$, & pour rayon le demi-diametre AC.

Les points q, q, q, z & z étant trouvez comme nous venons de le dire, il ſera aiſé d'avoir la projection horiſontale du lit $p p p p a^2$ en abaiſſant des perpendiculaires des points $2' q q q^3$, qui rencontreront les paralleles $o u$, $o u$ aux points $p p p p^3$ y & y, mais cette projection n'eſt pas néceſſaire; parce qu'elle redreſſe le joint, & l'on a beſoin de l'arc dans toute ſa courbure ſans alteration.

C'est pourquoi on portera les longueurs $C^4 2'$ en $C^4 Q'$, $n^5 q$ en $n^5 Q$ & $C^3 q$ en CD, & par les points $Q' Q^5$ Q & D on tracera à la main ou avec une régle pliante l'arc $Q' Q^5$ QD, qui ſera la cerche du joint de lit à la doële de deſſus du ſecond vouſſoir exprimé à l'élevation par la petite ligne $2' 2^4$, qui eſt auſſi celui du lit de la clef.

On tracera de la même maniere la courbure du joint du premier lit $1^4 1'$, en menant par les points n^5 n^4 C^3 des lignes paralleles au lit $C^4 1'$, comme $n^5 V$, $n^4 V$, $C^3 V$, dont on déterminera les points VV par l'interſection des arcs faits des points 5^c, 4^c C^3 pour centres, & de l'intervale C A, pour rayon, comme on a fait pour l'autre joint; ſi l'on porte les longueurs $C^4 1'$, $n^5 V$, $n^4 V$, & $C^3 V$ en $C^4 u$, $n^5 u$, $n^4 u$, $C^3 u$, on aura les points $u^6, u, u, 3$, par leſquels on tracera la portion d'arc que l'on cherche, laquelle ſera beaucoup moins courbe que la précedente, étant partie d'une Ellipſe plus allongée.

Application du Trait ſur la Pierre.

Ayant dreſſé un parement pour ſervir de lit horiſontal vrai ou ſuppoſé, ſuivant l'uſage ordinaire pour l'équarriſſement, on lui en fera un autre à l'équerre pour ſervir de face de devant, par exemple, & un troiſiéme jaugé, c'eſt-à-dire, parallele à celui-ci pour la face de derriere, comme ſi l'on vouloit faire un vouſſoir de berceau Droit; puis ayant tiré une ligne ſur le lit de deſſous à l'équerre ſur les deux arêtes des faces & du lit, on portera à ſes extremitez ſur les deux faces l'arc de tête pris ſur l'épure par le moyen de la retombée, lequel pour le premier vouſſoir eſt l'arc $e 1^4$, enſuite ſur une des deux faces l'autre arc A $1'$ en dedans du premier avec ſon joint de tête $1^4 1'$ prolongé en L.

Chaque tête étant ainſi tracée, on abatra la pierre ſuivant le trait pour le lit de deſſus, lequel étant formé on y appliquera la cerche ou le panneau de la courbe $u^6 u^3$, pour tracer l'arête du joint; au lieu qu'au lit de deſſous on tirera une ligne droite d'une tête à l'autre, enſuite on abatra la pierre depuis l'arc du devant à celui du derriere à

la régle, qu'on aura ſoin de tenir toujours parallele à l'arête du lit de deſſous, comme on voit à la figure 73. enſorte qu'elle coule partie ſur l'arc de la plus grande face & partie ſur l'arc du lit de deſſus, dès qu'elle ſera au deſſus de la hauteur de la plus petite retombée, ſans quoi la doële ſeroit mal formée.

Comme il n'y a pas de joint droit au ſecond vouſſoir, ſur lequel on puiſſe ſe régler pour la poſition de la régle non plus qu'aux autres vouſſoirs ſupérieurs & à la clef, il faudra tirer ſur l'épure des lignes paralleles à AB, qui couperont les arêtes des têtes du devant & du derriere à même hauteur $r\,2^4$, ou toucheront la clef comme bH; puis ayant porté les arcs de tête, que ces lignes comprennent, comme $1'r$ ſur la tête poſterieure ou de derriere, on tirera dans la doële avec la régle une ligne droite à l'angle de la tête anterieure 2^4, laquelle ſervira de guide pour achever de creuſer la doële, en tenant la régle parallele à cette ligne $r\,2_4$, & la faiſant couler en cette ſituation ſur les arêtes des têtes & des lits.

Fig. 72.

On en uſera de même pour la clef en y, traçant une ligne RE, comme on voit à la figure 74. où nous l'avons repréſentée faite & renvercée, & où l'on voit qu'il faut commencer par faire comme une clef de berceau droit, dont la doële plate ſeroit le parallelograme rectangle $C'a^2a^3s^3$ formé par des perpendiculaires à AB, tirées par les points des retombées, abaiſſées ſur ce diametre par les points $2^4 3^4$, puis ayant ainſi formé la clef d'un berceau droit $s^2a^2a^3s^3$, 6. 7. 7. 6, on portera ſur les arêtes de lit & de têtes oppoſées la longueur $2'\,2^4$ priſe à l'élevation, & par les point $2^4\,s^3\,3'\,a^3$ on tracera la ligne courbe Q'D trouvée pour l'arête du ſecond lit à la doële, comme nous l'avons dit, par le moyen d'un panneau levé ſur l'épure, la pierre étant abatuë à la régle, poſée ſur les arêtes, & coulante parallelement à la ligne de foy RE, on creuſera la doële avec toute la régularité poſſible.

Fig. 74.

Remarque ſur la fauſſeté de l'ancien Trait.

On voit par ce que nous venons de dire, que le Trait que donnent tous les Auteurs de la Coupe des pierres, ne pouvoit former une ſurface de berceau régulier, mais d'un cylindre très irrégulier; puiſque chaque vouſſoir fait à la régle avec des arêtes de doële droite étoit une portion de cône ſcalene, leſquelles étant aſſemblées devoient faire des arêtes ſaillantes entre les deux têtes, à peu près en côtes de melon; il eſt vrai que les arêtes des lits auprès des impoſtes ſont très peu courbes; mais elles le deviennent très ſenſiblement à meſure qu'elles approchent de la clef.

2.° *Remarque ſur l'imperfection & l'inutilité du Trait.*

Premierement, il eſt viſible que ſi le biais eſt conſiderable, on perd beaucoup de pierre dans l'operation du biais paſſé, comme le montrent les fig. 73. 74. & †. où l'on a diſtingué par des hachures, ce qu'il faut abatre.

2.° On perd beaucoup de tems à former ces parties de ſurfaces, qu'il faut enſuite enlever.

Troisiemement, je ne vois aucune néceſſité de faire cette voute par des lits obliques, qui rendent les têtes des vouſſoirs inégales de part & d'autre de la clef & des joints de lit courbes, une voute biaiſe par têtes égales, & lits droits, tels que nous venons de le dire au cas précedent du berceau biais, ne ſeroit-elle pas plus belle & plus réguliere?

On peut dire que le *Biais paſſé* dans ſon origine eſt un enfant de l'ignorance, qui a eu recours à un mauvais artifice pour faire un berceau biais de la même maniere qu'un berceau Droit, j'en fais ſi peu de cas que je n'en aurois pas fait mention, ſi tous les Auteurs de la coupe des pierres n'en avoient parlé comme d'un trait utile, en quoi ils ont fait voir ou peu de ſcience, ou tout au moins peu d'amour pour l'exactitude; cependant le dernier cité l'exige rigidement ailleurs, comme lorſqu'il rejette les panneaux des voutes ſphériques pour une difference d'un joint droit à un courbe, qui n'eſt pas plus ſenſible, que celle du biais paſſé, dont je parle.

Explication démonſtrative.

Il eſt démontré, comme nous l'avons tant de fois répeté, que la ſection d'un cylindre quelconque, coupé par un plan qui croiſe ſon axe eſt une Ellipſe ou un cercle; ainſi puiſque les lits du biais paſſé croiſent l'axe, ſi on les prolonge, il eſt déja évident que leurs joints à la doële ſont des portions d'arcs Elliptiques.

2°. Il n'eſt pas moins clair que le plan horiſontal ABDE, coupant le cylindre par ſon axe, le coupe en deux également; par conſéquent ſ par la 18.e du 11.e liv. d'Eucl. que les plans des lits 1. C.e, 2. C.e couperont l'horiſontal ſuivant une perpendiculaire C.e C.; puiſque les lignes 1. C.e, & 2. C.e ſont les interſections de ces lits avec un plan vertical, auquel les lits ſont perpendiculaires.

3.° Que la commune interſection de ces lits prolongez avec le plan horiſontal eſt un diametre de la ſection, puiſqu'il doit reſter autant du

cylindre au deſſous du plan horiſontal qu'au deſſus, s'il étoit continué, & que ce diametre eſt terminé par les côtez horiſontaux du berceau AE & DB prolongez; donc la ligne XY eſt un diametre de l'Ellipſe.

4.° Enfin il eſt clair que toutes les ſections *a b*, *ab* paralleles à AB, perpendiculaires au plan ABDE ſeront des cercles ou des Ellipſes ſemblables & égales au ceintre A*b*B, & que toutes les lignes *n q* paralleles à 2 C[2] & *n*V paralleles à 1[3] C[2] ſont par la 8. du 11.e d'Eucl. dans les mêmes plans que les lits, par conſéquent que leurs interſections avec les cercles ſur *ab*, *ab*, &c. ſeront au contour de l'Ellipſe, qui eſt la ſection du lit; or ces lignes couperont les cercles au-delà du point X en deux points, comme Hq^2 en q^2 & en Z, 3'q^3 en q^3 & en *z*; par conſéquent l'Ellipſe paſſera au-delà du point X, ce qui montre que le diametre XY n'eſt pas un axe. Enfin ces lignes en s'écartant du point X arriveront à un point où elles ne couperont plus les-demi cercles des ſections *ab*; mais une d'entr'elles ne fera plus que le toucher en T, comme la ligne TG[2].

5.° Enfin puiſque toutes les lignes *nq* ſont perpendiculaires à la commune interſection des lits GY, ſi on porte leurs longueurs ſur des lignes *nu*, *nu*, qui lui ſont auſſi perpendiculaires, on repréſentera exactement ſur le plan horiſontal, que je prends pour celui de la direction de l'épure, la demi-Ellipſe XQDY, qui ſe forme en l'air dans la doële par l'interſection du ſecond lit, ainſi des autres, & par conſéquent les arcs Q D $u^6 u^3$, qui en ſont des parties correſpondantes à l'étenduë de la voute ABD, ſont les arcs des joints de lit, *ce qu'il falloit trouver.*

2.e *Cas de l'obliquité des Berceaux de niveaux, qui conſiſte dans l'inclinaiſon de leur face à l'horiſon.*

En Termes de l'Art.

Berceau ou Porte Droite en Talud.

Nous avons conſideré dans le cas précedent l'obliquité de la face d'un berceau à l'égard de ſa direction ſeulement. Ici nous ſuppoſons le diametre horiſontal de la face perpendiculaire à la direction du berceau, mais la face inclinée à l'horiſon eſt par conſéquent à l'axe qui eſt de niveau.

Si l'on veut ſuppoſer l'obliquité égale dans l'un & l'autre cas, enſorte que l'angle de la face verticale biaiſe, fait avec l'axe horiſontal, ſoit égal à celui de la face inclinée à l'horiſon, à l'égard d'un axe perpendiculaire à ſon diametre, on reconnoîtra, que le berceau biais ſans

talud, & le berceau Droit avec talud ne ſont dans le fond que le même tourné differemment autour de ſon axe.

Pour faire ſentir cette vérité ſoit [*Fig.* 75.] un cylindre ABRD, ou droit ou ſcalene, il n'importe, nous le ſuppoſerons ici droit pour plus de facilité; ſi l'on fait mouvoir le trapeze ABRD, qui eſt la ſection par l'axe ſur ſon milieu C*x*, enſorte que d'horiſontal qu'étoit ce trapeze il devienne vertical en C*x*rG, il eſt clair qu'il ſe formera un demi-cylindre de face en talud; car le rayon CB, qui étoit horiſontal, ſera incliné à l'horiſon en C*b* ſuivant l'angle *x* C B, tranſporté en *x* C *b*, où la projection le fait diſparoître, les deux côtez de l'angle étant l'un ſur l'autre, & continuant de faire mouvoir ce trapeze, le diametre horiſontal qui étoit en AB ſe tournera en EF, où il redeviendra encore ſimplement biais, mais en ſens contraire. Enfin ſi l'on continuë de le faire mouvoir encore d'un quart de révolution, le diametre AB ſe rangera en *a b*, d'une inclinaiſon auſſi contraire à celle du talud; car le point B, qui étoit monté en *b* au deſſus du cylindre, ſera deſcendu au deſſous, & le point *a*, qui étoit au-deſſous, ſe trouvera au deſſus; de ſorte que la face biaiſe verticale ſe changera en *ſurplomb*. PLAN. 38. *Fig.* 75.

D'ou il ſuit que ſi le cylindre eſt Droit, la ſection par AB étant une Ellipſe le grand axe AB ſera dans un plan vertical à la face en talud ou en ſurplomb, & le petit axe H*o* dans l'horiſon; ainſi de ſurbaiſſé qu'étoit le ceintre du biais, il deviendra ſurhauſſé au talud & au ſurplomb; mais ſi le ceintre eſt ſcalene, il n'arrivera par cette révolution aucun changement à la face; parce qu'elle ſera toujours un cercle, ce ſera à l'arc-droit, qui deviendra ſujet aux mêmes changemens dans le ſcalene que l'arc de face dans le cylindre Droit. Car ſuppoſant le cylindre droit, la ſection DGR*r* perpendiculaire à l'axe C*x*, laquelle eſt ici repréſentée en perſpective, ſera un cercle, & DrRK ſera une Ellipſe, ſi le cylindre eſt ſcalene, ce qui eſt clair par tout ce que nous en avons dit ci-devant; il eſt donc évident qu'un berceau en talud n'eſt autre choſe qu'un berceau biais, tourné ſur ſon axe, ou plutôt qu'un berceau en talud eſt un compoſé de deux moitiez d'un berceau biais, priſes depuis la clef à l'impoſte, & de l'impoſte à l'oppoſé de la clef, du côté de l'angle obtus CBR, & qu'un berceau de face en ſurplomb eſt de même un compoſé de deux moitiez de berceau biais, pris du côté de l'angle aigu CAD; par conſéquent que le Trait du berceau biais convient au berceau en talud & en ſurplomb, en mettant l'impoſte à la clef.

Il ſemblera peut-être ridicule que je parle ici des berceaux en ſurplomb, comme d'une choſe uſuelle; parce qu'il eſt contre la ſolidité de faire une face de mur en ſurplomb; cependant on peut conſiderer

ainſi, & on le doit, toutes les têtes des vouſſoirs des berceaux qui en rencontrent d'autres ; puiſque, lorſqu'on travaille par panneaux de doële plate, on fait un parement en ſurplomb avant que de creuſer la doële de l'enfourchement. Ce ſurplomb eſt peu conſiderable au couſſinet, mais il augmente à chaque rang de vouſſoir, juſqu'à ce qu'enfin il devienne horiſontal à la clef. Il ne ſera pas inutile de faire attention à cette remarque, qui eſt une introduction à ce que nous avons à dire des *Voutes compoſées* dans la ſeconde partie de ce Livre.

Je pourrois encore ajouter ici, qu'il n'eſt pas ſans exemple de voir des bâtimens en ſurplomb, fait exprès, il s'eſt trouvé des Architectes, qui ont voulu ſe diſtinguer par des conſtructions qui paroiſſent impoſſibles. J'ai vû à Boulogne en Italie, la Tour quarrée de la Carzenda, qui ſurplombe au moins de 9. pieds, quelques-uns diſent de 11. les portes & fenêtres ceintrées dans un pareil bâtiment ſont des berceaux en ſurplomb ; & à Piſe il y a une Tour ronde ornée tout autour d'Arcades, laquelle a 188. pieds de hauteur, & ſurplombe de 15. ce ſont des monumens de bizarrerie qu'on ne doit pas imiter. Il y a cependant plus lieu de croire que ce ſont des effets du hazard, cauſez par l'inégalité de l'affaiſſement du terrain que ceux de l'intention des Architectes.

Par cette remarque qui réunit les berceaux biais ſans talud à ceux qui ſont en talud ou en ſurplomb, il eſt viſible qu'on peut faire un berceau droit en talud, comme un ſimple berceau biais. Il ne s'agit pour en faire le trait que de prendre l'impoſte du biais pour la clef du talud.

Il arrive de cette differente poſition de la face que les lits & les doëles ſe racourciſſent à meſure que les vouſſoirs approchent de la clef, au lieu que dans le ſimple biais de face verticale ils s'alongent d'un côté & ſe racourciſſent de l'autre ; de ſorte que les angles des joints de lit avec ceux de tête ſont aigus d'un côté & obtus de l'autre, ici ils ſont toujours aigus, par la raiſon que j'ai donné ci-devant, que la face du berceau en talud n'eſt qu'une répetition de la moitié du biais, pris du côté de l'angle obtus CBR, ce qui eſt viſible, en portant de ſuite deux fois le dévelopement de la doële M*b* de la figure 68. de la Plan. 36. ſans égard aux diviſions des vouſſoirs.

Ce que nous diſons de l'arc de face doit s'appliquer auſſi à l'arc-Droit, qui ſuit le ſort de l'arc de face, auquel il eſt rélatif, ſoit que le berceau ſoit Droit ou moitié d'un cylindre ſcalene. Ces obſervations préſupoſées, le trait du berceau en talud ſe fait plus facilement, étant conſidere comme s'il étoit biais, que ſuivant l'ancienne méthode. Toute naturelle qu'eſt cette conſtruction, elle eſt nouvelle ; je ſuis le premier qui la mets en uſage.

Sort

Soit [*Fig. 76.*] l'angle DCH celui du talud de la face donnée, DR le demi-diametre du berceau à l'extrados, & D*r* à la doële, perpendiculaire à DC; par les points R & *r* on menera les lignes RH & *rh* paralleles à DC, qui couperont le profil du talud CH en *h* & H. Sur CH & C*h* comme rayons, on décrira du centre C deux quarts de cercles concentriques A 5 H, B 1 *h*, qu'on diviſera en vouſſoirs à commencer du point A, par exemple, ici en deux & demi, qui ſont la moitié de cinq, aux points 1, 2, *b*, d'où l'on abaiſſera des perpendiculaires 1*p*, 2*p*, ſur le rayon CA, & d'autres perpendiculaires 11^f, 22^f, 5 5^f, 66$_f$, ſur le rayon CH, par leſquels on menera des paralleles à CD, 1^f*g*, 2^f*i*, qui repréſenteront les projections horiſontales d'une moitié de voute biaiſe ſans talud, & les verticales d'une moitié de voute droite en talud, ſuppoſant que l'on faſſe mouvoir le trapeze CHFX ſur ſon côté CX, juſqu'à ce que le point H ſoit élevé en l'air perpendiculairement ſur le point T, & que le rayon CA, perpendiculaire à CH le ſoit auſſi à l'axe du berceau CX en poſition horiſontale.

Alors le rayon CH élevé ainſi en l'air ſur CT ſera dans la ſituation naturelle du talud donné, de même que ſes paralleles 1*p*, 2*p*, qui ſont dans le même plan.

Cela ſuppoſé, il ne s'agit plus pour achever le trait que de faire l'arc-droit ſur le rayon D*r*, ou toute autre ligne perpendiculaire à CX.

Formation de l'Arc-Droit.

On portera la longueur C B de D en *d*, la diſtance 1^r 1^f de E en 1^r, & de 2^r 2^f de *e* en 2^r, l'on tirera les cordes *d*^{r} 1^r, 1^r, 2^r, & la demi-corde 2^r*e* de la clef pour avoir les biveaux de doëles plates, & au dehors de ces cordes un arc Elliptique ſurbaiſſé *d* 1^r 2^r *r*, qui ſera l'arc-droit demandé, & l'Epure ſera faite pour une moitié. Il ne s'agit que de doubler l'operation.

Panneaux de Doële.

1.° Les *Panneaux de doële* ſeront des trapezes rectangles à l'arc-droit, & obliquangles à la face, & dont tous les côtez ſont donnez; par exemple, pour les deux premiers au deſſus du couſſinet, qui ſont égaux entr'eux, & repréſentez à la projection verticale par CDE1^f, on a les côtez CD, E 1^f dans leur juſte meſure, & au lieu de DE, qui eſt racourci par cette projection, on prendra la corde *d* 1^r de l'arc-droit, au lieu de C1^f, qui eſt auſſi racourci, la corde B 1, & l'on aura le trapeze BD*d*^{r} 1^r [*Fig.* 81.] ainſi des autres panneaux de doële 1^r *d*^{r} *d*^{r} 2^r, excepté celui de la clef, qui ſera un parallelograme rectangle *d*^{r} 2^r 3^r *d*^{r} [*Fig.* 81.] *Fig.* 81.

Panneaux de Lit.

2.° Les *Panneaux de Lit* ſeront auſſi donnez, par exemple, pour le premier, repréſenté à la face par la ligne 1 5, on aura le trapeze E1^f, 5^f L, dont les côtez 1^f E, 5^f L, ſont dans leurs meſures; il ne s'agit

que de faire l'intervale EL, du plan vertical, égal à $1^r\,5^r$ de l'arc-Droit, déterminé au point 5^r par la ſection de la ligne $5^f\,5^r$ parallele à $1^f\,1^r$ avec le joint de tête $1^r\,5^r$ tiré du point D, centre de l'arc-droit.

Nous avons rangé de ſuite à la fig. 81. tous les panneaux de doële & ceux de lit par deſſus, ſuivant l'uſage ordinaire des Auteurs de la Coupe des pierres, ce que nous ne ferons plus dans la ſuite, comme choſe peu néceſſaire, nous nous contenterons de développer les doëles.

Les Biveaux.

3.° Les *Biveaux* ou angles des plans des *Lits & de Doële* ſont donnez à l'arc-droit comme dans le trait du ſimple biais, celui du premier vouſſoir à l'impoſte eſt $k\,d\,1^r$, le ſecond au deſſus $d\,1^r\,5^r$, & ainſi des autres.

4.° Les Biveaux de *Doële & de Tête* ſe trouveront auſſi comme au trait précedent, où l'on peut remarquer que toute la difference de ce trait au précedent ne conſiſte qu'à l'arrangement des points de diviſion des vouſſoirs ſur l'épure, qui commence au milieu où étoit la clef de l'autre & qui ſe répete de ſuite, les deux côtez de la clef du berceau en talud étant égaux entr'eux, au lieu qu'aux ſimples biais ils ſont inégaux, l'un eſt aigu, l'autre obtus, & ſuplémens l'un de l'autre.

Explication démonſtrative.

La ſeule explication de la nouvelle maniere que je propoſe, fait voir évidemment qu'un berceau en talud n'étant qu'une répetition de deux moitiez de berceaux biais du côté de l'angle obtus, chacun d'un quart de cylindre oblique, tourné d'un quart de révolution autour de ſon axe, il ne doit y avoir d'autre changement de conſtruction à faire au trait de ci-devant du ſimple biais, que celui de la diviſion des vouſſoirs, ſçavoir, que celle du biais commence & finit au diametre de plus grande obliquité, qui répond au petit axe de l'Ellipſe de l'arc-droit & celle du talud au diametre Droit, je veux dire, perpendiculaire à l'axe oblique, qui répond au grand axe de l'arc-droit.

Ou ſi l'on veut conſiderer cette difference à l'égard de la projection dans le berceau biais, on ſe ſert de l'horiſontale, c'eſt-à-dire, en termes de l'Art, du *Plan*, & au berceau en talud dans cette nouvelle méthode je ne me ſers que de la verticale, c'eſt-à-dire, du profil.

Je vais cependant ajouter ici le trait ordinaire, avec pluſieurs changemens, pour ne pas répeter ſeulement ce qui a été dit, mais perfectionner beaucoup l'operation.

Seconde maniere de faire la Porte ou Berceau Droit en talud *par la projection de l'Arc de Face.*

Dans la précedente hypoteſe du berceau biais tourné ſur ſon axe, on ſuppoſe néceſſairement que l'arc de face eſt incliné à ſon axe, comme il l'eſt en effet ; mais rien n'empêche qu'on ne puiſſe auſſi ſuppoſer un ceintre primitif vertical dans la conſtruction du berceau en talud, lequel ceintre ſeroit la baſe du cylindre Droit ſur cette baſe Elliptique ou circulaire, c'eſt-à-dire, qu'au lieu de prendre l'arc de face pour primitif on peut prendre l'arc-droit, ce qui cauſe une petite inégalité dans les diviſions de l'arc de face en ſes vouſſoirs, ſi ceux du ceintre primitif ſont égaux entr'eux, de là vient que les Auteurs de la Coupe des pierres font une diſtinction du talud ainſi fait, & du talud où l'arc de face couché eſt primitif, qu'ils appellent *par têtes égales.* Cette obſervation fait voir qu'on peut coucher ſur le talud ou ne pas coucher les hauteurs des diviſions du ceintre primitif, comme on va le dire dans le trait.

Soit [*Fig.* 79.] *i* S *n* l'arc de face à la doële circulaire ou Elliptique, il n'importe, nous le faiſons ici circulaire pour plus de commodité du trait. Soit auſſi [*Fig.* †] l'angle T*a*L celui du talud de la face, qu'on ſuppoſe donné au ſixiéme ou au dixiéme de la hauteur, ou à tout autre raport, tel qu'il plaît à l'Architecte. On portera le demi-diametre CS de *a* en *t*, d'où on abaiſſera une perpendiculaire *tz* ſur *a*L, qui la coupera en *z*, la longueur *az* ſera la moitié du petit axe d'une Ellipſe, qui doit être la projection horiſontale de l'arête de rencontre de la doële & de la face. Avec ce demi-axe & le grand axe *i n*, qui eſt le même que le diametre de l'arc de face à la doële, on fera [par le Probl. 7. du 2. liv.] l'Ellipſe *izn*, de même par l'extrados on portera le demi-diametre CB ſur *a*T de *a* en T, d'où abaiſſant une perpendiculaire ſur *a*L, on aura *ab* pour la moitié du petit axe d'une Ellipſe H*b*O, dont le grand axe HO eſt donné, laquelle Ellipſe ſera la projection de l'arête de face à l'extrados.

Fig. 79.

Fig. †

à côté de la Fig. 76.

Ou il faut remarquer que ces deux Ellipſes ne ſont pas paralleles, quoique les arcs de face HBO & *i* S *n* d'où ils dérivent, le ſoient entr'eux, la raiſon eſt que leurs intervales H*i* & *n*O à l'impoſte étant horiſontaux ne ſont pas racourcis par la projection, mais bien l'intervale BS, qui eſt incliné à l'horiſon.

Presentement, il ſera facile de trouver toutes les diviſions des vouſſoirs dans la projection comme dans l'élevation, il n'y a qu'à prolonger les *aplombs* 1*p* 2*p*, juſqu'à ce qu'ils rencontrent l'Ellipſe *izn* en 1′ 2′, puis du point C pour centre, on tirera par les points 1′ 2′ les

lignes 1^t 5^t 2^t 6^t, 3^t 7^t 4^t 8^t, qui ſeront les projections des joints de tête.

La projection de la face étant faite, il reſte à former l'arc-droit à la doële, qui ſera encore Elliptique ſi l'arc de face eſt circulaire, le grand axe de cette Ellipſe ſera encore *in* ou ſon égal DR, & le petit axe ſera la perpendiculaire *tz* de la fig. †. S'il s'agiſſoit de l'extrados, le grand axe ſeroit HO, & le petit T*b*; mais on peut ſe diſpenſer de ce dernier ſi l'on veut; parce que ſi du centre C' on tire les joints par tous les points 1^r, 2^r, 3^r, 4^r, où les aplombs $1p$, $2p$, &c. prolongez, coupent l'Ellipſe D*b*R, on aura les angles des biveaux des *lits avec la doële*, dont on a beſoin pour l'application du trait ſur la pierre. Cette maniere eſt encore plus ſimple & plus expéditive que celle de faire la projection de l'arc de face, & l'arc-droit par pluſieurs points cherchez, comme l'enſeignent les livres de la Coupe des pierres.

Au lieu de faire l'angle du talud T*a*L à part, on peut prolonger le côté K*o* en A, mener BA parallele à H*o*; puis du point *o* pour centre & pour rayon OA, on fera l'arc AT, qui coupera la ligne inclinée ſuivant le talud OT au point T, d'où tirant T*e* parallele à BA ou HO, juſqu'à la rencontre de A*o* en *e*, on aura la hauteur O*e* au lieu de CB ou OA, qui ſera diminuée de l'intervale *e*A; il eſt clair par cette conſtruction que la hauteur *e*O eſt égale à la hauteur T*b*. Fig. 79.

On trouvera de la même maniere la hauteur SO au lieu de la hauteur SC ou *a*O, dont elle ſera diminuée de l'intervale *s a*.

Si le ceintre primitif HBO n'étoit pas ſuppoſé incliné ſuivant le talud OT, mais aplomb, comme l'arc-droit, repréſenté par la ligne AO en profil, il eſt évident que l'intervale de cet aplomb au talud ſe prendroit ſur les lignes horiſontales BA & S*a*, prolongées en *x* & en *y*, juſqu'à la rencontre de la ligne OT, prolongée s'il le faut en *x*, & que les intervales de la ligne de baſe HO à la demi-Ellipſe de projection horiſontale H*b*O deviendroient plus grands; parce que au lieu de *e*T on prendroit A*x* pour l'extrados, & au lieu de *s t* on prendroit *ay* pour l'arc de la doële; en ce cas l'arc de face deviendroit ſurhauſſé, au lieu qu'au cas précedent il étoit en plein ceintre, & on n'auroit pas beſoin de former l'arc-droit, puiſqu'on ſuppoſe qu'il eſt le primitif.

Pour tracer les demi-Ellipſes de projection H*b*O, *izn*, par pluſieurs points, ſuivant la méthode ordinaire qu'on trouve dans les Livres de la Coupe des pierres, on cherchera les hauteurs de chaque retombée, comme nous avons fait pour trouver les demi-axes C*b* & C*z*, en faiſant la même operation avec les hauteurs $1P'$, $2p$, qu'avec BC & SC, pour avoir les projections $P1'$, $p2'$,

c'eſt-à-dire, en les portant ſur la ligne OT, ou directement avec le compas, ou par renvoi, ou en tirant des perpendiculaires à H*o* par les points 3 & 4 juſqu'à la verticale OA. Enſuite faiſant un arc de cercle du centre O juſqu'à la ligne OT, qu'il coupera en *n*, d'où tirant *n u* parallele à OH, on aura les hauteurs diminuées O*u* OV, qui ſont des ordonnées de l'Ellipſe *izn* de l'arête de la doële. On en fera de même avec les hauteurs 5Q, 6*q* pour l'Ellipſe H*bo* de l'Extrados.

La projection de l'arc de face en talud étant donnée & l'arc-droit, il eſt viſible qu'on a toutes les meſures néceſſaires pour former les panneaux de doële, de lit & de tête, & les biveaux de l'inclinaiſon de la doële avec les lits. C'eſt tout ce qui eſt néceſſaire pour former & tailler les vouſſoirs.

1.° Pour les *Panneaux de doële*, il s'agit de former des trapezes, dont les côtez paralleles, qui ſont les projections des arêtes des joints, ſont donnez au plan horiſontal, entre les projections de la face & l'arc-droit; ainſi pour la premiere on a le côté *i* D & 1'*d*, pour la ſeconde doële les côtez 1'*d*, & 2'*d*, &c. & pour leur diſtance perpendiculaire les cordes de l'arc-droit D1', 1'2', 2'3', &c.

2.° Pour les *Panneaux de lit* on a les mêmes lignes de projection des joints de doële d'un côté, & pour le côté parallele la projection de l'extrados 5' D, 1'*d*, pour le premier lit au deſſus de l'impoſte & 6'v, 2'*d* pour le ſecond, & leurs intervales perpendiculaires à l'arc de face pris en 1'5, 2'6, égaux entr'eux.

3.° Les *Panneaux de tête* ſont donnez à l'arc de face H*i* 1'5 pour le couſſinet, 5'1'2'6 pour le ſecond vouſſoir, &c.

4.° Les *Biveaux* ou l'inclinaiſon du lit avec la doële ſont donnez à l'arc-droit aux angles D1'5', 1'2'6', &c.

Si au lieu de cette ſorte de biveau on aimoit mieux ſe ſervir de celui de la doële plate avec la tête, il ſeroit aiſé de le trouver ſuivant notre méthode generale du Probl. 14 du 3.e Liv. par exemple, pour les vouſſoir 7'3'4'8 on prolongera la corde 3'4, juſqu'à ce qu'elle rencontre en W le diametre HO prolongé, auquel on tirera par ce point W une perpendiculaire W*x*, du même point W on tirera une ligne au point 3', qui paſſera par le point 4', ſi la projection eſt bien faite, par lequel point 4' on élevera une perpendiculaire 4'*y*, égale à la hauteur de la retombée *p* 4; puis on tirera la droite *y* W, à laquelle on fera au point *y* la ligne *y g* perpendiculaire, qui coupera W3' au point *g*. Enſuite par le point *g* on menera *g*G perpendiculaire à W*g*.

qu'on prolongera juſqu'à ce qu'elle rencontre Wx^o, ce qui n'arrive pas dans cette figure, où la rencontre ſe trouve au dehors de la planche. Enfin ayant porté la longueur yg en gY ſur Wg prolongée, on tirera la ligne YX à la rencontre des lignes Wx^o & gG, l'angle ZYX ſera celui que l'on cherche.

Pour remedier à l'inconvenient du peu d'étenduë de la planche, où l'on ne peut avoir le point de rencontre des lignes Wx & gG, il n'y a qu'à prendre ſur la ligne gW un point 9 à volonté, plus près de W tirer 9·10 parallele à yg, & par le point 10 la parallele à YX, qui coupera la ligne Wx^o en x^o, qui eſt dans l'étenduë de la planche. Enſuite portant l'intervale 10 9 ſur Wg, comme on a fait yg en gY, on tirera du point 11 en x une ligne qui donnera le même angle de biveau que donneroit XYZ dans la premiere operation, ce qui eſt clair ; parce que les paralleles donneront toujours des triangles ſemblables ; par conſéquent des angles égaux.

Application du Trait ſur la Pierre.

Ayant dreſſé un parement pour ſervir de doële plate, on abatra la pierre ſuivant les traces du panneau de doële qu'on y aura appliqué avec un des biveaux. Si l'on veut ſe ſervir des panneaux de lit, on prendra le biveau *de Lit & de Doële*, ſuivant lequel on abatra la pierre à angle obtus le long des joints de lit ; enſuite on appliquera ſur chacun de ces nouveaux paremens les panneaux de lit de deſſus & de deſſous, leſquels donneront les poſitions des joints de tête, ſuivant leſquels abatant la pierre de l'un à l'autre on formera une ſurface, où l'on appliquera le panneau de face pour tracer les arcs des arêtes de la doële, qu'on creuſera avec le biveau mixte de lit & de doële pris ſur l'arc-droit. On tracera auſſi avec le même panneau l'arc de tête à l'extrados, ſi on en a beſoin, comme lorſque la voute eſt extradoſſée, ou que la face eſt ornée d'un bandeau ou d'une Archivolte.

Si l'on veut s'épargner la peine de faire des panneaux de lit, après avoir tracé le contour de celui de doële, il faut commencer par abatre la pierre ſuivant le biveau de doële & de tête pour former un ſecond parement, qui ſera pris pour une partie de la face, ſur laquelle ayant appliqué & tracé le contour du panneau de tête, qui donne la poſition de la coupe, on abatra la pierre à la régle, poſée d'un côté ſur l'arête du lit, & de l'autre ſur celle du joint de tête, & l'on formera ainſi les deux lits, dégauchiſſant le joint d'une tête antérieure avec celui de la poſterieure, alors la pierre ſera achevée, ſi la voute n'eſt pas extradoſſée, par exemple, celles qu'on laiſſe brutes ou qu'on

recouvre de terre ou de maçonnerie, ou bien les portes dans un mur qu'on éleve encore au deſſus de la clef par lits de niveau.

Si cependant, ce qui n'eſt gueres uſité, on lui fait un extrados, on n'a qu'à mener des paralleles aux arêtes du lit de doële en trainant un échantillon ou le compas ouvert, comme nous l'avons dit ailleurs au mot *Trainer* du premier Tome.

Si l'on veut faire un dévelopement de la doële totale, pour voir l'effet d'un coup d'œil; ayant pris pour directrice une ligne DR à volonté, on portera ſur ſa longueur les cordes de l'arc-droit rangées de ſuite, ſçavoir D 1', 1' 2', 2' 3', &c. puis ayant tiré par chacun des points D d^1, d^2, d^3, d^4 des perpendiculaires à la directrice DR, on prendra ſur le plan horiſontal les longueurs comme DB = D*i* de la fig. 79. d^1 1^t = d 1^t, d^2 2^t = d 2^t D*b* = C*z*, ainſi de ſuite, en répetant de *b* en E les lignes & points donnez depuis B vers *b*, pour avoir un entier dévelopement de l'arc de la doële & de la face B*b*E. *Fig.* 81.

Les panneaux de lits ſe feront par la même méthode, en remarquant qu'ils ont déja chacun une ligne commune avec la doële, & que les têtes de ces panneaux ſont toutes un angle aigu avec cette ligne de joint de lit à la doële, excepté le premier lit horiſontal de l'impoſte, qui n'eſt point alteré par le talud, & qui eſt dans ce cas un rectangle *m*ABD égal à celui du plan horiſontal MH*i*D. Le ſecond panneau de lit ſe fera en portant la longueur Dς^t du *plan* en d^1u, d'où l'on tirera $u\varsigma$ parallele à DR, puis du point 1^t pour centre & de l'intervale 1ς du joint de tête du ceintre primitif HBO, on fera un arc de cercle, qui coupera la droite $u\varsigma$ au point ς, par où tirant ςL parallele à 1^t d^1 on aura le trapeze Lς $1^t d^1$, qui ſera la ſurface du premier lit, ainſi des autres. On peut auſſi prendre l'intervale Ld^1 à l'arc-droit $1'\varsigma'$, ſi l'on a prolongé les aplombs de l'extrados ς ς', juſqu'à la rencontre du joint $1'$ ς' de l'arc-droit, lequel doit être plus court, parce qu'il eſt dans un plan perpendiculaire à l'axe.

Remarque ſur l'Uſage.

Ce Trait eſt un des plus uſuels dans les Fortifications, où tous les murs de revêtemens ſont en talud; ainſi toutes les portes & autres ouvertures des murs de revêtement d'Eſcarpe ou de Contreſcarpe ſont des portes droites en talud, lorſqu'il n'y a point d'obliquité de ſujetion; le cas arrive plus rarement dans l'Architecture civile, où les murs ſont ordinairement aplomb.

Troiſieme Cas des Berceaux obliques horiſontaux, lorſque les faces ont une double obliquité, l'une à l'égard de la direction, l'autre à l'égard de l'horiſon.

En Termes de l'Art.

Berceau, ou Porte Biaiſe & en Talud.

Le ſeul énoncé de ce titre expoſe qu'il s'agit ici de la compoſition des deux cas précedens réunis dans un même berceau, où la face n'eſt ni perpendiculaire à l'axe de niveau, c'eſt-à-dire, à la direction horiſontale, ni verticale oblique à cette direction, mais inclinée à la direction & à l'horiſon.

Pour concevoir l'effet de cette eſpece de berceau biais, il faut reprendre la figure 75. & ſe repréſenter celui de la variation que cauſe le mouvement d'un cylindre de baſe oblique tournant ſur ſon axe.

Nous avons dit pour expliquer celle du cas précedent du talud ſans biais, que ſuppoſant l'axe horiſontal & la plus grande obliquité AB dans un plan vertical, le changement du ſimple biais au talud ſans biais, étoit l'effet de la révolution d'un quart de la circonference, prenant la clef du biais pour l'impoſte de la voute de face en talud ; or il eſt clair que ſi la révolution eſt moindre du quart, ou plus grande, la baſe du cylindre, qui repréſente la face du berceau ſera en même tems encore inclinée à ſa direction, puiſque le diametre vertical n'a pas aſſez tourné pour prendre une ſituation horiſontale, ou qu'ayant trop tourné il l'a paſſée. Alors elle ſera auſſi inclinée à l'horiſon ; parce que le diametre horiſontal AB du ſimple biais, n'a pas aſſez tourné pour reprendre une ſituation contraire EF à celle qu'il avoit auparavant AB, ce qui ne peut arriver qu'après une demi-révolution complete ; ainſi lorſque le point B eſt parvenu en *e*, le point A ſe placera en *f*, & la face ſera moins oblique à la direction ; parce que l'angle *b*C*e* eſt plus petit que *b*CB, mais elle ſera inclinée à l'horiſon ; parce que le point B eſt monté en *e*, & le point A deſcendu en *f*, au deſſous du plan horiſontal EAFB, de la quantité d'un arc B S, dont *e*B eſt le ſinus verſe ; ainſi l'on peut dire que le berceau biais & en talud eſt une modification de ſituation, compoſée de l'obliquité *b e* à la direction *x*C, & de la hauteur *e s* ſur l'horiſon, dans un plan vertical ESB qui eſt l'arc-droit, ſuivant le rayon *b s* de cet arc & SC de la baſe, qui eſt repréſenté dans la projection par *e*C.

Corollaire I.

D'où il ſuit qu'une telle ſituation de face produit pour les panneaux des

des vouſſoirs les deux effets des obliquitez ſimples, du talud & du biais des deux traits précedens; ſçavoir qu'elle alonge les joints de lit depuis un côté de la clef juſqu'à l'impoſte, & les racourcit de l'autre; que les doëles plates ſont d'un côté de la clef des Romboïdes, dont les angles oppoſez ſont de même eſpece aigu & obtus, & que de l'autre ils ſont de differente eſpece, l'un aigu l'autre obtus, au lieu que dans le ſimple biais les changemens des doëles & des lits, de même que dans le ſimple talud, ſont uniformes de chaque côté de la clef à hauteurs égales.

Corollaire II.

D'ou il ſuit encore que ſi l'arc de face *g*EG eſt circulaire, ſurhauſſé ou ſurbaiſſé, droit ſur la baſe, c'eſt-à-dire, d'une Ellipſe dont le diametre horiſontal ſoit un des axes, l'arc-Droit du Berceau biais & en talud ſera une eſpece de rampant DSR, c'eſt-à-dire, une demi-Ellipſe, qui ſera plus couchée d'un côté que de l'autre; parce que ſon diametre horiſontal ne ſera pas un des axes, mais un diametre conjugué à celui qui paſſera par le milieu de la clef, avec lequel il fera des angles inégaux de part & d'autre, l'un aigu l'autre obtus, comme le ceintre D*s*R de la fig. 77. on en ſentira la raiſon après la conſtruction du trait.

Soit [*Fig.* 77.] *g*G*rd* le plan horiſontal d'un berceau biais & en talud, dont la face *g*G eſt oblique à la direction C*c*, ſuivant l'angle *c*CG, & inclinée à l'horiſon, ſuivant l'angle donné T*a*L. Sur *g*G comme diametre ayant fait le ceintre de l'arc de face *g*EG circulaire ou Elliptique [nous le ſuppoſons ici circulaire] avec ſon concentrique pour l'arête de la doële ÆbB, & l'ayant diviſé en ſes vouſſoirs aux points 1, 2, 3, 4, on abaiſſera des perpendiculaires de ces points ſur *g* G, qu'on prolongera un peu au delà; puis on cherchera la moitié du petit axe de l'Ellipſe, qui doit être la projection de chaque ceintre à la doële & à l'extrados, comme au cas précedent, en portant le rayon CE en *a* T de la fig. † & C*b* en *a t*; puis abaiſſant ſur la baſe du talud *a*L les perpendiculaires T*b* & *tz*, on aura *ab* pour demi-axe de l'extrados, & *az* pour demi-axe de la doële; & avec les grands axes *g*G, ÆB on décrira, par le Probl. VII. du 2.e Livre, les demi-Ellipſes *ge*G, ÆHB, qui ſeront les projections des arêtes de la doële & de l'extrados de l'arc de face, leſquelles ſeront coupées par les perpendiculaires 1*p*, 2*p*, &c. prolongées aux points 1' 2' 3' 4', par leſquels & le centre C on tirera la projection des joints de tête 1' 5', 2' 6', 3' 7', 4' 8'. *Fig.* 77.

Ensuite par les mêmes points 1' 2' 3' 4', 5' 6' 7' 8', on tirera des

paralleles à l'axe C c', juſqu'à une perpendiculaire DR, placée à volonté, qu'elles couperont aux points 21 22 23 24.

CETTE ligne DR ſera priſe pour un des diametres de l'arc-droit, & on trouvera l'autre en prenant au profil du talud [*Fig.* †] la perpendiculaire tz, qu'on portera ſur la ligne Hz, qui paſſe par le milieu de la clef de z en S, d'où on tirera SC', qui ſera le diametre conjugé d'une demi-Ellipſe rampante, laquelle ſera l'arc-droit que l'on cherche, avec ces deux diametres DR & SC', on la tracera par le Probl. VIII. ou ce qui eſt plus commode par les Probl. 5. & 7. du 2.e Liv. ſpuis on tirera les cordes D$1'$, $1'2'$, $2'3'$, &c. par les points d'interſection de cette Ellipſe, & de la projection des joints de lit. Enfin du centre C' on tirera les joints $1'5'$, $2'6'$, &c. & le trait ſera fini.

AUTREMENT.

SUIVANT l'uſage ordinaire des Apareilleurs inſtruits par les livres, on cherche les points des Ellipſes de la projection de la face & de l'arc-droit ſur le profil TaL, en portant ſur aT toutes les hauteurs $1p$ $2p$, &c. des diviſions pour avoir des perpendiculaires, comme Tb & ba, tz & za, c'eſt-à-dire, qu'on fait autant de profils qu'il y a de hauteurs de diviſion; mais comme les diviſions ſont ſouvent trop loin l'une de l'autre pour tracer exactement une Ellipſe par ces points trouvez, ils ſont obligez de multiplier encore ces operations en faiſant des ſouſdiviſions au milieu de chaque tête de vouſſoir, pour trouver un plus grand nombre de points; ce qui augmente auſſi le nombre des lignes & l'embaras du trait, il eſt bien plus ſimple, comme je viens de l'enſeigner. Au reſte cette méthode comprend l'ancienne; car il n'y a qu'à faire pour toutes les lignes $1p$, $2p$, &c. ce qu'on a fait pour EC & bC, toutes les lignes ſur La comme ba, za ſerviront pour la projection, & toutes les perpendiculaires à La comme Tb, tz ſerviront pour l'arc-Droit.

Explication Démonſtrative.

SI l'on fait mouvoir le demi-cercle ou demi-Ellipſe gEG ſur ſon diametre gG, juſqu'à ce qu'il ſoit incliné au plan dgGr ſuivant l'angle du talud donné TaL, il eſt viſible que le point E ſera poſé verticalement ſur e comme Tb eſt au profil ſur b par la conſtruction. De même le point b ſur H; & puiſque la projection d'un cercle eſt une Ellipſe par le Theor. II. du 2.e livre, l'Ellipſe geG ſera la projection du demi-cercle gE G, & Æ H B celle de ÆbB.

SECONDEMENT, puiſque les points e & H, milieux des projections de

la doële & de l'extrados, s'écartent du plan vertical paſſant par l'axe CC', l'un de la longueur H*m* l'autre de *en*, il eſt clair que le milieu de la clef n'eſt pas le milieu du Berceau; cependant le nombre des vouſſoirs doit être égal de part & d'autre, ſuivant la diviſion de la face AbB; donc il faut qu'ils ſoient plus ſerrez d'un côté que de l'autre, & par conſéquent que l'arc-droit ſoit panché; or dans ce cas le cylindre étant ſuppoſé ſcalene, parce qu'on à fait l'arc de face circulaire, la ſection perpendiculaire à ſon axe eſt une Ellipſe, dont les axes ſont l'un dans le plan paſſant par l'axe du cylindre, à ſa plus grande inclinaiſon ſur la baſe en C'X, l'autre au plan qui coupe celui-ci perpendiculairement en C'Y, le premier cas eſt celui du biais ſans talud, & le ſecond celui du talud ſans biais; donc dans le biais & talud les axes de l'Ellipſe de l'arc-droit ne ſont ni dans le plan horiſontal ni dans le vertical, par conſéquent un tel arc eſt couché d'un côté en façon de rampant; *ce qu'il falloit démontrer.*

Il eſt aiſé de conclure par l'inverſe, que ſi au lieu de l'arc de face on avoit pris l'arc-droit circulaire, pour ceintre primitif, la même irrégularité ſeroit tombée ſur la face; car alors le milieu de la clef paſſant par *m*, les parties Æ*m* & B*m* de l'arc de face Æ*m*B ſeroient inégales, à cauſe de l'inégalité des angles ÆC*m* obtus, & BC*m* aigu.

D'ou il ſuit que l'Architecte doit ſe déterminer au choix d'un ceintre primitif, ſuivant l'attention que mérite l'ouvrage au dedans ou au dehors:

Lorsqu'il s'agit d'une porte, l'arc de face doit être préferé à l'arc-droit pour la régularité; parce que l'un eſt plus apparant que l'autre, mais s'il s'agiſſoit d'un berceau habité au dedans, l'arc-droit devroit être préferé à l'arc de face. Enfin ſi l'un devoit être auſſi apparent que l'autre, on pourroit en faiſant l'un & l'autre Elliptique, un peu incliné de la moitié de la difference, jetter l'irrégularité ſur l'un & l'autre, & le rendre preſqu'inſenſible par cet artifice.

Lorsque l'obliquité du Berceau eſt double par une face briſée en deux directions à l'égard de l'axe, comme dans les portes *ſur le coin* ou *dans l'angle*, on ne peut ſe diſpenſer de choiſir l'arc-droit pour ceintre primitif, par les raiſons que nous dirons ci-après, lorſque nous parlerons de ces portes; voici la difference que ce choix cauſe dans l'operation du trait.

Soit [*Fig.* 80.] le demi-cercle DHR le ceintre primitif d'une face biaiſe & en talud LEO, ou ſeulement d'une portion LEA, il n'importe. Ayant prolongé le diamètre RD vers L', & élevé une perpendiculaire ſur un point *a* pris à volonté, on fera l'angle B*a*T égal au *Fig.* 80.

complement de celui du talud TaL°; puis par tous les points de diviſions du ceintre primitif 1, 2, 3, 4, on tirera des paralleles à DR, qui couperont aT en des points $1f$, $2f$, qui donneront entre eT & aB, les reculemens $1fu$, $2fV$, TB du talud, qui conviennent à chacun de ces points. Enſuite ayant pris à volonté ſur LO un point T^{a}, pour y élever une perpendiculaire, on y portera de ſuite tous les reculemens ou intervales des lignes eT & aB, qui conviennent aux diviſions 1, 2, H, du ceintre primitif DHR, par exemple, $1fu$ en $T^{a}1^{a}$, $2fV$ en $T^{a}2^{a}$, hk en $T^{a}n$, & par tous ces points on menera des paralleles à LO, qui couperont les aplombs prolongez 1P, $2p$, HCE aux points A 1^{t}, 2^{t}, N, qui ſeront les projections des diviſions de l'arc de face, & des points au contour de la portion d'Ellipſe, qui eſt celle de l'arc de face.

On auroit bien pû ſe contenter de tracer cette Ellipſe par le moyen des deux demi-petits axes, qu'on cherche pour le reculement du talud, & les deux moitiez du grand axe donnez, comme nous avons fait dans les cas précedens; mais j'ai jugé à propos d'en chercher des points pour donner une pratique meilleure que celle qu'on trouve dans les Livres de la Coupe des pierres, particulierement de celle de M. de la Rue page 12. où il donne un exemple *pour tout*, d'une maniere peu correctement énoncée; car ce qu'il appelle *Section* 21. qui doit *couper la ligne du biais par le milieu* n'eſt rien moins que cela, c'eſt un point d'attouchement qui ne doit rien couper; mais faiſant grace au diſcours, cette pratique eſt très défectueuſe, en ce qu'elle n'eſt qu'un pur tâtonnement, comme il en convient, en ajoutant que ſi on n'ajuſte pas bien pour ſa ſection, il faut *rabaiſſer ou relever une des pointes du compas au long de l'aplomb*; voici le Problême.

Fig. †83. Il s'agit de *placer la ligne donnée* ab *dans un angle donné* cED, *perpendiculairement ſur le côté* cE, *enſorte que les deux points* a & b *ſoient l'un dans la ligne* cE *l'autre dans la ligne* ED. La pratique de l'Auteur eſt de prendre avec le compas l'intervale ab, de mettre la pointe b ſur ED à l'aventure en x, & de faire un arc gf, qui doit toucher cE & non pas la couper par une *ſection*, comme le dit le livre. Il eſt viſible que ſi le point x eſt trop loin l'arc gf ne touchera rien, que ſi il eſt trop près comme en z, il coupera *la ligne du biais*, & donnera deux points de ſection uv; alors le rayon ab placé en zv ne ſera plus perpendiculaire à cE, donc il faut avancer & reculer la pointe du compas juſqu'à ce qu'elle ſe trouve à juſte diſtance, ce qui fait perdre bien du tems, & à la fin ne donne pas un point d'attouchement connu. J'aimerois mieux méchaniquement faire couler une équerre ſur cE, & tenant une des pointes du compas ſur ſon côté & ſur la ligne cE, l'autre pointe rencontreroit DE en un point y.

Pour le faire Géometriquement, on tirera par un point pris à volonté ſur cE une perpendiculaire cB égale à ab, ſi par l'extrémité B on mene une parallele à cE, elle coupera DE au point y qu'on cherche, duquel on abaiſſera exactement une perpendiculaire égale à AB. Je ne me ſerois pas arrêté à ſi peu de choſe, ſi pour un cas qui tombe ſouvent en pratique, un Auteur ſuivi n'avoit donné aux Ouvriers un mauvais exemple *pour tout.*

Au lieu de poſer les reculemens du talud perpendiculairement à la baſe LO de la face, il ſeroit aiſé de les poſer ſur les projections des joints de lit, qui ſont obliques à cette face, avec autant de juſteſſe, & plus de commodité pour l'operation en faiſant une correction à l'angle du talud donné TaL°. *Fig.* 80.

Soit NZ le reculement du talud égal à celui du profil Kb, provenant du milieu H de l'arc-droit DHR, lequel NZ doit rencontrer en N la ligne du milieu HA, dont nous avons trouvé le point N, d'interſection de ces deux lignes, comme on vient de le dire ci-devant fig. 83. il n'y a qu'à porter ſur bk prolongée, la longueur NA du plan en bz, & tirer par les points z & a la ligne za, l'angle zaL° ſera celui du talud changé, de façon que tous les reculemens BT, bK, &c. étant prolongez en TY, bz pourront être portez ſur les projections des joints de lit, & ſur le milieu de la clef en AE, & BN au lieu de Ey, NZ, perpendiculairement à LA.

La démonſtration de la juſteſſe de cette pratique eſt viſible par la ſimilitude des triangles YTa, Zba, qui donnent toujours des parties YT, zb à ajouter aux reculemens TB, bk, leſquelles leur ſont proportionelles. Car $YT : TB :: zb : bk$, ou bien dans le plan $EN : NA :: yz : zA$ [par la conſtruction] *ce qu'il falloit faire.*

Le trait étant fait tel que nous venons de le décrire en toutes ſortes de circonſtances, il ſera aiſé de former les panneaux, & trouver les biveaux de la même maniere qu'il a été dit pour les berceaux & portes en talud.

Premierement les *Panneaux de doële* ſont donnez pour leur longueur au plan horiſontal, & pour leur largeur à l'arc-droit, comme dans tous les autres Traits. La longueur eſt terminée d'un côté de l'arc-droit DR, & à l'autre à la projection Elliptique de la face. ÆHB, & la largeur ſe prend toujours à la corde de l'arc-droit; ainſi pour le 2.e vouſſoir on aura les côtez paralleles $1'21$ & $2'22$, & la diſtance de ces lignes perpendiculairement ſera la corde de l'arc-droit $1'2'$. *Fig.* 77.

SECONDEMENT, les *Panneaux de lit* ſeront encore des trapezes rectangles à l'arc-droit & obliques au joint de tête. Les premiers aux impoſtes ſont donnez au *plan* de la fig. 77. à droite c'eſt le trapeze RBG*r*, & à gauche *dg*ÆD. Le premier lit au deſſus aura pour longueurs les lignes 5'*e* & 1' 21 priſes au *plan*, & leur intervale perpendiculaire ſera le joint de tête 5,1, pris à l'élevation.

3°. Les *Panneaux de tête* ſont donnez à l'élevation, comme ici 1'5'6'2.

4.° ENfin les *Biveaux de lit & de doële* ſont donnez à l'arc-droit, c'eſt pour le lit de deſſous l'angle 2' 1' 5', & pour celui de deſſus 1' 2' 6', qui n'eſt pas égal à l'autre à cauſe de l'obliquité de l'arc-droit D SR.

L'application du trait ſur la pierre ſera la même que dans les cas précedens, ayant fait un parement pour y appliquer le panneau de doële on abatra la pierre avec le biveau *de lit & de doële*, pour placer ſur les deux ſeconds paremens les panneaux de lit, & l'ayant tracé on abatra la pierre ſuivant leur contour, & ſur la tête dont ils donneront les joints. On appliquera le panneau mixte de tête pour y tracer les portions courbes des arcs devant & derriere, puis avec une cerche de la partie convexe de l'arc-droit, qui convient à la doële, on creuſera à la régle la partie concave de la doële, pour laquelle on avoit déja fait un parement plat.

Remarque ſur les Portes Biaiſes & en Talud.

QUOIQUE les tableaux des portes biaiſes & en talud ſoient parfaitement aplomb, l'inclinaiſon oblique de leurs arêtes avec la face les fait paroître pancher, à moins qu'on ne les regarde d'un peu loin, lorſqu'on eſt placé dans le milieu de la direction du biais.

D'OU ſuit naturellement un raiſonnement contraire à celui de DAVILER, qui faiſant mention de ces piedroits en ſurplomb, dont parle le Vitruve, uſitez par les Anciens, comme on voit encore au Temple de la Sibile à Tivoli, & par quelques modernes, comme par Julien Sangallo en deux endroits du Palais Farneſe, & par Vignole à celui de la Chancelerie à Rome, conclud que *ſi cette maniere de Porte étoit ſupportable, ce ſeroit plutôt dans les murs en Talud d'une Citadelle qu'à la face d'un bâtiment d'Architecture civile; parce que les piedroits ſont diſpoſez à arbouter contre la Platebande.* Il eſt viſible au contraire que les arêtes de face en talud ou les piedroits aplomb paroiſſent déja ſe rétreſſir vers le haut, par le ſeul effet de la perſpective, qui reſſerre les objets paralleles à meſure qu'ils s'éloignent; ce ſeroit donc augmenter cette apparence, que d'y ajouter un ſurplomb aux piedroits; par conſéquent augmenter la difformité. Voyez la fig 78.

COROLLAIRE.

Des Berceaux Biais & en Talud à deux Faces obliques, qui font un Angle Saillant ou Rentrant.

En Termes de l'Art.

Porte ſur le Coin ou dans l'Angle en Talud.

La conſtruction que nous avons donné ci-devant de la porte ſur le *coin*, ou dans *l'angle* ſans talud, en prenant chacun de ſes faces pour une moitié de berceau biais, ſeroit une ſuffiſante introduction pour celle qui a du talud, s'il n'y avoit quelques nouvelles difficultez à celle-ci de plus qu'à l'autre.

Premierement à cauſe de l'obliquité de l'arc-droit du berceau biais & en talud, dont l'arc de face eſt circulaire, on ne peut répeter la conſtruction précedente pour chaque face de la porte, ſans que la voute faſſe un pli à la doële vers la clef. La raiſon eſt que l'arc-droit ſeroit compoſé de deux moitiez d'Ellipſes, couchées en façon d'arc rampant RYM, dont la rencontre feroit un angle en M, comme les voutes Gotiques *en tiers point*. *Fig.* 77.

Secondement, il s'en ſuivroit une grande inégalité de diviſion dans les têtes des vouſſoirs, qui ſe reſſereroient en approchant de la clef; car quoique l'arc de face d'un pan de la porte, telle que ſeroit GEC, ſoit diviſé également aux points 4, 3, &c. il eſt viſible que les projections des joints de lit, qui en réſultent, s'écartent de l'impoſte BR, à meſure qu'ils approchent de la clef ſuivant l'inclinaiſon de l'arc-droit RYM; de ſorte que la clef ſe trouve rétreſſie de chaque côté de la diſtance MS, qui eſt la difference du milieu M, entre les deux impoſtes, & du milieu S de la clef de l'arc-droit DSR. Ainſi elle eſt moins large que le vouſſoir attenant, de deux fois l'intervale MS.

Troiſiémement, ſi pour éviter le pli de la doële à la clef, on laiſſoit l'arc-droit rampant comme dans le biais en talud, il réſulteroit une autre difformité ſur les faces de la porte ſur le coin, en ce que l'une feroit en plein ceintre, par exemple, GEC, dont la projection eſt GeC & le demi-diametre GC, & l'autre dont le demi-diametre ſeroit C*q*, deviendroit ſurhauſſée & beaucoup plus étroite dans le raport de CB *a* C*q*.

Pour remedier à ces trois inconvéniens on prend pour ceintre pri- *Fig.* 80.

mitif l'arc-droit DHR, qu'on peut faire circulaire ou Elliptique, comme on le juge à propos, ayant égard à l'effet qu'il doit produire pour les ceintres ſécondaires des faces LA & A*l*, qui deviendront plus ou moins ſurbaiſſez, ſi l'arc-droit eſt en plein ceintre, ſuivant le plus ou le moins d'obliquité des faces AL & A*l* ſur l'axe AC, enſuite on operera de la même maniere que nous l'avons dit ci-devant pour les reculemens, que donne le talud aux diviſions de la face ſur les demi-diametres des ceintres LA & *l*A, de la droite & de la gauche.

Ayant fait une perpendiculaire E*e* ou T^{a} *g* ſur la face LA prolongée, s'il le faut, on y portera ſur une perpendiculaire T^{a} *e*^{a} les reculemens du profil 1 *f a*, 2 *f* V, *b k*, TB en 1^{a} 2^{a} *b*^{a} *g*, par où on tirera des paralleles à LA, qui couperont les projections des joints de lit aux points 1^{t} 2^{t} N & E, par leſquels & par le point A on tirera les projections de joints de tête 1^{t} 5^{t}, 2^{t} 6^{t}., &c. en un mot on fera chaque moitié de la porte ſur le coin, comme la moitié d'une porte biaiſe en talud, dont l'arc-droit eſt le ceintre primitif.

Il reſte à former les arcs de face briſée L 6 *e*, *l* 7 *e*.

Par les points de projection 1^{t} 2^{t} N trouvez, comme nous venons de le dire, on menera des perpendiculaires à la baſe LA, qui la traverſent, comme N*n* E*e*, 2^{t} 2, 6^{t} 6, 1^{t} 1, ſur chacune deſquelles on portera la longueur qui lui convient, priſe au profil du talud T *a* L^{a}, par exemple *ab* en *zn*, *a*T en *ye*, *a*2 *f* en *z*2, &c. & par tous ces points Q 1 2 *n* on tracera une portion d'Ellipſe, qui ſera l'élevation de l'arête de la doële à l'arc de face, on fera de même pour l'extrados.

On pourroit auſſi tracer ces quarts d'Ellipſe par les Probl. VIII. & V. & VII. du 2e Livre par le moyen des diametres conjuguez LO pour l'extrados avec le demi-diametre AE doublé, & QU pour la doële avec le double de AN; car quoique les faces ſoient égales entr'elles, & d'une régularité apparente, ce ſont cependant des moitiez d'un arc rampant, ou plutôt couché en façon de rampant, comme il eſt viſible en jettant les yeux ſur la demi-Ellipſe QN*u* de la doële, ou LEO de l'extrados d'une face de berceau biais & en talud, qui ne ſeroit pas recoupé par un pan A*l* ou A*q*, ce qui paroît encore en tirant du centre A la ligne A*e* à l'extrados; parce que l'on voit que l'angle L A *e*, du demi-diametre LA, & A*e* du quart d'Ellipſe L 5 *e* eſt aigu.

La projection LEA & l'élevation L 5 *e* de l'arc de face étant donnez pour chaque pan de la porte ſur le coin, il eſt aiſé d'en faire les panneaux de lit & de doële, comme d'un ſimple berceau biais & en talud.

La

La ſeule difference qu'on y remarquera eſt la figure de la clef, qui ſera telle qu'on la voit dans le deſſein en perſpective, où il eſt écrit *Clef*, qui eſt compoſée de huit ſurfaces, ſçavoir de deux faces, qui ſont un angle ſaillant en talud, deux qui ſont un angle rentrant aplomb, deux qui ſont inclinées en coupe pour les lits, une concave pour la doële & une convexe pour l'extrados, ſi la porte étoit extradoſſée, ce qui n'arrive gueres; car on termine plutôt le deſſus par un lit de niveau pour la ſuite des aſſiſes au deſſus de la porte.

Il eſt évident que tous ce que nous venons de dire du trait de la porte ſur le coin peut s'appliquer à celui de la porte *dans l'angle*, il n'y a qu'à renverſer la projection horiſontale de la face QNA de la doële en IXC^d, de même celle de l'extrados pour faire le talud dans l'angle rentrant, au lieu qu'on l'avoit fait ci-devant ſur le ſaillant, ce qui ne change en rien les panneaux de doële & de lit, ni les biveaux, qui ſont ſeulement tournez en ſens contraire.

Ces ſortes de portes ſont ſi rares dans l'exécution, qu'il n'eſt pas néceſſaire de s'arrêter à un plus grand détail; il ſuffit de jetter les yeux ſur la fig. 82. pour en voir l'effet.

Pour *l'explication du Trait*, il ſuffira de dire, que l'on doit ſe repréſenter les arcs de face de chaque pan de la porte, comme mobiles ſur leur baſe LA, autour de laquelle faiſant plus d'un quart de révolution, comme ſur un axe horiſontal, les points *e* & *e*° qui ſont en bas dans la figure ſéparez & écartez ſe réuniront en un ſeul E, au deſſus de la ligne LA en l'air, à la hauteur du demi-diametre CH du ceintre primitif, qui eſt ici l'arc-droit DHR, & leurs demi-diametres *e*A *e*°A, qui ſont en deux plans ſe réuniront dans l'arête de rencontre, dont la ligne AE eſt la projection horiſontale.

Quatriéme Cas des Berceaux, lorſqu'ils ſont inclinez à l'horiſon.

Probleme. XII.

Faire un Berceau de face plane en ſituation quelconque, dont l'axe ſoit incliné à l'horiſon.

En Termes de l'Art.

Faire toutes ſortes de Berceaux en Deſcente.

Nous ne mettons à part les Berceaux en *deſcente*, que pour ne pas ſurcharger le Problême précedent d'un trop grand nombre de cas;

car l'inclinaiſon de l'arc d'un berceau n'étant qu'un accident de corps cylindrique, conſideré comme ayant une certaine ſituation à l'égard de l'horiſon, ne change en rien la figure, elle ne fait que donner un nouveau nom au berceau ſimplement *biais*, qui ne ſignifie aucune nouvelle proprieté particuliere à la voute, conſiderée en elle même à l'égard de ſes parties; mais ſeulement un changement de leur ſituation à l'égard de l'horiſon.

Pour faire ſentir cette vérité nous pouvons reprendre l'exemple de notre berceau *biais par tête*, de la fig. 75.

Si l'on fait tourner ce berceau comme un cylindre de baſe oblique à ſon axe, en ſens contraire du mouvement que nous lui avons ſuppoſé au-tour de cet axe, pour former une face en talud, par exemple de E vers B, au lieu que nous l'avons fait tourner de B vers E, il eſt évident que par la révolution d'un quart de ſa circonference la baſe ou face, qui étoit en talud, ſe couchera en ſurplomb, qui eſt la ſituation oppoſée, & alors ſi on incline le cylindre ſuivant ſon axe, ſans changer de ſituation à l'égard des côtez, enſorte que la face qui étoit en ſurplomb ſe redreſſe en ſituation verticale, le cylindre aura pris la figure d'un berceau en *deſcente Droite*.

2.° Si on incline encore davantage l'axe, alors la face devenant inclinée au plan vertical on repréſentera la figure d'un berceau en *deſcente Droite & en talud*.

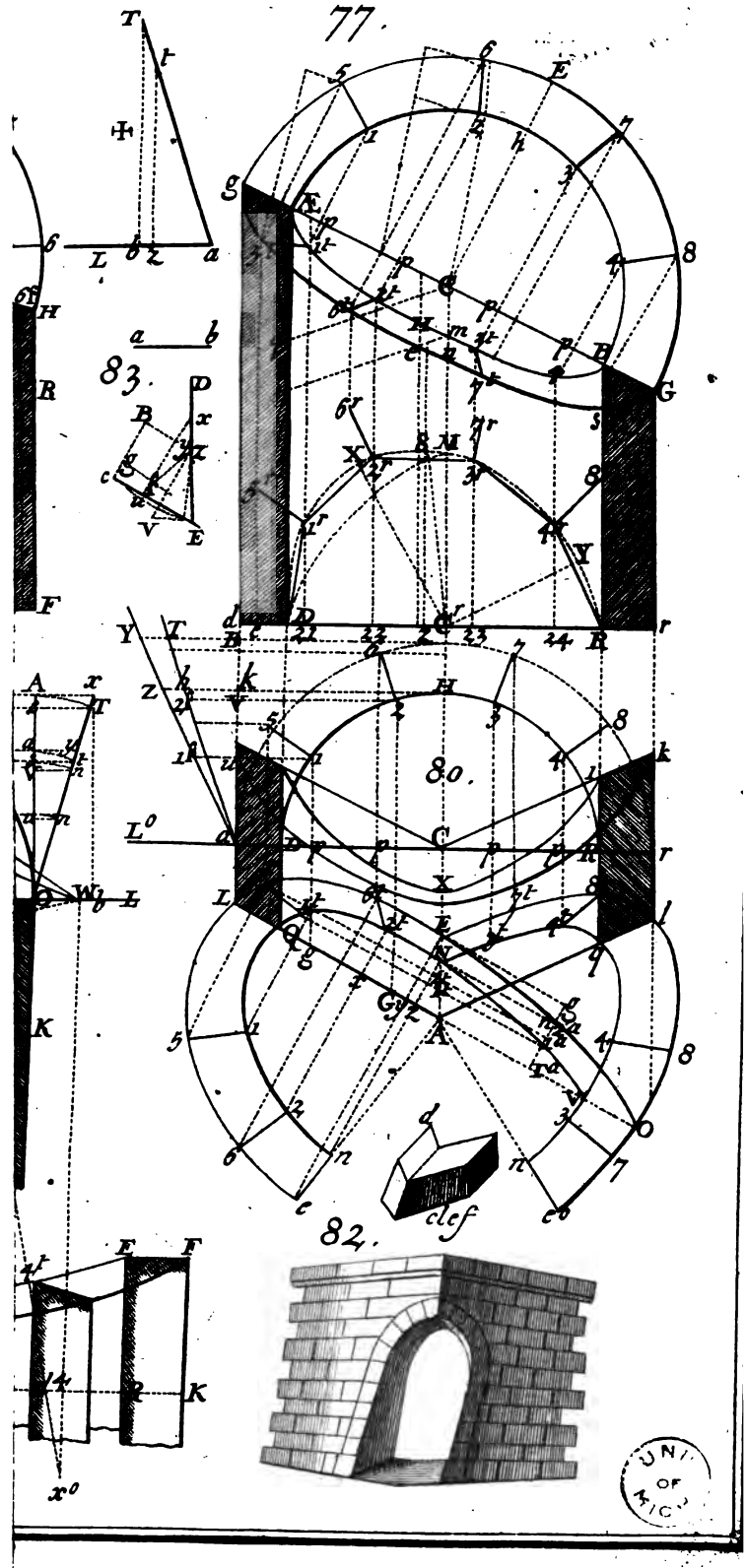
3.° Si tenant l'axe du cylindre incliné on le tourne un peu ſur un côté, enſorte que la baſe ſoit encore verticale, on aura l'image d'un berceau en *deſcente biaiſe ſans talud*.

Enfin ſi dans la même ſituation, on incline encore un peu l'axe, enſorte que la face biaiſe ſe couche à l'égard du plan vertical, on aura la figure d'une *deſcente biaiſe & en talud*.

Corollaire.

D'ou il ſuit qu'il n'y a rien à conſiderer dans les deſcentes de plus que dans les berceaux biais, que l'inclinaiſon du plan paſſant par ſon axe, & par ſes impoſtes, que Desargues a nommé *plan de chemin*, & les Architectes ordinaires *plan ſuivant la Rampe*.

Or comme cette inclinaiſon ne change en rien la figure de ce plan, dont on connoît les côtez, il ſuit qu'on peut faire toute ſorte de deſcentes, par les mêmes moyens qu'on fait les Traits des berceaux biais



UNI OF MIC

horiſontaux, il n'y a qu'à faire une ſuppoſition que le plan ſuivant la rampe eſt horiſontal, & agir en conſéquence comme nous allons faire.

AVERTISSEMENT.

Nous devons avertir le Lecteur, que nous ne conſiderons ici les Deſcentes, que comme terminées par des faces planes, dont nous appellons l'inférieure *face de montée*, & la ſupérieure *face de deſcente*, ſans entrer dans aucun des cas où elles rencontrent d'autres voutes de même, ou de differente eſpece, en quoi nous ne ſuivons pas l'exemple des Auteurs qui ont traité de cette matiere, pour ne pas compliquer deux choſes très diſtinctes, qui n'ont point de connexité néceſſaire; notre raiſon eſt, premierement, pour ne pas embroüiller les Traits. Secondement, pour ne nous pas écarter de l'ordre que nous nous ſommes propoſé de traiter des voutes ſimples, avant que d'aller à la compoſition de la rencontre de deux ou pluſieurs, ce que nous remettons à la ſeconde partie de ce Livre, qui fait le troiſiéme Tome.

Premiere Eſpece de Berceaux inclinez à l'Horiſon.

En Termes de l'Art.

Des Deſcentes Droites.

On appelle *Deſcente Droite* tout berceau incliné à l'horiſon, dont la direction de la face eſt perpendiculaire à celle du berceau, conſideré ſuivant la direction horiſontale de ſon axe; c'eſt-à-dire, ſuivant ſa projection horiſontale. D'où il ſuit qu'il peut y avoir de deux ſortes de deſcentes Droites, l'une dont la face eſt aplomb, & l'autre dont la face eſt en talud ou en ſurplomb.

PREMIER CAS.

Deſcente Droite par Devant & par Derriere.

Soit [*Fig.* 84.] le parallelograme ROA'B de la moitié du plan horiſontal d'une deſcente droite, laquelle ſuffit, puiſque l'autre moitié lui eſt parfaitement égale. *Fig.* 84.

Soit OC la hauteur dont le berceau s'éleve par un bout au deſſus de l'horiſon RO, & RC *la ligne de Rampe.*

Du point C pour centre, & pour rayon R *b* moitié de la largeur horiſontale du berceau à la doële, ſi on veut le faire en plein-cein-

tre, on décrira le quart de cercle $b1a$ pour moitié du ceintre primitif, qui ſe terminera en b ſur OC prolongée, & en a ſur CA parallele à RO, & on lui fera le ceintre concentrique d'extrados, ſi l'on veut, H5A. On diviſera cette moitié de ceintre en ſes vouſſoirs, par exemple, ici pour 5 en deux & demi aux points 1, 2, b, par leſquels, du centre C, on tirera les joints de tête 1·5, 2·6.

Par les mêmes points 1 & 2 on menera des paralleles à OR, comme $2f$, $1g$, qui couperont la verticale OH aux points f & g, par leſquels & par les points b & H on tirera des paralleles à la ligne de rampe RC, comme HE, be, fF, gG, qui couperont la verticale RE aux points E, e, F, G, & le profil de la voute ſera fait.

Il faut préſentement tranſpoſer le plan horiſontal ROA'B ſuivant la rampe RC, ce qui n'en change pas la figure, mais ſeulement un peu la longueur, pour laquelle on prend RC au lieu de RO.

Par les points R & C ayant tiré deux perpendiculaires à la rampe RC, on prendra ſur ces lignes les largeurs du plan horiſontal Rb & RB, & l'on tirera les lignes b a', B' A', qui formeront le plan ſuivant la rampe, ſuivant lequel nous devons operer, comme s'il étoit horiſontal, pour trouver les longueurs & les diſtances des projections des joints de lit, leſquelles donnent les moyens de tailler les vouſſoirs par équariſſement ou par panneau, ce qui réduira cette deſcente droite à une autre eſpece, dont l'énoncé eſt celui-ci.

Berceau horiſontal Droit ſur ſa direction, en Surplomb par devant, & en Talud par derriere.

Par les points 1 & 2 ayant abaiſſé des perpendiculaires ſur CA, qui la couperont en k & i, on portera la longueur Ck en Cp^2 & Ci en Cp^1, & par les points p^1 p^2 on menera des paralleles à RC, prolongées indéfiniment de part & d'autre, qui feront les projections des joints de lit ſur le plan de rampe.

Ensuite par les point f & g du ſurplomb CH, on menera des perpendiculaires à RC, qui rencontreront les projections des joints de lit correſpondans, prolongez aux points 2' & 1', & la ligne de rampe, qui eſt le milieu de la clef en b', la courbe menée par ces points b' 2' 1' a, ſera la projection de l'arête de la doële, avec l'arc de face qui avance par le ſurplomb au delà de ſa baſe Ca'.

On tracera de même la Courbe de l'arête de l'extrados & de la face, ſi on en a beſoin, mais on pourra s'en paſſer comme nous le dirons ci-après.

Par la même maniere on trouvera ſur le plan de rampe le reculement de l'arête de doële avec la face de montée au bas de la deſcente, que nous conſiderons au contraire de la premiere comme en talud. Il ne s'agit que de tirer par les points *e*FG des perpendiculaires ſur RC, prolongées juſqu'à ce qu'elles rencontrent les projections des joints de lits, correſpondans à ceux du profil; ainſi celle qu'on tirera par F, qui provient du point 2 du ceintre de face, coupera la projection, qui vient du même point au point f', & cellequ'on menera par G, qui provient du point 1, donnera ſur $P^1 g'$ le point g', la courbe $c, f^2 g' b'$ ſera la projection du reculement du talud.

Il faut preſentement former l'arc-droit de la deſcente, lequel ſera ſurbaiſſé, ſi le ceintre de face eſt en plein ceintre, dans le raport des lignes C*b* à C*d*, qui eſt le même que celui de la rampe à ſa projection horiſontale; car à cauſe des paralleles RC, *e b* l'angle OCR eſt égal à C*be*, les angles en *d* & en O ſont droits; donc C*b*: C*d*:: CR: RO :: C*g*: C*u* :: C*f*: C*t*; ainſi prenant une perpendiculaire à RC où l'on voudra, comme en *e*C, on a toutes les hauteurs des joints, il n'y a qu'à porter ſur la baſe & ſur ſes paralleles, les largeurs horiſontales, qui ſont conſtantes & égales dans l'arc de face & dans *l'arc-droit*.

On portera donc la longueur Ca' en C$_r a_r$, Cp^2 en U 1^r, Cp^2 en T 2^r; le quart d'Ellipſe mené par les points $e\ 2_r\ 1^r\ a_r$ ſera l'arc-droit qu'on cherche.

Il ne reſte plus à préſent qu'à faire le dévelopement de la doële pour en avoir les panneaux en doële plate.

Par les points F, G, R, on tirera des perpendiculaires à RC vers a^d ſur Ra^d, on portera de ſuite les cordes de l'arc-droit $a'\ 1^r$, $1^r\ 2_r$, &c. nous en avons mis ici la moitié à commencer au point *m* pris à volonté, ce qui a donné les points n^2, n^2, a^d, par leſquels on tirera des perpendiculaires à Ra^d, leſquelles ſeront coupées par les paralleles, qui paſſent par les points F & G aux points $1^d\ 2^d$.

Les deux angles P$a^d\ 1d$, $a^d\ 1^d n^2$ formeront la tête du premier panneau de doële de face de devant, & leurs ſuplémens Q$a^d\ 1_d$, $a^d\ 1^d a$ formeront la tête du premier panneau de doële plate de la face de derriere, qui eſt conſiderée comme en talud d'un angle égal au ſurplomb de la premiere.

Les panneauy de doële étant faits, on fera ceux de lit par le moyen de l'extrados H5A, ou en prenant à volonté une longueur de joint comme 2·6 ou 1·5 plus ou moins, par exemple, pour celui-ci on menera par le point 5 une perpendiculaire à CH, qu'elle coupera en *x*,

par où on menera xY parallele à EH, & qu'on reproduira depuis le point Y par un retour d'équerre en Yy; puis ayant pris avec le compas la longueur du joint de tête 1'5, on poſera une de ces pointes au point I', & l'on fera de l'autre un arc, qui coupera la ligne Yy au point y, par lequel ſi l'on mene y' parallele à la rampe RC, on aura les têtes des deux panneaux de lit pour les faces de montée & de deſcente, ſçavoir pour la premiere Sy 1'u, & ſon complément z y 1'x^{1} pour la deſcente.

Pour s'épargner la peine de faire les panneaux de lit on peut ſe ſervir du biveau de doële plate & de tête, qu'on trouvera ſuivant notre méthode generale, dont voici l'application à la figure précedente pour le ſecond vouſſoir.

Par le point 1, baſe de ce vouſſoir on menera l'horiſontale 1L, qui coupera le joint de lit du profil ſupérieur fF au point L; par le point 2 ſommet de ce vouſſoir on tirera 2x^{1} perpendiculaire à la corde 21, qui coupera 1L au point x^{1}, par où on tirera la perpendiculaire x^{1}S, qu'on fera égale à x^{1}L, enſuite ayant porté la longueur x^{1} 2 en x^{1} y^{1}. On tirera du point S la ligne Sy^{1}, qui formera avec x^{1}L l'angle Sy^{1}L, qui eſt celui du biveau qu'on cherche, & le trait ſera fait.

Application du Trait ſur la Pierre.

Ayant dreſſé un parement deſtiné à ſervir de doële plate on y appliquera le panneau qui lui convient, pour y en tracer exactement le contour. Enſuite avec le biveau de *doële & de lit* pris ſur l'arc-droit à l'ordinaire, comme a 1' 5'' pour le premier vouſſoir, ou 1' 2' 6'' pour le ſecond, on abatra la pierre en ſurface plate pour y appliquer le panneau de lit qui lui convient, lequel étant tracé donnera les joints de tête, ſuivant leſquels on abatra la pierre en ſurface plane pour y poſer le panneau de l'arc de face.

Ou ſans ſe ſervir de panneaux de lit, après avoir tracé la doële plate on abatra la pierre ſuivant le biveau de doële & de tête, qu'on fera comme il a été dit au berceau en talud & en ſurplomb, pour tracer la tête ſuivant ſon panneau, & par le moyen des lignes de joint de tête & de joint de lit, on peut former la ſurface plane, qui fait le lit par le Probl. I. comme nous l'avons tant de fois répeté, ce qui eſt exprimé par la fig. 85.

Il faut remarquer que par le ſeul profil joint à l'arc de face avec ſes aplombs & l'arc-droit, on peut trouver tous les panneaux ſans le ſecours d'aucun plan ni de l'horiſontal, qui ne peut donner ici au-

cune meſure, ni de celui de rampe, qui n'en donne pas de nouvelles qu'on ne trouve au profil.

I.° Les longueurs des joints de lit ſont données au profil. 2.° Leurs intervales de la doële à l'extrados ſont donnez à l'arc de face par la longueur des joints de tête. 3°. Leur obliquité, c'eſt-à-dire, celle de leurs côtez paralleles eſt donnée par les perpendiculaires ſur RC, comme Yz donne la longueur Gz, qui eſt la difference de la tête en rectangle, comme elle ſeroit ſi le berceau étoit droit.

Ainsi les longueurs des joints de lit, leur intervale à la doële ſur l'arc-droit, & leur difference d'avance par les perpendiculaires, comme Rr pour l'obliquité RGr étant donnez, on peut former les panneaux de doële. Enfin les panneaux de tête ſont donnez à l'arc de face; donc on peut ſe paſſer de tout *Plan*, moyenant le profil; mais pour rendre le Trait plus ſuivi & plus ſenſible, il convient de faire le plan horiſontal; parce qu'il ſert de guide pour empêcher qu'on ne ſe trompe.

Le principal uſage du plan de rampe RB' A' C ſuppoſé horiſontal, quoiqu'il ne le ſoit pas, eſt pour tailler les vouſſoirs des berceaux en deſcente, par voye d'équarriſſement, comme il eſt aiſé de le voir; puiſque ce plan de rampe eſt le même à l'égard de la voute, que le plan horiſontal à l'égard d'un berceau de niveau, dont les faces ſeroient en talud & en ſurplomb.

Second Cas des Deſcentes Droites.

Deſcente Droite mais en Talud par devant & Aplomb par derriere.

Soit [*Fig.* 86.] le parallelograme ROA'B la moitié du plan horiſontal d'un berceau en deſcente, dont RC eſt la ligne de rampe, & OC la hauteur ſur l'horiſon. Soit CT le profil de la face inclinée, ſuivant l'angle du talud donné LCT; on fera CA perpendiculaire ſur CT, & du point C pour centre, on décrira pour moitié du ceintre de face de deſcente un quart de cercle, ſi on le veut en plein ceintre, ou un quart d'Ellipſe, ſi on le veut ſurhauſſé ou ſurbaiſſé; nous le ſuppoſerons ici circulaire A12t à la doële, A5T pour l'extrados, & diviſé en ſes vouſſoirs aux points 1, 2, c'eſt-à-dire, en deux parties & demie pour cinq vouſſoirs au demi cercle. *Fig.* 86.

Par les points 1 & 2 on menera des perpendiculaires à CT, qui la couperont aux points f' g', & par les points T, t, f', g, on me-

nera des paralleles à la ligne de rampe RC, qui couperont la verticale BH aux points Hb, F & G, par lesquels on menera des parallele à l'horisontale OR, comme G 1e, F 2e, qu'on fera égales à celles de l'arc de face f^r 2, g^r 1, Ca, leurs extremitez donneront les points b^e 1^e $2^e b$, par lesquels on tracera le quart d'Ellipse surhaussé, qui est la moitié du ceintre de face de montée, à laquelle l'autre moitié est égale.

Il reste à présent à former le ceintre de l'arc-droit, qui doit être surbaissé à l'égard du ceintre de face dans le raport des rayons CT à CD, dont la difference n'est pas grande dans cet exemple.

Ayant tiré une perpendiculaire à la ligne RC, où l'on voudra, comme bC^r, on portera la longueur du rayon de l'arc de face Ca en C$^r a^r$, sa parallele g^s 1 en n 1^r, sur le joint de lit Gg^s, & f^r 2 sur n 2^r, & par les points b 2^r 1^r a^r on tracera la demi-Ellipse surbaissée, qui sera le contour de l'arc-droit.

On a donc trois ceintres differens, sçavoir celui de la face de descente circulaire, celui de l'arc-droit surbaissé, & celui de face de montée surhaussé, lesquels avec le profil de coupe par le milieu de la voute TR, suffiroient pour trouver tous les panneaux nécessaires pour tailler les voussoirs, comme nous l'avons dit pour la descente droite précedente, sans qu'il soit nécessaire de faire aucune projection, ni sur le plan horisontal, qui ne peut donner aucune mesure, ni sur le plan de rampe, qui n'en donne point de nouvelle; puisque celle des longueurs des joints de lit sont dans leur juste mesure sur le profil.

Cependant comme ce plan sert à présenter à la vûë une projection du talud de la face de derriere, & du surplomb de la face antérieure, qui est cependant en talud à l'égard du plan horisontal RA^r, on fera bien de le faire de la même maniere que nous l'avons dit à l'exemple précedent avec les dévelopemens des panneaux de doële, ce que la figure montre sensiblement, sans qu'il soit nécessaire d'y ajouter une nouvelle explication, qui ne seroit qu'une répetition du premier cas de la descente droite; il faut seulement remarquer ici que quoique le rayon CA de l'arc de face en talud paroisse incliné à l'horison dans cette situation, il ne le sera du tout point en œuvre; car puisqu'il doit être perpendiculaire au plan de projection par l'axe TCR, & qu'il l'est, par la construction; au rayon CT; si l'on fait mouvoir le quart de cercle TA sur son rayon CT, le point A tombera sur C, qui sera alors la projection de toute la ligne CA, laquelle sera aussi perpendiculaire à la ligne de rampe RC; car si une ligne est perpen-

diculaire

diculaire à un plan, elle la ſera à toutes celles qu'on peut mener dans ce plan, qui paſſeront par le point C ; donc le rayon CA qui eſt ici incliné à l'horiſon, devient en œuvre horiſontal, & perpendiculaire à la direction horiſontale de la voute RO, ce qui conſtituë la nature des deſcentes Droites.

Explication démonſtrative des deux cas précedens.

Premierement, nous ne faiſons aucun uſage de la projection horiſontale dans les deſcentes, par la raiſon que nous avons donné touchant cette eſpece de repréſentation, qu'elle racourciſſoit tous les objets qui n'étoient pas paralleles au plan de deſcription, & comme la rampe RC eſt plus longue que le niveau RO, il ſuit que tous les joints de lit qu'on pourroit tracer dans le plan horiſontal ſeroient trop courts dans le raport de RO à RC.

Pour ſuppléer aux meſures que l'on trouve ordinairement dans la projection horiſontale, on a recours à la projection verticale, faite ſur un plan vertical par l'axe, ou parallele à la direction de la voute; ainſi tous les joints de lit de la repréſentation étant paralleles à ceux de la réalité dans la voute, ſont tracez dans leur juſte meſure, & leurs avances ou reculemens les uns ſur les autres à l'égard de la ligne de rampe RC, étant déſignées par des perpendiculaires Yz & Gr ſur la ligne RC, donnent des triangles rectangles YGz, GRr, qui ſont les excès ou les défauts dont les ſurfaces planes des lits & des doëles plates ſurpaſſent des parallelogrames rectangles, qui ſeroient des figures convenables à un berceau Droit de niveau; c'eſt pour quoi on a mené des perpendiculaires à RC par les points FYG, qu'on a prolongé indéfiniment vers B^a & vers a^a pour avoir les reculemens ou les avances des têtes des panneaux; & parce que dans les triangles, dont nous venons de parler, il y a deux côtez racourcis par la projection verticale, qui ſont la repréſentation des lignes inclinées au plan vertical; on eſt allé chercher la longueur d'un de ces côtez, comme Gr ſur $1^r a^r$ de l'arc-droit, qui eſt parallele à ce côté, quoique dans la figure il ne le ſoit pas, parce qu'on ne le doit exprimer que ſur un plan qui ne ſoit pas racourci.

C'est pourquoi l'arc-droit $e\,1^r a^r$, & l'arc de face H5A ne ſont pas dans leur ſituation naturelle à l'égard du profil; il faut les imaginer ſe mouvoir en tournant ſur leurs rayons, qui ſont dans le plan du profil CH & Ce juſqu'à ce qu'ils deviennent perpendiculaires à ce plan RH. *Fig.* 84.

A l'égard de l'uſage que nous faiſons du plan de rampe comme d'un plan horiſontal, nous en avons déja rendu raiſon, en expliquant

les differentes poſitions d'un cylindre oblique ſur ſa baſe, il ſuffit de remarquer qu'il nous ſert à trouver les courbes Elliptiques, ou ſeulement leurs moitiez; puiſque ces ſortes de berceaux ne varient pas dans leurs côtez, qui ſont les projections inclinées des têtes de la voute, ſçavoir b' 2' 1', 1' a' pour la partie de deſcente, qu'on conſidere comme en ſurplomb, quoique dans ſa vraye ſituation elle ſoit verticale, & C' f' g' b' pour la montée, qui eſt conſiderée comme en talud à l'égard du plan de rampe RC.

Les arcs de cercle AA', aa', $1p^1$, kp^2 ſont voir le rapport des retombées des points 1 & 2, ſur le rayon CA, avec la tête du plan incliné CA'.

Uſage du Trait par équarriſſement.

On peut, comme je l'ai déja remarqué, ſe paſſer de ce plan & de ces projections; mais outre qu'elles font prévoir l'effet des panneaux de doële dans leur ſuite naturelle, c'eſt que ce genre de projection inclinée peut ſervir à *tailler la pierre par Equarriſſement*; ſi l'on ne veut pas ſe ſervir de panneaux, on prendra les longueurs des vouſſoirs ſur ce plan RA', les obliquitez des têtes par les biveaux de rampe RCH, & les panneaux de tête, comme, par exemple, pour le ſecond vouſſoir en 5 1 q 2 6, ou en panneau ou avec des biveaux mixtes 5 1 2, ou des biveaux d'aplomb, comme q 2 6, tenant les branches paralleles au plan de la face.

Fig. 84.

Seconde eſpece de Berceaux inclinez à l'Horiſon, dont les faces ſont obliques à leur direction horiſontale.

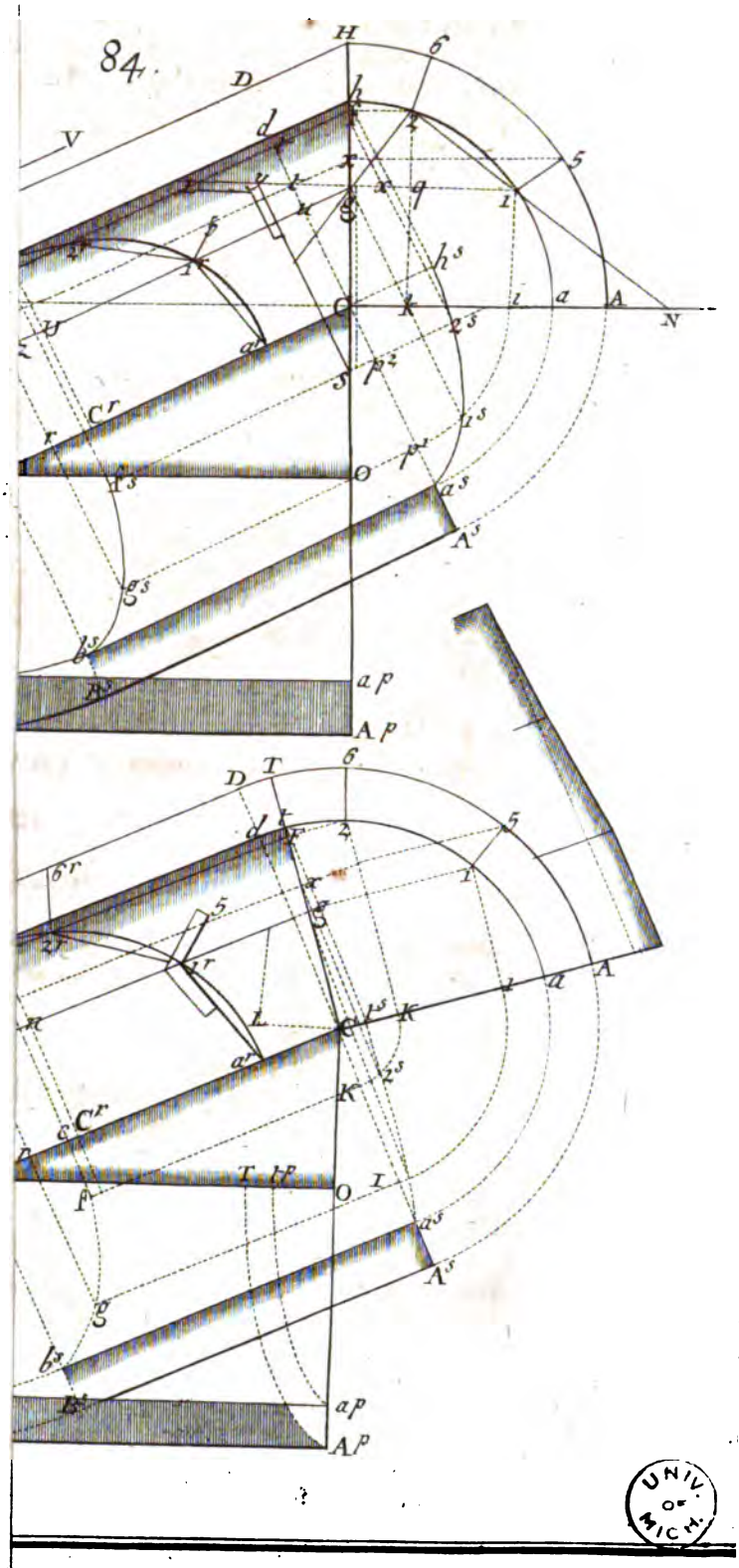
En termes de l'Art.

Des Deſcentes Biaiſes.

Nous faiſons encore deux claſſes des deſcentes biaiſes, l'une de celles dont la face eſt aplomb, l'autre de celles dont la face eſt en talud.

Il faut ſe rappeller ici ce que nous avons dit du changement de poſition d'un cylindre oblique, laquelle peut le rendre ſemblable à toutes ſortes de biais & deſcente, quoiqu'il demeure toujours le même dans la figure intrinſéque; cela ſuppoſé:

La *Deſcente Biaiſe* eſt un berceau dans lequel il faut conſiderer trois ſortes d'obliquitez, dont deux viennent de la poſition de ſa face; ſçavoir, 1.° celle de la face ſur la direction horiſontale du berceau, laquelle eſt comme au berceau horiſontal, ſimplement biais par tête.


84.
H
6
D
V
h
d
x
y
z
t
s
q
r
f
k
g
h s
O
K
i
a
A
N
U
a²
b²
C r
f³
a s
A s
g s
b s
B s
a p
A p
T
L
C
F
E
a r
b p
T b p
I
B

UNIV. OF MICH.

2.° Celle de la même face ſur l'axe du cylindre, laquelle lui eſt commune avec le berceau horiſontal en talud.

3.° Celle de l'inclinaiſon de l'axe à l'horiſon, qui lui eſt commune avec la deſcente droite.

Si l'on raſſemble l'effet de chacune de ces ſortes de poſitions de face, on connoîtra d'abord celui qui doit réſulter de celle-ci, pour la formation des panneaux, & pour l'eſpece de projection, ſur laquelle il faut en prendre les meſures.

Premierement, que de même que dans le ſimple biais horiſontal, les panneaux de doële & de lit s'alongent au-delà de l'arc-droit en deſcendant d'un côté de la clef, & ſe racourciſſent de l'autre.

Secondement, que de même qu'au berceau horiſontal en talud, mais en ſens contraire que produiroit le ſurplomb, la tête du panneau de lit, qui paſſeroit par le milieu de la clef, n'eſt pas un rectangle, mais elle ſe racourcit à la doële autant que celle en talud ſe racourcit à l'extrados, & à toutes les autres têtes à proportion.

Troiſiémement, que de même qu'à la deſcente droite on ne doit meſurer la longueur des joints de lit, de doële, ou d'extrados que ſur la projection verticale, c'eſt-à-dire, ſur le profil ou *Coupe* ſuivant la direction.

Il faut de plus remarquer une irrégularité inévitable dans les deſcentes biaiſes, qui arrive ou dans l'arc-droit ou dans l'arc de face. C'eſt que l'un des deux arcs, ou celui de face ou l'arc-droit deviennent rampans, c'eſt encore une ſuite de la conformité qu'elles ont avec les berceaux biais & en talud, où dans certaines circonſtances l'arc-droit devient incliné, comme rampant, ſi l'arc de face eſt circulaire; ici à cauſe de l'inclinaiſon de l'axe du berceau, non ſeulement l'un ou l'autre de ces arcs devient rampant par la figure, c'eſt-à-dire, par l'inclinaiſon des ordonnées à ſon diametre, mais encore par la difference du niveau de ſes impoſtes, dont l'une eſt plus élevée que l'autre au deſſus de l'horiſon.

Pour expoſer ſenſiblement la mutuelle dépendance des ceintres, qui entrainent une eſpece d'irrégularité dans l'un des deux d'une deſcente biaiſe, lorſque l'on en fait un de contour circulaire, nous avons repréſenté en maniere de perſpective deux bouts de cylindre, à la fig. 87. & fig. 88. inclinez à l'horiſon ſuivant une pante RM ou R*m*, dont *om* exprime la hauteur, & RO la baſe horiſontale. Plan. 40. *Fig.* 87. & 88.

Soit le parallelograme vertical H×CS, qui coupe la moitié du cylindre juſqu'à ſon axe C×, & le trapeze LMRE la ſection du cylindre *Fig.* 87.

par l'axe ſuivant la ligne de rampe RM, & perpendiculairement au plan vertical H xCS, dans laquelle ſection la ligne LM exprime l'obliquité de la baſe du cylindre LHM ſur ſa direction horiſontale OR, ou ſa parallele Ve, ou ſi l'on veut encore au plan vertical paſſant par l'axe xC, ce qui revient au même.

Dans cette ſituation, ſi l'on ſuppoſe le cylindre Droit, mais coupé obliquement par cette baſe LHM, on reconnoîtra que l'arc-droit, qui eſt la ſection LDK perpendiculaire à l'axe xC, eſt circulaire, & que ſon diametre LK eſt une ligne de niveau, parce qu'il eſt perpendiculaire au plan vertical Hx CS, c'eſt-à-dire, que les naiſſances de cet arc ſont de niveau.

Il n'en eſt pas de même de la ſection oblique LHM, car le point M, qui eſt dans la ligne de rampe RK prolongée, eſt autant élevé au deſſus de L qu'il eſt au deſſus de K, qui eſt de niveau avec le point L; donc les naiſſances L & M de l'arc LHM, ne ſont pas de niveau entr'elles; par conſéquent cet arc eſt de cette eſpece de ceintres irréguliers, que nous appellons Rampans.

Si l'on fait une application de cette figure à celle du berceau biais en deſcente, on reconnoîtra que ſi l'arc-droit a ſes impoſtes de niveau, l'arc de face les aura de differentes hauteurs.

Fig. 88. Par un raiſonnement inverſe [*Fig.* 88.] ſi au lieu de ſuppoſer un cylindre Droit, on ſuppoſe un cylindre ſcalene, dont la baſe *d*H*m* eſt circulaire, mais oblique au plan vertical SHC*c*, la ſection *d s k*, faite par un plan perpendiculaire à l'axe C*c* ſera une Ellipſe, dont les naiſſances *d* & *k*, qui ſont cependant dans les mêmes côtez du trapeze N*dm*R paſſant par l'axe, & par les naiſſances de niveau *d* & *m* de la baſe de cylindre, ſeront à des hauteurs inégales; car la naiſſance *k* ſera toujours au deſſous du point *m*, qui eſt de niveau avec *d*, comme à la ſection ſemblable *e* N S R, le point R de niveau avec *e* ſera au deſſous du point N; donc [par la ſuppoſition] *k* avec le point *d*.

Donc ſi l'arc de face d'une deſcente biaiſe eſt de niveau, l'arc-droit ſera rampant, & les naiſſances de la voute à droite & à gauche ſeront l'une haute l'autre baſſe, ce qui eſt une difformité ſouvent inſuportable.

D'ou il ſuit qu'on ne peut éviter un arc rampant ou à la face, ou à l'arc-Droit; c'eſt à l'Architecte à voir s'il doit préferer la régularité de la face d'entrée à celle du dedans, ou s'il doit jetter l'irrégularité ſur la face pour rendre les dedans de la voute plus beaux.

La même rélation des ceintres ſe trouve dans les deſcentes dont les

faces ſont en talud ; car la variation que cauſe le talud ne ſe fait pas aux impoſtes, mais à la clef, où le ſommet tombe un peu en arriere de ce qu'il auroit été, ſi la face avoit été élevée aplomb ; ainſi les inconvéniens des deſcentes biaiſes avec talud ou ſans talud ſont à peu près les mêmes, le ſeul changement que le talud peut y faire, c'eſt que rapprochant le ceintre de face de la ſituation de l'arc-droit, il occaſionne une moindre difference de contour. Cela ſuppoſé, nous allons donner les Traits des deſcentes biaiſes quelconques, ſuivant notre nouveau ſiſteme, qui ſupprime l'obliquité de la deſcente, en ſuppoſant le plan de rampe de niveau & les faces en talud ou en ſurplomb.

Premier cas des Deſcentes Biaiſes, lorſque les faces ſont aplomb.

On peut faire les deſcentes biaiſes, comme tous les autres berceaux biais de deux manieres, en choiſiſſant pour ceintre primitif l'arc de face ou l'arc-droit.

Premiere diſpoſition où l'arc-Droit eſt donné pour Ceintre primitif.

En Termes de l'Art.

Deſcente Biaiſe Rampante par devant & droite par derriere.

Soit [*Fig.* 89.] le trapeze ABDE, le plan horiſontal de l'intérieur de la voute en deſcente biaiſe, dont RM eſt la ligne de rampe, & OM celle de la hauteur totale des couſſinets. *Fig.* 89.

On commencera par faire le plan de rampe par le moyen de l'horiſontal donné, lequel étant trop court ne peut ſervir à prendre des meſures de longueur.

Par le point D du jambage le moins avancé, pris à la doële, ou ſi l'on veut K pour l'extrados, on tirera une perpendiculaire à la ligne RO, qu'on prolongera juſqu'à la rencontre de la rampe RM en F, d'où ſe retournant d'équerre ſur RM, on tirera F*k*, qu'on fera égale à la largeur RG du plan horiſontal, & l'on tirera M*k* pour diametre de la face, enſuite ayant fait *kg* parallele & égale à RG, on aura pour le plan de rampe le trapeze R M *kg* à l'extrados, ou *abde* à la doële.

PRESENTEMENT, ſur le diametre intérieur *a e* égal au donné AE, on décrira un demi-cercle *a b e*, ou une demi-Ellipſe ſurhauſſée ou ſurbaiſſée, telle qu'on la voudra pour ceintre primitif, qu'on diviſera en ſes vouſſoirs aux points 1, 2, *b*, 3, 4, par leſquels on menera autant de paralleles *p s*, *p s* à la ligne de rampe RM, indéfinies & prolongées un peu au-delà de M *k*, & la ligne du milieu *b* C juſqu'en RG, qu'elle coupera au point N.

POUR terminer ces paralleles qui doivent être des projections de lit ſur la Rampe, on menera par le point *a* de la doële la ligne *a n* parallele à RG, qui rencontrera CN au point *n*. On portera C *n* en C *t*, puis [par le Probl 7. du 2.e Livr.] on fera une demi-Ellipſe *a t e* avec les axes donnez *a e*, *n t*, laquelle coupera toutes les projections aux points 1' 2' 3' 4', où ſeront celles des diviſions de la face de montée ſur le plan de rampe, où elle produit l'effet du talud.

POUR avoir auſſi la projection de la face de deſcente ſur le même plan, on décrira une autre demi-Ellipſe *b s d* par le moyen des diametres conjuguez *b d* & *n t* [par le Probl. 8. du 2.e Liv.] faiſant entr'eux des angles égaux à ceux de la rampe RM, ou du milieu SN ſur RG, laquelle demi-Ellipſe *d s b*, coupera les projections des joints de lits aux points 1', 2', 3', 4', où ſeront celles des diviſions de la face en ſes vouſſoirs.

QUOIQUE nous ne cherchions ici que les avances des faces de deſcentes & les reculemens de celle de montée à la doële, il faut en faire autant par l'extrados pour s'en ſervir à former les panneaux de lit, comme il a été dit ci-devant à la page 165.

IL ne s'agit plus que d'en trouver les hauteurs des diviſions, ce que l'on peut faire de differentes manieres, 1.° par un profil de la face, comme dans les traits ordinaires des Livres de la Coupe des pierres, 2.° ou ſans profil, ſuivant ma nouvelle maniere, qui eſt beaucoup plus ſimple, & dont le Trait eſt moins embaraſſé de lignes, on fera ſeulement le profil de l'arc-droit comme il ſuit:

SUR GR prolongée on portera NR en RI, du point I on abaiſſera ſur RM la perpendiculaire I C', qui la coupera au point C', d'où comme centre & du demi diametre C *a* pour rayon on décrira un quart de cercle, L 2' *a'*, ſur lequel on portera les diviſions *a* 1, *a* 2 en *a'* 1', *a'* 2', par leſquelles & par I on menera des paralleles à la rampe RM indéfinies *p* 1', *q* 2', I H'.

ON tracera enſuite du point C', milieu de FM pour centre la demi-Ellipſe X *b* Y avec les diametres conjuguez, l'un *b d* pour la doële ou

M k, pour l'extrados & l'autre LN pour l'extrados, ou deux an pour la doële inclinez entr'eux, ſuivant un angle fC* H que nous allons chercher.

Par les points F & M on menera les lignes Mm, Ff paralleles à l'horiſontale RO, puis lui ayant fait C*H perpendiculaire, on ouvrira le compas de l'intervale cM pour l'extrados, ou cb pour la doële, & poſant une des pointes en C*, on ſera avec l'autre de part & d'autre des arcs qui couperont Ff en f, & Mm en m; par les points m & f on menera mf qui eſt le diametre conjugué au demi-diametre C*H.

Ainsi [par le Probl. 8. du 2e. Livre] on tracera cette demi-Ellipſe rampante, qui ſera l'arc de face auquel il ne manque plus que d'y marquer les diviſions en vouſſoirs, correſpondantes à celles de l'arc-Droit LC', qu'il ſera très-facile de trouver; car ſi par les points pQ, où les projections verticales des joints de lit Pp, Qq coupent le demi-diametre vertical C*b on mene des paralleles au diametre mf, où pour la doële XY; elles couperont la demi-Ellipſe XbY aux points 1^f, 2^f, 3^f, 4^f, où ſont les diviſions demandées, par leſquelles & par le contre C* on tirera les coupes des têtes 1^f 1^r, 2^f 2^r, &c.

Par le moyen ce ces paralleles qui ſont des ordonnées, on auroit pû tracer l'arc de face par pluſieurs points, en portant ſur chacune les retombées priſes ſur la ligne bd, comme $c1^r$ en $p1^f$ & $p4^f$; $c2^r$ en Q2^f & Q3^f.

Si la face de deſcente étoit apparente, & qu'on voulût lui faire les coupes de tête ſuivant les régles des joints perpendiculaires à la courbe, on le pourroit, mais il faudroit alors changer la direction des joints de tête de l'arc-Droit, qui deviendroit ſécondaire, comme nous l'avons dit ci-devant, pour que les lits ne ſoient pas gauches.

Il ne reſte plus préſentement qu'à former le ceintre de face de montée qui ſera ſurhauſſé, & dont les impoſtes ſeront de niveau, quoique celui de face ait été fait rampant.

Par les points R, p, q ayant tiré des perpendiculaires à RI, qui eſt le profil de cette face, on portera ſur chacune les largeurs horiſontales de l'arc-Droit à chaque diviſion de vouſſoir, c'eſt-à-dire, les retombées, qu'on peut prendre ſur le ceintre abe, au profil en $l1^r$ $l2^r$.

Ainsi l'on portera Ca, ou ce qui eſt la même choſe, C'a' en RV, $l1^r$ en P 1e, $l2^r$ en $q2^e$, & par les points V 1e 2e L on tracera une demi-Ellipſe, qui ſera la moitié du ceintre de face à laquelle l'autre ſera égale.

On pouvoit tout d'un coup tracer cette demi-Ellipſe par le moyen

des demi-axes donnez ; ſçavoir RL & Ca doublez pour en faire les axes.

Le Trait étant ainſi fait, il eſt viſible qu'on y trouvera toutes les meſures néceſſaires pour former les panneaux.

Premierement, pour ceux de *Doële plate*, on a les longueurs des joints de lit, qui en ſont les côtez ſur le plan de rampe, par exemple pour le ſecond vouſſoir $1^r\ 1^r$, $2^r\ 2^r$, & leurs avances ou reculemens de l'un à l'égard de l'autre ſe prendront par les diſtances de ces points au diametae $a\,e$, ou à la perpendiculaire Fk, à l'égard des largeurs, qui ſont l'intervale des côtez des panneaux. Nous avons tant de fois dit qu'elles ſe prennent à l'arc-droit, comme aux cordes $a^r\ 1^r$, $1^r\ 2^r$, qu'il ſemble inutile de le répeter.

Pour mettre ſous les yeux la ſuite des panneaux de doële plate par un *dévelopement*, par exemple pour les angles des têtes de doële de face de deſcente, on peut, comme nous avons fait à la fig. 89. prolonger la perpendiculaire Fk indéfiniment, ſur laquelle on portera de ſuite les cordes de l'arc-Droit $a\ 1^r$, $1^r\ 2_r$, en f^4, 1^r, 2^r, 3^r, &c. par où ayant tiré des perpendiculaires à la directrice $f^4\ d^4$, qui ſont des paralleles à la rampe RM, on lui menera par tous les points de la projection de la face $b\ 1^r\ 2^r\ 3^r\ 4^r$ des perpendiculaires qui les rencontreront aux points b^4, 1^y, 2^y, 3^y, 4^y, d^4, par leſquels ſi l'on mene des lignes droites de l'un à l'autre, on aura le dévelopement de la partie des doëles plates, qui eſt vers la face de Deſcente.

On en uſera de même pour les têtes de ces mêmes doëles plates à la face de montée, en prolongeant $e\,a$ & lui menant par les points de la projection $1^r\ 2^r$ des paralleles à $a\,e$ prolongées indéfiniment, puis ayant pris à volonté un point A^4 ſur $e\,a$ prolongée, on portera de ſuite les cordes de l'arc-droit $a\ 1^r$, $1^r\ 2^r$, $2^r\ 3^r$, &c. aux points o^1, o^2, o^3, &c. par leſquels on menera des paralleles à RM, qui couperont les perpendiculaires à la même ligne aux points $1^4\ 2^4\ 3^4$, &c. par leſquels menant des lignes droites de l'un à l'autre, on aura le dévelopement des têtes de doële à la montée que l'on cherche ; ainſi on aura les angles des doëles du haut & du bas.

On n'a plus à former que les panneaux de lit, comme il a été dit au trait precedent des deſcentes droites.

Les panneaux de tête ſont donnez aux ceintres des faces de montée & de deſcente.

L'application du trait ſur la pierre ne differe en rien de celle des deſcentes Droites, tracées ſuivant le même ſiſtême, dont nous venons de parler, c'eſt-à-dire, que ſi elle ſe fait par panneaux, on commencera par

par la doële plate, & par le moyen des biveaux de lit & de doële, pris à l'arc-droit, on formera pour ſecondes ſurfaces celles du lit, auſquelles on appliquera leurs panneaux pour tracer les ouvertures des angles de têtes de deſcente ou de montée.

On peut même s'épargner les panneaux de lit en cherchant les biveaux de tête & de doële, comme il a été dit au dernier Problême du 3.e Livre, en commençant par la tête & la doële.

Si on veut tailler les vouſſoirs par équarriſſement on le peut par cette méthode, & non pas par l'ancienne ſans une longue operation & beaucoup de perte de pierre. Ici le plan de rampe ſervant de plan horiſontal on fera la deſcente biaiſe comme un berceau biais en ſurplomb, & la montée droite comme un berceau Droit en talud, comme nous l'avons expliqué au trait précedent.

Explication Démonſtrative.

Il y a une choſe de plus à conſiderer dans ce Trait que dans les deſcentes Droites, c'eſt l'inégalité du niveau des impoſtes de la face de deſcente, dont on a déja donné la raiſon en expliquant la fig. 87.

Puisque les impoſtes de l'arc-droit ſont de niveau, & que le plan de cet arc-Droit auſſibien que celui de rampe quoiqu'inclinez tous les deux à l'horiſon, ſont ſuppoſez perpendiculaires à un plan vertical, leur commune interſection & toutes leurs paralleles ſeront des lignes horiſontales; mais à cauſe que le plan de la face de deſcente, qui eſt vertical & oblique, tant au premier vertical qu'à celui de l'arc-droit & à celui de rampe, leur commune interſection ne peut être parallele à la premiere; par conſéquent elle ne peut être de niveau comme elle. La raiſon en eſt bien ſenſible, car au deſſus de la ligne F k, qui eſt de niveau, la rampe continuë de monter juſqu'en M, quoiqu'elle ne change pas de hauteur en k; par conſéquent la ligne Mk doit être inclinée à l'horiſon d'une hauteur égale à la difference des points F & M, qui eſt la même que celle des points f & m.

Si la face de montée étoit oblique à l'horiſontale RO, il eſt clair qu'elle ſeroit auſſi rampante d'une impoſte à l'autre, par la même raiſon.

Remarque ſur cette Diſpoſition.

Quoiqu'il ſe trouve une difformité dans la face de deſcente biaiſe, dont les naiſſances de l'arc-droit ſont de niveau, en ce que le ceintre de cette face devient rampant, on ne peut diſconvenir que ce ne ſoit

la diſpoſition la plus naturelle pour l'uſage interieur, parce que les impoſtes ſe ſuivent à hauteurs égales ſur les marches ou ſur la rampe, & ſont de niveau entr'elles dans les parties directement oppoſées; il arrive ſeulement qu'à l'entrée il faut faire un Palier de niveau dans l'eſpace du triangle FMK, ou au moins des marches tournantes, parce que le ſeüil de la porte ne peut être rampant comme la ligne des impoſtes.

Si au contraire les impoſtes de la face étoient de niveau, il arriveroit que dans l'intérieur elles deviendroient d'inégale hauteur dans les parties diametralement oppoſées, de ſorte que les marches en ſeroient plus près d'un côté que de l'autre, cependant pour ne pas faire une entrée difforme, on peut quelquefois faire une diſpoſition contraire à la précedente, telle que nous allons l'expliquer.

Seconde Diſpoſition de la Deſcente Biaiſe, où le Ceintre primitif eſt pris à la face de Deſcente.

En Termes de l'Art.

Deſcente Biaiſe par devant & droite par derriere, dont les naiſſances du ceintre de face ſont de niveau.

Dans la diſpoſition précedente nous avons repréſenté la deſcente biaiſe comme un demi-cylindre Droit, coupé obliquement par le plan de la face de deſcente; ici nous faiſons un cylindre ſcalene, qui a pour baſe la face de deſcente, lorſqu'elle eſt en plein ceintre, & pour arc-Droit une demi-Ellipſe rampante par ſes impoſtes.

Fig. 90. Soit [*Fig.* 90.] le trapeze ABDE, le plan horiſontal de la voute à la doële ou à l'extrados, & l'angle de rampe donné BAF. Pour ne pas embroüiller le deſſein de trop de lettres & de lignes, nous ſupprimerons ici l'épaiſſeur des piedroits & de la voute en dedans.

Par le point D du piedroit le plus court, on tirera une perpendiculaire DG au côté AB, qu'on prolongera juſqu'à la rampe AF, qu'elle coupera au point F, par lequel on tirera FM paralleſe à AB, & égale à GB, & par le point M, on menera MR paralleſe à AF, qui rencontrera AE au point R, le trapeze AFMR repréſentera en profil le plan de rampe, qui eſt doublement incliné à l'horiſon, ſçavoir, 1.° ſuivant la direction de ſes côtez paralleles AF, RM. 2.° Suivant ſa direction tranſverſale de E en A, qui eſt exprimée à ſon profil par la hauteur verticale AR.

D'ou il ſuit que le plan de cette rampe n'eſt pas ſemblable au plan

horiſontal dans les têtes de la face de montée, comme il l'étoit dans toutes celles des Traits précedens, que faiſant la projection de la voute ſur ce plan, les lignes verticales lui deviendroient inclinées, & qu'enfin ſi on fait la projection ſur un plan incliné, mais ſuppoſé perpendiculaire au vertical paſſant par l'axe du berceau, on ne pourra prendre des meſures de largeur horiſontale ſur cette projection, comme aux autres Traits des deſcentes, où nous avons conſideré le plan de rampe comme horiſontal ; ainſi pour en faire cet uſage nous prendrons le plan de rampe pour horiſontal, & le plan vertical paſſant par l'axe pour incliné à l'horiſon; cela ſuppoſé :

Pour faire le plan de rampe dans toute ſon étenduë, ayant tiré par le point F une perpendiculaire à RM indefinie. Du point M pour centre & d'une ouverture de compas, égale à BD, on décrira un arc qui la coupera au point *d*, par lequel on menera *de* parallele & égale à FA; puis on tirera *e*R, le trapeze RM*de* ſera la figure du plan de rampe dans toute ſon étenduë.

Presentement il faut tracer les avances du ſurplomb de la face de deſcente, & les reculemens de celle de montée.

Ayant diviſé FM en deux également en *c*, on y élevera la perpendiculaire *cb*, qu'on fera égale à la moitié de BD; puis avec les axes, BD & FM, on décrira [par le Probl. 7. du 2.e Liv.] la demi-Ellipſe F*b*M. *Profil de face.*

Ensuite du point *c* pour centre & *cb* pour rayon, on décrira le quart de cercle *bm*, ou ſi l'on veut une demi-Ellipſe telle qu'on la voudra pour ceintre de face, qu'on diviſera en ſes vouſſoirs aux points 1, 2, &c. par leſquels on menera des paralleles à MF, qui couperont la demi-Ellipſe F*b*M aux points 1*f*, 2*f*, 3*f*, 4*f*, où ſeront les hauteurs des diviſions de la face en vouſſoirs ſur ſon profil, par leſquels on menera des paralleles indéfinies à F*d*, pour en avoir les projections ſur le plan de rampe par le moyen de ce profil ; enſuite on décrira ſur M*d* un demi-cercle MH*d*, ou une demi-Ellipſe telle qu'on a fait à la moitié du ceintre de face ci-deſſus; puis l'ayant diviſé en ſes vouſſoirs, auſſi comme ci-deſſus *m*1, *m*2, aux points, 1, 2, 3, 4, on abaiſſera de chacun de ces points des perpendiculaires ſur M*d*, leſquelles rencontrant les paralleles à F*d* donneront les points 1′, 2′, 3′, 4′, où ſeront les avances du ſurplomb ; ainſi la demi-Ellipſe MS*d* repréſentera ſur le plan de rampe la projection inclinée de ſon arête à la doële ou à l'extrados.

Par les points trouvez 1′, 2′, 3′, 4′ on menera des paralleles à la rampe RM, qui ſeront les projections des joints de lit ſur le plan de

Reculemens du talud. rampe. Il reſte préſentement à trouver les reculemens du talud de la face de montée, & le ceintre de cette face.

PREMIEREMENT, pour le reculement ayant mené par tous les points 1^f, 2^f, 3^f, 4^f des paralleles à la rampe, qui couperont EA prolongée aux points 1^m, 2^m, 3^m, 4^m, on menera par ces points des paralleles à F*d*, qui rencontreront les projections des joints correſpondans aux points 1^r, 2^r, 3^r, 4^r, par leſquels on tracera la demi-Ellipſe R T*e*, qui ſera la projection de l'arête de la doële de la face de montée.

POUR trouver les angles des têtes des panneaux de lit, il faut chercher les avances de l'extrados ſur ceux de doële à la face de deſcente, & les reculemens à la face de montée, comme il a été dit à la page 165.

Ceintre de montée. POUR tracer le contour du ceintre de cette face de montée dans toute ſon étenduë, ſur BA prolongée, on prendra AK égale à AE, & l'on tirera KR, qu'on diviſera en deux également en C^m, par où on élevera une perpendiculaire à AK, ſur laquelle on portera les hauteurs des retombées de l'arc *mb*, ſçavoir P1 ou $c1^a$ en C^m 1, p 2 ou $c2^a$ en C^m 2^a, & *c b* en C^m I, puis par ces points on menera des paralleles à RK pour trouver les hauteurs des diviſions des vouſſoirs au ceintre de montée, qui ſera une demi-Ellipſe rampante, qu'on pourra faire par le Probl. 8. du 2. Livre, par le moyen des diametres conjuguez, donnez KR, & deux fois *c b* demi diametre vertical, cette demi-Ellipſe KIR coupera les lignes paralleles à KR, menées par 1^a 2^a, aux points 1^r 4^r, 2^r 3^r.

ON remarquera que je propoſe toujours de tracer les ceintres comme les demi-Ellipſes, par le moyen des diametres conjuguez, pour n'être pas obligé, comme les Auteurs des anciens Traits, de faire des ſouſdiviſions de vouſſoirs en deux parties égales, néceſſaires pour augmenter le nombre des points donnez, lorſque les vouſſoirs ſont ſi larges qu'il reſte un grand intervale de courbe d'une diviſion de tête à l'autre, ce qui multiplie tellement le nombre des lignes d'une épure, qu'il eſt difficile d'en éviter la confuſion.

ON peut auſſi trouver ces mêmes points, & par conſéquent auſſi le contour du ceintre de montée, en menant par les points 1^m, 4^m, 2^m, 3^m, provenant des points 1^f 2^f 3^f 4^f, des paralleles à AK, qui couperont les précedentes, paralleles à KR aux mêmes points 1^r 2^r 3^r 4^r.

Ou bien on menera par les points p^1 p^2 des retombées du ceintre primitif MH*d* des paralleles à RM, qui couperont R*e* aux points l^1, l^2, l^3, l^4, on portera enſuite les diſtances de ces points au point R, ſur le diametre rampant RK, comme Rl^1 en RL^1, Rl^2 en RL^2, &c. &

par les points L^1, L^2, &c. on menera des paralleles à C^m I, qui couperont les ordonnées paſſant par 1^n, 2^n, aux points 1 & 2, &c. qu'on cherche.

Il ne nous reſte plus préſentement qu'à former l'arc-Droit, qui eſt auſſi une demi-Ellipſe rampante, mais moins exhauſſée que celle du ceintre de montée, que nous venons de faire.

On a déja ſur le plan de rampe un de ſes diametres qui paſſe par les impoſtes, lequel eſt $g^r d$, & l'on trouve l'autre qui paſſe par la clef en menant par le centre c, du profil de la face, une ligne CX, parallele à la rampe RM, qui repréſentera l'axe du cylindre, & par un point C^r, pris à volonté ſur cet axe, on lui menera une perpendiculaire, qui coupera ib au point O, la ligne C^rO ſera la moitié du diametre conjugué à celui qui doit paſſer par les impoſtes, dont il ſera facile de trouver les angles de conjugaiſon, comme il ſuit.

Du point C^r pour centre & d'une ouverture de compas, égale à la moitié de $g^r d$, on fera de part & d'autre des arcs, qui couperont l'un la ligne AF en d^r, l'autre RM en g^r, l'angle d^r C^rO ou ſon ſupplement O$C^r g^r$ ſera celui que l'on cherche, par le moyen duquel & les longueurs des diametres donnez on décrira une demi-Ellipſe [ſuivant les Probl. 8. ou 9. du 2.e liv.] laquelle coupera les paralleles des projections verticales des joints de lit provenant des diviſions 1^f, 2^f, 3^f, 4^f aux points correſpondans 1^r, 2^r, 3^r, 4^r, par leſquels du ceintre C^r on tirera les joints de tête 1^r 5, 2^r 6, &c.

On peut encore trouver le diametre de l'arc-Droit, & ſon angle de conjugaiſon, d'une autre maniere, ſans le ſecours du plan de rampe ſur le plan horiſontal. Ayant tiré par le point B, le plus avancé du biais, une ligne Br, parallele à celle de rampe RM, on lui menera par le point G une perpendiculaire Gq, qui la coupera en q; puis ayant porté la longueur Gq ſur GB en GQ, on tirera la ligne QD, qui ſera le diametre qu'on cherche, & l'angle GQD celui de la conjugaiſon du ſecond diametre, qui paſſe par la clef de l'arc-Droit.

Si l'on veut tracer cet arc par pluſieurs points ſans avoir recours aux Problêmes citez, on peut en trouver pluſieurs points, en menant par les diviſions de la ligne ch, 1^a, 2^a, des paralleles à la rampe RM, juſqu'à la ligne C^r O, qu'elles couperont en a & b, par où on menera des paralleles au diametre $g^r d^r$, qui rencontreront celles qui proviennent des diviſions du profil de la face de deſcente 1^f, 2^f, 3^f, 4^f, aux points 1^r, 2^r, 3^r, 4^r, par où on tracera la courbe rampante de l'arc-Droit, & le Trait ſera achevé.

PRESENTEMENT il eſt viſible que l'on a tout ce qui eſt néceſſaire pour former les panneaux, & tracer la pierre.

PREMIEREMENT, les longueurs de ceux de doële ſont données en deux endroits, ſçavoir ſur la projection verticale du profil, & ſur le plan de rampe aux lignes 1' 1', 2' 2', &c. qui ſont les joints de lit.

LES avances de ſurplomb & les reculemens de talud ſe trouvent aux mêmes points 1', 2'; 1', 2', comparez par la diſtance à une perpendiculaire *g' d* qui les traverſe tous; enfin leurs intervales de largeur ſont donnez à l'ordinaire, par les cordes de l'arc-Droit *d* 1', 1' 2', &c. par conſéquent toutes les figures des doëles plates ſont faciles à décrire.

LES panneaux de lit ſe trouveront par les mêmes moyens en faiſant une ſeconde épure d'avance de la face de montée, & de reculement de celle de deſcente, ſemblable à la premiere pour l'extrados, ſi l'on a commencé par la doële, comme il convient, ou pour la doële, ſi l'on avoit commencé par l'extrados, comme dans cette figure, ce qui a déja été répeté dans les Traits précedens.

ENFIN les biveaux de lit & de doële plate ſont auſſi donnez à l'ordinaire aux angles de l'arc-Droit *n* 1', 1' 6, &c. Ainſi on peut tracer la pierre par panneau.

A l'égard de la maniere de tracer la pierre par équarriſſement, qui eſt très aiſée par notre nouveau ſiſtême dans tous les Traits précedens, elle ſe trouve un peu plus embaraſſée dans celui-ci, à cauſe que la double obliquité du plan de rampe ne nous permet pas de le conſiderer comme un plan horiſontal; parce qu'il eſt incliné ſuivant ſa largeur, outre ſon inclinaiſon en longueur. Il faudroit pour l'équarriſſement que les aplombs fuſſent perpendiculaires aux diametres ſuppoſez perpendiculaires à ſes côtez, & ils ne le ſont pas. Ainſi il faudroit faire une projection horiſontale exprès, ce qui rendroit le trait trop compoſé.

CEPENDANT on pourroit le faire en poſant les retombées du ceintre primitif MH*d* ſur des lignes paralleles au diametre de face M*d*, qui eſt horiſontal, leſquelles ſont par conſéquent de niveau en œuvre; mais non pas ſur d'autres diametres qui ſont inclinez, ce qui n'eſt pas de difficile exécution; parce qu'il ne s'agit que de faire couler la fauſſe équerre ouverte de l'angle *ed*M au long du côté *e d* du plan de rampe, & meſurer les retombées ſuivant le bras parallele à *d*M.

Explication démonſtrative.

Nous avons démontré au 2.e Livre, que les projections des cercles quelconques verticales, horiſontales ou inclinées étoient des Ellipſes, & que celles des Ellipſes étoient d'autres Ellipſes plus ou moins allongées ou reſſerrées, & quelquefois des cercles. Or toutes les baſes ou ſections des berceaux en deſcente, qui ſe font ici en trois endroits; ſçavoir, 1.° à la face de deſcente, 2.° à celle de montée, 3.° à l'arc-Droit, ſont des cercles ou des Ellipſes; donc les projections des faces inclinées au plan de rampe, ſont des demi-Ellipſes, qui ont été bien décrites par les axes ou diametres donnez, ou par des points trouvez par le moyen des diviſions proportionelles des axes & des diametres de la courbe projettée, & de celle de ſa projection, ce qui eſt viſible; parce que toutes ces diviſions ont été faites par des lignes paralleles entr'elles, ſuivant les loix de la projection énoncées au 2.e Liv. pag. 209.

Quant aux diverſitez des differentes diſpoſitions du ceintre primitif pris à des naiſſances de niveau à l'arc-Droit, ou à celui de montée, comme à la fig. 89. ou à la face de deſcente, comme à la fig. 90. nous en avons déja donné l'explication par celle des fig. 87. & 88. il reſte ſeulement à rendre raiſon de la pratique qui a été donnée pour trouver le diametre rampant des impoſtes de l'arc-Droit, & ſon angle avec le demi-diametre conjugué paſſant par le milieu de la clef.

Il faut ſe repréſenter [*Fig.* 90.] la ligne B*r*, comme abaiſſée, & tranſportée avec la même ouverture d'angle G*Br* égal à celui de rampe [par la conſtruction qui fait B*r* parallele à RM] dans un plan vertical ſur AB, alors la ligne G*r*, qui étoit couchée ſur l'horiſontal, deviendra verticale, & dans ce même plan elle n'y ſera plus repréſentée que par un ſeul point G; or comme l'arc-Droit doit être dans un plan perpendiculaire à la direction de la rampe *r*B, qui eſt parallele à l'axe du berceau, ſa ſection avec le premier vertical par AB ſera dans une perpendiculaire G*q*, qui coupe la rampe en *q* plus haut que le point *r*; ainſi le triangle G*q*D repréſente en racourci la partie du plan de l'arc-Droit, qui eſt audeſſous du plan horiſontal, paſſant par une impoſte D, & par un point G vis-à-vis, qui eſt au deſſus de l'impoſte de la longueur G*q*; mais comme ce triangle qui doit être rectangle eſt racourci par ſon côté *q*D, on a tranſporté G*q* en GQ, pour avoir l'angle Droit DGQ, que fait le plan de l'arc-Droit dans ſon interſection avec le vertical paſſant par AB, & l'interſection QD du plan de l'arc-Droit avec le plan de rampe, laquelle interſection eſt le diametre de l'arc-Droit; puiſque le plan de rampe coupe le cylindre par l'axe; par conſéquent par le centre de l'arc-Droit; donc ce diametre eſt bien trouvé. *Fig.* 90.

Il eſt auſſi viſible que le plan vertical paſſant par la clef & par l'axe eſt parallele au vertical paſſant par AB ou Br côté du cylindre; par conſéquent l'angle DQA eſt celui de la conjugaiſon des diametres de l'arc-Droit; *ce qu'il falloit trouver.*

REMARQUE.

La comparaiſon des hauteurs des naiſſances des voutes ſe fait naturellement du premier coup d'œil aux parties oppoſées perpendiculairement, qui ſont vis-à-vis les unes des autres dans les piedroits, & cette comparaiſon eſt d'autant plus facile, que les piedroits ſont longs & inégaux, c'eſt-à-dire, lorſque la voute eſt plus longue & plus biaiſe; ainſi cette derniere diſpoſition où les impoſtes de la face de deſcente ſont de niveau, entraine infailliblement une difformité dans l'intérieur, de ſorte qu'elle ne convient qu'à celles où l'on doit avoir plus d'égard à la décoration de l'entrée qu'à la régularité intérieure, comme aux deſcentes de caves.

La fig. 91. montre le dévelopement de la doële à la face de montée RK, qui eſt rampante; celui de la face de deſcente étant moins irrégulier, on ne l'a pas mis, faute de place, d'autant plus que la conſtruction en eſt la même qu'à la fig. 89.

Second cas des Deſcentes Biaiſes, lorſque les Faces ſont en Talud.

La difference que la nouvelle obliquité du Talud des faces cauſe entre cette voute & la deſcente ſimplement biaiſe, conſiſte 1.° en ce que la projection de la face de montée ſur le plan de rampe augmente le reculement en talud, & que celle de la face de deſcente diminuë l'avance du ſurplomb. 2.° En ce que la projection verticale racourciſſant au profil le talud de la face, il faut une préparation pour en trouver les meſures. Au reſte le trait eſt ſuſceptible des mêmes effets que produit le changement du ceintre primitif.

Premiere diſpoſition où l'on prend l'arc-Droit pour ceintre primitif.

En Termes de l'Art.

Deſcente Biaiſe en Talud, rampante par devant & droite & en Talud par derriere.

Fig. 92. Soit [*Fig.* 92.] le trapeze ABED le plan horiſontal de la deſcente, AM l'inclinaiſon de la rampe, & BM ſa plus grande hauteur.

On

On formera comme au trait de la deſcente blaiſe, page 173. le plan de la rampe A M *d e*, le ceintre primitif AH*e* avec les projections des diviſions des vouſſoirs 1, 2, 3, 4 en $p^1 q^1$, $p^2 q^2$ prolongées, & l'arc-Droit C T *d* avec les projections verticales de ſes diviſions, comme à la fig. 89. qui couperont le profil de la face de montée AT aux points m^1 m^2 T, par le moyen deſquels on tracera la projection en talud A*b'e*, comme à toutes les montées précedentes.

Jusqu'ici la conſtruction a été la même qu'à la fig. 89. à cela près qu'on a pris l'inclinée AT au lieu de la verticale A*u* du profil de la face de montée.

Presentement il faut faire le profil de la face de deſcente, & chercher la valeur de ſon demi-diametre en talud *b*K, ce qui n'eſt pas ſi aiſé ; il y faut une préparation.

On fera dans une fig. † à part, l'angle aigu du blais horiſontal *abd*, & par un point P, pris à volonté, une perpendiculaire PL au côté *bd*, ſur laquelle on fera au point P l'angle du talud donné LPV ; on tirera enſuite P*n* parallele à *b a*, & par le point L une perpendiculaire *b*L à la même *ab* qui coupera P*n* au point *n*. On fera *nb* égale à LV, & l'on tirera *b*P ; enfin on fera au point *n* ſur P*n* l'angle P*n m*, dont le côté *nm* coupera P*b* au point K. *Fig.* †

On diviſera enſuite FM en deux également en K, & l'on portera la longueur K*u* de la préparation de K en X, par où on fera X*b* perpendiculaire à AB, laquelle coupera T*b* au point *b*, que l'on cherche, la ligne *b*K ſera le profil du diametre de la deſcente, qui eſt encore racourci par la projection, c'eſt pourquoi il en faut encore chercher la valeur par la préparation, menant K*o* parallele à *np*, & ayant porté *n o* en L*g*, on tirera *gk* parallele à LP, qui coupera VP en *k*, la longueur V*k* ſera le diametre du ceintre de face conjugué au diametre M*d* ; il ne s'agit plus que de trouver les angles de leur conjugaiſon pour décrire la demi-Ellipſe de face de deſcente en talud. *Fig.* 92. & *Fig.* †

Par le point *b* du profil on tirera une perpendiculaire à la rampe AM, qu'on prolongera juſqu'à la rencontre de C*s* en *s*, par où on tirera la ligne Q*s*H^2 perpendiculaire à M*d* ; puis du point *c*, milieu de M*d* pour centre, & pour rayon *k y*, on fera un arc qui coupera QH^1 au point H^1, l'angle *dc*H^2 ſera celui que l'on cherche, par le moyen duquel & les diametres donnez on décrira [par le Probl. 8. du 2.e Liv.] la demi-Ellipſe MH^2 *d*, qui ſera le ceintre de face de deſcente en talud.

Pour avoir au contour de ce ceintre les diviſions des vouſſoirs, pro-

venant de celles du ceintre primitif de l'arc-Droit, il faut tirer par les points q^1 & q^2 des paralleles à cH^2, qui couperont l'arc de face aux points 1e, 2e, 3e, 4e qu'on cherche, ou bien tracer une demi-Ellipſe M s d avec les diametres conjuguez Md, & deux fois cs, faiſant entr'eux l'angle dcs; cependant comme les demi-Ellipſes très reſſerrées ſont ſujettes à des imperfections dans l'exécution, il convient mieux de chercher chaque avance par le profil. En effet ſi l'angle du talud eſt égal en profil à celui de la rampe, cette demi-Ellipſe devient infiniment étroite, enſorte qu'elle ſe confond avec le Diametre Md.

D'ou il ſuit que ſi ce même angle eſt plus ouvert, au lieu des avances en ſurplomb, la demi-Ellipſe de projection ſur la rampe paſſera en dedans du diametre Md, & ſe change ainſi en projection de talud.

Par tous les points q, où les projections des joints de lit coupent le diametre de face de deſcente Md, on menera des perpendiculaires à la rampe A M, qui la couperont aux points Xxxx, par leſquels on menera des paralleles à Kb, qui couperont les profils des joints de lit, provenant des points de l'arc-Droit $1'$ $2'$ aux points f^1, f^2, f^3, f^4 qu'on cherche, par leſquels tirant des perpendiculaires à la rampe, juſqu'aux projections des joints correſpondans, on aura les points s^1, s^2, s^3, s^4, par leſquels on tracera la demi-Ellipſe de ſurplomb MSd.

Si l'on n'avoit pas les diviſions du ceintre de face de deſcente, qui ont été trouvées par le moyen des ordonnées, comme nous venons de le dire, on pourroit les trouver en tirant par tous les points d'avance $1'$, $2'$, $3'$, $4'$ des perpendiculaires au diametre Md, qui donneront les mêmes points 1e 2e 3e 4e; enfin tirant du centre c les joints de tête par tous ces points, on aura les panneaux de face de deſcente.

Les panneaux de lit & de doële ſe formeront, comme à toutes les autres deſcentes, par le moyen des longueurs des projections des joints de lit & de tête.

Les biveaux de lit & de doële ſe prendront auſſi à l'arc-Droit.

L'elevation de la face de montée NrA ſe fera par le moyen des diviſions de la ligne de profil de talud AT, en faiſant C^ar = AT & 1^a = Am^1, M2^a = Am^2, &c.

Explication démonſtrative.

Il y a deux choſes à trouver dans le Trait de cette eſpece de voute de plus qu'aux deſcentes ſimplement biaiſes, comme étoient les précedentes.

Premierement, l'inclinaiſon de la face en talud, que le profil ne

donne pas exactement; parce qu'il la donne ſuivant la direction de la voute, elle doit être meſurée, comme nous l'avons dit au 3.e Livre, page 369. perpendiculairement à la commune interſection de la face, & du plan vertical paſſant par le diametre rampant Md, ce qui rend le talud LkV plus aigu que celui de l'angle gKb du profil; parce que la hauteur zb étant commune, ſes angles ſont entr'eux comme nk eſt à Lk [par la conſtruction] c'eſt-à-dire, comme la baſe nk du talud ſuivant la direction de la voute eſt à la baſe Lk du même talud, pris ſur une ligne horiſontale, perpendiculairement au diametre BD dans ſa projection.

Il eſt auſſi clair, que le triangle Lnk ayant ſes trois côtez perpendiculaires aux trois côtez du triangle du biais NBD, il lui eſt ſemblable; par conſéquent que pour avoir la poſition de la baſe Lk, ſi on fait l'angle du talud hors de la poſition où on l'a mis, il n'y a qu'à ajouter à l'angle Droit VLk l'angle NDB, ou tout d'un coup faire cet angle égal à EDB.

Il reſte à démontrer que l'angle des diametres conjuguez de l'arc de face de deſcente rampante a auſſi été bien trouvé.

Il eſt clair par la conſtruction & par les régles de la projection inclinée, que le point s repréſente le point b du profil; parce que bs a été faite perpendiculaire à CS, milieu du plan de rampe. Il eſt auſſi viſible par la même régle de projection, que le point Q, ſur le diametre Md repréſente les points s & H^2, & que ſa repréſentation peut être dans tous les points de la ligne QH^2, comme au point s, par où elle paſſe; mais un diametre quelconque doit paſſer par le centre de la ſection qui eſt en c; donc il doit paſſer en cH^2; par conſéquent l'angle dcH^2 ou ſon ſupplement McH^2 eſt celui de la conjugaiſon du demi-diametre cH^2 à l'égard du diametre Md, *ce qu'il falloit trouver* en ſecond lieu.

Remarque ſur le Trait des Deſcentes biaiſes, de face rampante.

Il y a une obſervation à faire dans ce Trait, qui eſt échapé au P. Deran, je ne parle pas de M. de la Rue, parce qu'il l'a paſſé ſous ſilence, c'eſt que l'angle du biais ABD ou EDB ne doit pas être pris ſur le plan horiſontal ſans une correction, qui mérite attention.

On menera par le point F de l'impoſte inférieure du profil, une ligne FO parallele à AB, & par le point M une ligne MO parallele à

b k, qui rencontrera F O au point O; la ligne *i* O, qui excede l'aplomb du point M, ſera la longueur qu'il faut ajouter au dehors du piedroit AB ſur ſon allignement, en la portant de B en *b*, l'angle A *b* D ſera celui du biais réformé au niveau de l'impoſte inferieure; ſi la baſe AB ne peut être allongée, il faudra porter cette longueur *i* O en dedans, pour diminuer l'obliquité du biais de la quantité néceſſaire, pour racheter par le talud la hauteur de l'impoſte ſupérieure M de l'arc rampant.

La raiſon en eſt ſenſible ſi l'on fait attention, que le talud doit reculer le point M en dedans du point B, ſur lequel il étoit aplomb; or comme le ſeüil de la baye de la deſcente doit être de niveau entre les piedroits de la voute, il ſuit néceſſairement qu'un des piedroits ſoit plus haut que l'autre de la hauteur *i* M aplomb, de la diſtance M O meſurée en talud, par conſéquent qu'il ſera plus avancé en O que en M; puiſque le talud couche le piedroit en dedans.

Seconde diſpoſition de la Deſcente Biaiſe en Talud, où le Ceintre primitif eſt pris à l'Arc de face ſur un Diametre horiſontal.

En Termes de l'Art.

Deſcente biaiſe & en Talud, dont l'Arc de face eſt de niveau par ſes impoſtes.

Ce Trait eſt ſi ſemblable à celui de la ſeconde diſpoſition de la deſcente biaiſe ſans talud, qu'on peut dire, qu'il ne s'agit que d'un peu plus ou moins d'avance de ſurplomb, & de reculement de talud ſur le plan de rampe; parce que le talud de la face de deſcente diminuë l'avance du ſurplomb, & le talud de la face de montée augmente le reculement que produiſoit déja la face de montée ſur le plan avant que d'être en talud.

Fig. 93. Ou il faut remarquer que ſi le talud de la face de deſcente, pris en profil AC, faiſoit un angle droit avec la direction de la rampe RM ou AC, ce qui peut arriver, quoique le plan de face de deſcente ſoit biais à cette direction, l'avance conſiderée comme ſurplomb ſur le plan de rampe s'évanoüiroit, & la projection de la face de deſcente ſur ce plan ſe confondroit alors avec la ligne Droite M*d*, il n'y a donc rien dans ce trait de plus qu'à celui dont nous parlons, que l'inclinaiſon des faces en talud, dont il faut trouver la projection ſur le plan de rampe, comme on a fait au précedent, dont celui-ci eſt l'inverſe.

Sur le milieu *k* de la projection horiſontale de la face BD, ayant fait

la perpendiculaire kL, on fera l'angle LkV égal à celui du talud donné, puis on portera ſur kV la longueur du demi-diametre CH du ceintre primitif MHd, qui donnera le point V, par lequel on menera VL perpendiculaire à Lk, qui donnera le point L, par lequel on tirera Lb perpendiculaire à AB prolongée indéfiniment, enſorte qu'elle rencontre la ligne MF au point X. On portera au deſſus de ce point ſur la même ligne prolongée la hauteur LV en Xb.

On tirera enſuite par k la ligne kC^f, qui coupera la projection verticale du diametre horiſontal du ceintre primitif en C^f, par où & par le point b on tirera C$^f b$, qui ſera le profil du demi-diametre CH.

Par le point b on tirera bT parallele à la rampe, juſqu'à ce qu'elle rencontre le profil AT du talud de la face de montée, le trapeze ATbC^f repréſentera le plan de la ſection de la deſcente aplomb par la clef, ſur lequel on trouvera toutes les hauteurs des joints de lit, comme il ſuit.

On tirera par les points pp des paralleles à dF, qui couperont FM, en des points f & f, par leſquels on menera des paralleles à C$^f b$. Enſuite ayant porté les hauteurs des retombées p^1, p^2 en $k u$ $k v$, on menera par les points u & v des paralleles qui couperont LK aux points x & x, par leſquels on menera des paralleles à Lb, qui couperont C$^f b$ aux points O & o. Enfin tirant par ces points des paralleles à $c^f b$ donneront en profil les points de diviſion de l'arc de face 1^f, 2^f, 3^f, 4^f, qui déterminent les avances de ces points ſur le plan de rampe, enſuite par ces mêmes points on mene des paralleles à bT, elles couperont le talud de montée AT aux points 1^m 2^m 3^m 4^m, qui détermineront les reculemens des diviſions de la face de montée à l'égard du plan de rampe.

On rangera ces avances & reculemens ſur ce plan de rampe RMde dans leur place, pour éviter la confuſion des projections des joints de lit dans le profil, en menant des paralleles à Fd par tous les points 1^f, 2^f, 3^f, 4^f, juſqu'à la rencontre des perpendiculaires p^1, p^2, au diametre du ceintre primitif MHd, qu'elles rencontreront aux points s^1, s^2, s^3, s^4, par leſquels on tracera la demi-Ellipſe MSd.

Par ces derniers points s^1, s^2, s^3, s^4, on menera des paralleles à la rampe RM, qui rencontreront les perpendiculaires à cette rampe, provenant des points 1^m 2^m, &c. aux points 1^r 2^r, &c. qui donneront le contour de la demi-Ellipſe R T$^m e$; qui détermine le reculement du talud de la montée.

L'ARC-DROIT de ce trait ſe formera préciſément de la même maniere qu'il a été dit à la page 181. pour les deſcentes biaiſes dans talud de la ſeconde diſpoſition.

L'ARC de face de montée ſe fera auſſi de même, avec cette ſeule difference, que les lignes de niveau tirées du profil R 5 de cette face, prendront leur origine ſur des points 1, 3, 2, 4, 1, trouvez ſur R 5 par des arcs de cercle faits du point R pour centre, & pour rayons les longueurs RT, R3m, R2m, &c.

Nous n'ajoutons rien ici touchant les biveaux, le dévelopement, la formation des panneaux, & l'application du Trait ſur la pierre; parce que la maniere eſt la même que pour toutes les autres deſcentes.

CETTE grande conformité nous diſpenſe auſſi d'une ample explication, il ſuffira de rendre raiſon de ce qu'il y a de particulier touchant le talud.

Explication démonſtrative.

DANS la diſpoſition précedente nous avions pluſieurs choſes à trouver pour la formation de l'arc de face de deſcente, ſçavoir le demi-diametre conjugué à celui qui paſſe par les impoſtes, & l'angle qu'il fait avec le même, & l'inclinaiſon du talud; ici où l'arc de face de deſcente eſt donné, on n'a beſoin de chercher que le plus ou le moins d'avance que ſon contour donne, au delà ou au deça de ſon diametre de niveau dans ſa projection, inclinée ſur le plan de rampe; & parce que l'inclinaiſon du talud ſe meſure toujours par une perpendiculaire au diametre de niveau de la face de deſcente, on a fait un profil du talud perpendiculairement à ce diametre, comme à la diſpoſition précedente, pour trouver par ſon moyen les hauteurs des diviſions des vouſſoirs, qui étoient données dans la diſpoſition précedente par l'arc-Droit ſuppoſé ceintre primitif, de ſorte que ce trait eſt l'inverſe du précedent.

Nous n'avons ſuppoſé dans tous les traits des deſcentes, qu'une face biaiſe, qui eſt celle de la deſcente; parce que ſi la face de montée étoit auſſi biaiſe, on retomberoit dans le même Trait, où il n'y auroit qu'un peu plus ou un peu moins d'obliquité dans un ſens contraire, de ſorte que ſi les biais étoient égaux les panneaux de l'une des faces ſerviroient pour l'autre, en ne faiſant ſeulement que les renverſer, pour avoir en talud à la montée, ce que la deſcente donne en ſurplomb à l'égard de l'axe du berceau.

REMARQUE.

C'est particulierement dans les Traits des descentes biaises & en talud, qu'on trouve occasion de faire usage des Problêmes du second Livre, pour la description des Ellipses par le moyen de leurs diametres conjuguez ; puisque trois sections du même berceau, sçavoir l'arc-Droit, l'arc de face de descente, & celui de montée, outre leurs descriptions dans toute leur étenduë, doivent encore être représentez par des projections horisontales, verticales & inclinées, ce qui peut produire neuf demi-Ellipses differentes, & au moins nécessairement cinq, y compris un demi-cercle, s'il s'en trouve un.

On peut s'épargner presque toutes ces descriptions, par la méthode de Desargues, dont nous allons parler ; mais selon moi on ne sçauroit représenter de trop de façons les ceintres des berceaux ; parce que rien n'éclaire plus l'esprit dans l'Appareil, & ne le conduit plus sûrement.

METHODE GENERALE,

Pour toutes sortes de Berceaux Droits & Obliques, tirée de Desargues.

Abraham Bosse, habile Graveur, plus curieux des pratiques tirées de la Geometrie, que de s'instruire de la connoissance de leurs principes, comme il semble en convenir lui-même *, a donné au Public en 1643, un livre sur la coupe des pierres, intitulé, *Pratique du Trait à preuves de M. Desargues*, qu'il a écrit d'un stile si diffus, avec des nouveaux termes, dont quelques-uns sont si impropres, que les Artistes, & même quelques Auteurs, l'ont regardé comme un galimatias inintelligible ; c'est ainsi qu'en parle M. de la Rue, dans sa Préface : *Il semble*, dit-il, *que Desargues, dont le Graveur Bosse a mis les Ouvrages au jour, ait eu envie de dérober aux autres la Science de la Coupe des Pierres, par les Principes même qu'il en donne ; tant il a affecté de nouveauté dans ses Termes, & de singularité dans ses Traits*, à quoi il ajoute que *Jacques Curabelle a relevé exactement toutes ses fautes.* Je n'ai pas vû cette critique, & par conséquent je ne puis juger de son exactitude ; j'avancerai cependant, sans la craindre, que la Méthode de Desargues n'est du tout point à rejetter. Je conviens qu'il y a des difficultez, mais comme elles ne viennent que d'une faute d'explication du principe, sur lequel elle est fondée, & un peu aussi de la nouveauté des termes, je vais suppléer à ce qui manque au Livre de Bosse, qui ne pouvoit expliquer ce qu'il n'entendoit pas lui même ; puisque son Maître ne lui

* *Voyez son Avantpropos page 5.*

* *Ibid.* pag. 55. disoit pas tout *; & qu'il s'en repoſoit ſur lui pour la juſteſſe, comme il le dit dans ſon avantpropos *.

* *Ibid.* pag. 5.

Explication & Sommaire, *De la Methode de Deſargues.*

* *Je les ay reçûës pour être préciſes & je vous les donne pour telles.*

Il eſt conſtant, comme je l'ai fait voir dans tout ce Chapitre, que les differences des voutes en Berceau ne ſont que des changemens de poſition, ou de ſection d'un corps cylindrique, qui n'alterent en rien la nature du cylindre, ni celle de ſes ſections. Deſargues ayant ſenti cette vérité a réduit tous les Traits de la formation des Berceaux, Droits, Biais, en Talud, & en Deſcente, à un ſeul Problême, qui eſt de chercher l'angle que fait l'axe du cylindre avec un diametre de ſa baſe, lequel eſt dans la ſection d'un plan paſſant par l'axe, perpendiculairement à celui de la baſe, c'eſt-à-dire, *à chercher l'angle de la plus grande obliquité de l'aiſſieu du Berceau avec le plan de la face*, dans laquelle eſt une ligne qu'il appelle *Souſeſſieu*, nom qui entraine une fauſſe idée de la choſe, qu'il auroit été plus expreſſif d'appeller *le diametre de la plus grande obliquité.* Je ne ſçai pas s'il y a voulu mettre du myſtere, ou s'il a tiré ce nom de la conformité d'un pareil, comme celui de *ſoutangente*; il en donne d'autres auſſi impropres aux perpendiculaires à ces deux lignes; celle qui l'eſt à l'eſſieu y eſt appellée *Traverſeſſieu*, & celle qui l'eſt à la ſouſeſſieu *Contreſſieu.* Cette premiere devoit être appellée *le Diametre de l'Arc-Droit*, & l'autre *le diametre perpendiculaire à l'axe oblique.*

Tout le ſecret du Trait de Deſargues conſiſte donc 1.° A trouver l'angle que fait l'axe ou eſſieu du berceau avec le diametre de ſa face, qui lui eſt plus incliné que tous les autres qu'on peut tirer dans cette face, ou pour parler ſon langage, l'angle de *leſſieu* & de la *ſouſeſſieu*, pour avoir la plus grande obliquité du berceau ſur ſa face.

2.° A faire la projection des diviſions de l'arc de face, diviſé en vouſſoirs ſur le *diametre de plus grande obliquité* [ſouſeſſieu] en quelque ſituation qu'il ſoit, de niveau, aplomb ou en pente, par des perpendiculaires à ce diametre, qu'elles diviſeront en parties plus reſerrées.

3.° A mener par chacune des diviſions de ce diametre d'autres lignes perpendiculaires à l'eſſieu; pour avoir les hauteurs des retombées de l'arc-Droit ſur l'eſſieu, & la projection de cet arc ſur un de ſes axes, & par ce moyen parvenir à ſa formation.

4.° A porter dans les intervales de ces dernieres lignes perpendiculaires à l'axe, les longueurs des joints de tête ou des cordes des doëles priſes

priſes ſur l'arc de face, depuis la ligne correſpondante ou iſſuë d'un joint, à celle qui correſpond à celle d'en ſuite, pour avoir l'angle du joint de lit avec la tête de la doële plate; enfin à porter les joints de l'arc de face entre les lignes provenant des joints de doële & d'extrados, pour avoir les angles que font les joints de lit de la doële avec les joints de tête de l'arc de face.

Voila en deux mots tout le myſtere de cette méthode éclairci, & les principes de ſa pratique revelez & débroüillez, comme on le verra plus clairement dans les exemples ci-après.

I.° *Du Berceau Droit.*

La méthode de Deſargues ne conſiſtant qu'à chercher l'angle de la plus grande obliquité d'un berceau, elle n'a rien de particulier ſur la maniere ordinaire lorſque le berceau eſt Droit; parce que tous les diametres de la face peuvent être pris en particulier pour ſouſeſſieu, & toutes les perpendiculaires à chacun de ces diametres pour eſſieu, & comme la ligne qu'il appelle *traverſeſſieu*, qui eſt le diametre de l'arc Droit, lui eſt perpendiculaire, il ſuit que la *Traverſeſſieu* ſe confond alors avec l'Eſſieu, & la ligne qu'il appelle *contreſſieu*, qui ne ſert pas de grand choſe dans ſa méthode, étant perpendiculaire à la ſouſeſſieu, ſe confond au profil avec l'Eſſieu.

Ou il faut remarquer que hors le cas du berceau Droit, jamais la *traverſeſſieu* ne ſe confond avec l'eſſieu dans les obliques, n'étant pas dans le plan de la face, c'eſt-à-dire, de la baſe du cylindre, non plus qu'en certaines circonſtances l'eſſieu & la *contreſſieu*.

La démonſtration de ce que j'avance eſt claire par la 4.e du 11.e Liv. d'Euclide, qui dit, que ſi une ligne eſt perpendiculaire à deux autres qui ſe croiſent, elle l'eſt à toutes celles qui ſont dans le même plan, & ſe croiſent au même point; or le berceau étant Droit ſon axe eſt perpendiculaire à la ligne de niveau, & à l'aplomb de la face; donc il eſt perpendiculaire à tous ſes diametres; par conſéquent ils peuvent tous repréſenter la ſouſeſſieu à l'égard d'une ligne qui leur étant perpendiculaire, paſſe par le centre, ou pour mieux dire, dans ce cas il n'y a point de *ſouſeſſieu*.

Corollaire.

D'ou il ſuit qu'il n'importe que cette face ſoit circulaire ou Elliptique; parce que le plus ou moins de longueur des côtez d'un angle ne fait rien à ſon ouverture; ainſi l'angle que l'eſſieu fait avec un diametre ne

ſera en rien alteré, s'il ſurvient de l'inégalité de longueur à ce diametre, comme aux faces Elliptiques où ils ſont inégaux ; ce qu'il eſt à propos de remarquer pour ſentir, que dans les cas d'obliquité des berceaux ſur leurs faces, il n'eſt pas néceſſaire de faire attention à la courbe de leurs arcs de face.

2.°

Des Berceaux dont la Direction horiſontale eſt Droite, c'eſt-à-dire, perpendiculaire au Diametre des Impoſtes de la face, ou à ſa projection horiſontale, mais dont le plan de face eſt oblique à ſon axe.

1.° *En Talud*, 2.° *En Surplomb*,
3.° *En Deſcente*, 4.° *En Montée*,
5.° *En Deſcente Droite & en Talud, ou en ſurplomb*,
6.° *En Montée Droite & en Talud, ou en Surplomb.*

Lorsque l'axe ou eſſieu du berceau eſt perpendiculaire au diametre horiſontal de la face, quoiqu'il ſoit incliné au demi-diametre du milieu qui paſſe par la clef, la méthode de Deſargues, à bien la conſiderer, n'eſt preſque pas differente de celles des autres Auteurs de la coupe des pierres ; parce qu'alors la plus grande obliquité eſt dans l'angle que ce demi-diametre fait avec l'axe du berceau, lequel ſe trouve par le profil, qu'on a coutume de faire ſuivant leurs marieres, mais qu'on ne place pas au même endroit ; ainſi dans tous ces cas où
Fig. 94. la ligne du milieu CH repréſente, ou peut repréſenter la projection verticale du plan vertical paſſant par l'axe, elle ſera priſe pour la *ſouſeſſieu*, & la projection de l'eſſieu à ſon égard ſera trouvée par le profil.

Soit [*Fig. 94.*] l'arc AHB la face d'un berceau de niveau, laquelle doit être en talud. Ayant prolongé la ligne du milieu HC vers K, on fera le profil de ce talud au deſſous du diametre des impoſtes AB, comme en KCT, ou ſeulement le complement du talud, qui eſt ſon inclinaiſon avec un plan vertical, repréſenté ici par AB, ſçavoir l'angle ACT, la ligne TCS repréſentera la poſition de l'axe à l'égard du diametre HK, qui eſt la *ſouſeſſieu*. Il eſt viſible qu'on auroit trouvé la même poſition en prenant le profil au deſſus de AB ; mais on ne conſidere ici que le demi-diametre CT, qui eſt ſous AC, on en dira la raiſon ci-après.

2.° Si, à pente égale, la face étoit en ſurplomb, au lieu de cet angle il faudroit prendre ſon ſupplement à deux droits TCH ou KCS.

3.° Si le Berceau étoit en deſcente droite, au lieu de faire l'angle de ſon profil au deſſous du diametre horiſontal AB, on le feroit au deſſus, comme en SCB.

4.° Si au lieu de la deſcente on conſideroit la même inclinaiſon comme une montée, on feroit ſon profil au deſſous comme en ACM.

5.° Suppoſant toujours l'eſſieu perpendiculaire au diametre AB, mais incliné à l'horiſon en deſcente, & que de plus qu'au cas précedent, il fût incliné en talud; ayant fait les angles du talud & de deſcente de ſuite, & comme on vient de le dire, l'un deſſus, l'autre deſſous l'horiſontale AB, on prendra ſur le côté du talud CT, un point T à volonté, par lequel on lui menera la perpendiculaire TM, la ligne MC repréſentera l'axe, & l'angle MCH celui de l'eſſieu avec la ſouſeſſieu HK, c'eſt-à-dire, celui de la plus grande obliquité. *Fig.* 96.

6.° Si dans les mêmes circonſtances on conſidere la pente de l'eſſieu, comme une montée à l'égard de la face, on fera l'angle de la deſcente en ACG, & du point T tirant ſur le talud CT la perpendiculaire TG, la ligne GC repréſentera la poſition de l'axe ou eſſieu, à l'égard de la ſouſeſſieu HK, qui ne change point, & l'angle GCK ſera celui de la plus grande inclinaiſon de l'axe du cylindre ſur ſa baſe. *Fig.* 96.

Nous pourrions encore ajoûter ici les cas des *ſurplombs* à ces deux derniers, où nous avons ſuppoſé des taluds, ce qui en feroit huit differens, dans les berceaux de direction perpendiculaire au diametre horiſontal de la face.

En effet il y a huit combinaiſons d'obliquitez; ſçavoir deux inclinaiſons oppoſées de la face à l'égard d'un axe horiſontal, l'une en talud & ſurplomb, deux de l'axe à l'égard d'une face verticale, de montée & deſcente, deux de face en talud à l'égard d'un axe incliné, & deux de face en ſurplomb, à l'égard d'un axe de pareille ſituation, ce qui fait huit cas, où la ſouſeſſieu eſt toujours dans le milieu de la face en HK, & dont l'angle avec l'eſſieu ſe trouve par le profil ordinaire.

Explication démonſtrative.

Premierement, pour le berceau Droit en talud, ſi l'on ſuppoſe la ligne KC du profil KCT, dans le plan horiſontal, & que l'on faſſe mouvoir cet angle autour de ſon côté KC, juſqu'à ce qu'il ſoit dans une ſituation aplomb, il eſt évident, par la conſtruction, que le côté TC repréſentera exactement l'inclinaiſon de la face, comme on peut ſe le repréſenter en faiſant mouvoir le demi-cercle AHB autour de ſon diametre horiſontal AB, juſqu'à ce qu'il ſoit couché ſur la ligne TC, qui dans cette ſuppoſition eſt en l'air; or parce que l'angle HCS eſt égal à TCK, ſi l'on ſuppoſe auſſi la ligne CS dans un plan horiſontal paſſant par AB, enſuite l'angle HCS tourné perpendiculairement à ce plan AB, cette ligne CS alors ſera repréſentée par la ligne C*u*, comme TC l'eſt par *t* C, & la ligne C*u* partie de CH, qui paroît en élevation dans une *Fig.* 94.

ſituation verticale ſera inclinée en ſurplomb, comme TC à l'égard de CK l'eſt en talud.

Secondement, ſi au lieu de ſuppoſer la même CH couchée en talud ou en ſurplomb, on la ſuppoſe aplomb, il eſt viſible que l'angle HCS reſtant le même, la ligne SC repréſentera une inclinaiſon en montée; de ſorte que ſuppoſant cette ligne MS tourner ſur ſon milieu C, juſqu'à ce qu'elle ſoit perpendiculaire au diametre AB, le point M tombera ſur *m*, & le point S ſur *u*, & alors toute la ligne MS ſera repréſentée par la hauteur *m u*, qui eſt la difference du niveau des points M & S, & les perpendiculaires M*m*, S*u* ſeront les ſinus droits de l'angle SC*u* ou MC*m*, qui exprime la plus grande obliquité de l'axe ſur la baſe du cylindre, c'eſt-à-dire, de l'eſſieu ſur le plan de la face AHB.

Fig. 96. *Troiſiémement*, ſi le berceau eſt en deſcente & en talud, comme on le ſuppoſe à la montée de la gauche de la fig. 96. il ſera facile de reconnoître que le talud diminuë l'obliquité de l'eſſieu avec la face en deſcente; par conſéquent qu'il rend l'angle du profil moins obtus, & au contraire plus aigu avec la face en montée; c'eſt pourquoi dans la conſtruction l'angle du talud ACT eſt ajouté à celui de la deſcente MCA, & qu'au contraire, il eſt retranché de celui de la montée GCA, ce qui donne l'angle de la deſcente MCH plus grand que GCK, ou ce qui eſt la même choſe *i* CK = à ſon oppoſé au ſommet HC*d* plus aigu que HCM de la quantité de l'angle *d*CM égal à celui du talud ACT.

Pour s'en convaincre, ſoit tirée HV parallele à MC, & les lignes VT & *u*C ſuppoſées aplomb & perpendiculaires à TC, qu'on prend pour horiſontale. Soient de plus les angles VM*b* *u*CH égaux à ceux du talud, il eſt viſible que la ligne *b* M repréſente le talud de la face de deſcente à l'égard de l'aplomb VM, & *u*C le talud de la face en montée à l'égard d'un aplomb HC, ou d'une horiſontale CB; alors on reconnoîtra que l'angle du talud VM*b* diminuë l'obliquité de l'axe CM ſur la face MV, & qu'il augmente celle du même axe à l'égard de la face C *u*. C'eſt-à-dire, qu'il rend leur angle MC*u* plus aigu, & ſon ſuplément *u*C*x*, qui eſt l'angle de montée, plus obtus.

Ou il faut remarquer que la ligne du milieu HC a toujours une ſituation aplomb en apparence dans les élevations où AB eſt horiſontale; parce qu'étant la projection du plan vertical perpendiculaire à AB, elle ſe confond avec toutes les lignes qu'on peut tirer dans ce plan, telle eſt celle du talud; ainſi on eſt obligé de ſuppoſer une autre ligne verticale C*u*, pour exprimer l'angle du talud *u*CH, & par conſéquent de ſuppoſer une autre horiſontale CT, qui lui eſt perpendiculaire, à

laquelle tirant la perpendiculaire TM ou TV, on a une parallele à C*u*, qui eſt par conſéquent auſſi verticale devant la face ſupérieure, comme C*u* l'eſt ſur l'inférieure ; auquel cas, ſi ſans changer la baſe horitale TC on vouloit exprimer une montée de face en talud, il faudroit encore retrancher l'angle *u*C*y*, & la ligne HC qui repréſentoit un aplomb ſur l'horiſon AB, repréſenteroit alors un ſurplomb ſur l'horiſon TC, ce qui eſt aſſez clair pour qu'il ne ſoit pas néceſſaire de s'y arrêter davantage.

3.°

Du Berceau ſimplement Biais.

Dans tous les cas précedens nous avons trouvé que la ſouſeſſieu, ou diametre de la plus grande obliquité étoit ſur le milieu de la face; ici nous la trouverons à la ligne de niveau AB dans une ſeule ſuppoſition, que le berceau ſoit horiſontal, & ſa direction oblique ſur le diametre AB ; alors comme dans le premier cas du berceau Droit, la méthode de Deſargues n'a rien de particulier ; car la projection de l'arc de face ſe fait à l'ordinaire ſur le diametre horiſontal AB, & l'angle de l'axe avec la face eſt donné par le plan horiſontal.

Soit, par exemple, la moitié de la Fig. 95. la face AHB, dont le diametre AB horiſontal eſt biais ſur la direction du piedroit du berceau MB, ou de ſa parallele par le milieu LC qui eſt l'axe, il eſt clair que l'une & l'autre de ces lignes étant dans le plan horiſontal, elles ſont placées l'une à l'égard de l'autre ſans aucun changement cauſé par la projection; ainſi AB eſt ſans contredit le diametre de plus grande obliquité, & HK perpendiculaire au plan horiſontal, ſur lequel il n'eſt repréſenté en projection, que par le point C, ſera la *Traverſeſſieu*, qui eſt le diametre Droit ſur l'axe oblique ; ce qui eſt l'inverſe des cas précedens, où AB étoit le Droit ſur l'axe oblique, & HC celui de la plus grande obliquité ; mais ce cas eſt unique, car s'il y a du talud ou de la deſcente, l'obliquité ne ſe trouvera plus ni dans l'un ni dans l'autre de ces diametres. *Fig. 95.*

Des Berceaux à double obliquité.

1.° *Biais & en Talud ou en Surplomb.*

2.° *Biais & en Deſcente ou en Montée.*

C'est proprement dans ces ſortes de Traits & les ſuivans, que la méthode de Deſargues eſt intrinſéquement differente de l'ordinaire des Auteurs de la coupe des pierres ; mais bien loin de la trouver ridicu-

le comme eux, je lui donnerois la préference ſur toute autre, ſi elle préſentoit un peu plus diſtinctement à l'idée les avances & les reculemens des ſurfaces des panneaux, dont les figures ſont un peu difficiles à trouver & à reconnoître dans leur place; c'eſt la ſeule raiſon qui m'a empêché de la ſuivre.

Fig. 95. Soit [*Fig.* 96.] ABFV le plan horiſontal d'un berceau biais, dont la face AHC doit être inclinée en talud ſuivant un angle donné TOX, ayant pris à volonté ſur la ligne du milieu CQ, qui repréſente l'axe, un point X, on tirera de ce point une perpendiculaire XO ſur le diametre AB, qu'elle coupera en O, d'où on tirera la ligne OT égale à OX, faiſant l'angle XOT égal à celui du talud, ou AOT égal à ſon complement.

Du point X on tirera ſur OT une perpendiculaire X*p*, qui coupera OT en *p*, on portera O*p* en O*t* ſur OX, & par le point *t* & le centre C on tirera le diametre DI, qui ſera celui de la plus grande inclinaiſon, appellé par Deſargues la *ſouſeſſieu*.

Cet Auteur la cherche d'une autre maniere, il fait OT égal à OX, & par le point T mene à OX la perpendiculaire T*t*, qui la rencontre en *t*, par où & le centre C il tire la ſouſeſſieu, ce qui revient au même, comme il eſt facile de le démontrer; car à cauſe des triangles ſemblables TO*t*, X*p*O rectangles, l'un en *t* & l'autre en *p*, qui ont l'angle TOX commun, & TO=OX, par la conſtruction; donc *p*O = *t*O, *ce qu'il falloit démontrer*.

Presentement pour avoir l'angle que fait ce diametre avec l'axe du berceau ou *l'eſſieu*, on fera un triangle CE*t* avec les trois lignes CX, qui eſt partie de l'axe horiſontal, X*p* & *t*C, ou ſuivant Deſargues, on élevera au point *t* ſur C*t* la perpendiculaire *t*E égale à *t*T, & l'on aura le point E, par lequel & le centre C on tirera EC, qui donnera l'angle EC*t* qu'on cherche.

Si au lieu du biais & en talud on avoit eu un biais & ſurplomb, on prendroit le ſuplément de l'angle ECI, qui eſt ECD.

Si au lieu du biais & talud on avoit eu du biais en deſcente, la conſtruction ſeroit la même que pour le biais & ſurplomb, on auroit mis l'angle de la deſcente au deſſus de AB, au lieu qu'on a mis celui du talud au deſſous; & au contraire, ſi on avoit eu du biais en montée on auroit operé tout comme pour le talud.

Explication Démonſtrative.

Puisque le diametre de la plus grande obliquité eſt la ſection de la baſe d'un cylindre par un plan paſſant par ſon axe perpendiculairement à cette baſe, il doit paſſer par la ligne CX, qui eſt l'axe horiſontal, & la ligne X*p* perpendiculaire au talud O T, qui a été tracé ſur le plan horiſontal; parce qu'on ne peut repréſenter une ligne en l'air ſur ce plan.

Presentement pour concevoir plus facilement la raiſon de cette conſtruction, il faut ſuppoſer que le demi-cylindre du berceau eſt mis dans une ſituation differente; au lieu qu'on ſuppoſoit l'axe dans l'horiſon, nous y ſuppoſerons la baſe ou face du berceau, & l'axe incliné élevé au deſſus; alors la ligne du profil OT ſera exactement la même que l'ordonnée OX avec ſa diviſion en *t*, qui étoit en *p*, & parce que *p*X lui eſt perpendiculaire, cette ligne *p*X ne ſera repréſentée en projection horiſontale que par le ſeul point *t*, lequel conſideré élevé en l'air d'un intervale de hauteur *p*X ſur le plan de la baſe, repréſentera auſſi le point X de l'axe CX, & *t*C repréſentera cette portion d'axe; par conſéquent la ſeule ligne *t*C pourra être conſiderée comme la projection d'un triangle égal à *t*CE; puiſqu'on doit imaginer ſur *t* une verticale égale à FX = T*t* = *t*E par la conſtruction, qui eſt la hauteur d'un point E de la circonference de la baſe ſur le plan horiſontal, & dans notre changement de poſition, celle du point K de l'axe ſur la face en talud, couchée ſur le plan horiſontal, de ſorte que CE = CX repréſente cette portion d'axe dans ſon étenduë, laquelle a auſſi ſa projection en *t*C, qui eſt partie d'un demi-diametre CI; donc l'angle ECI ou ſon égal ICK ſera celui de l'axe avec le diametre de l'interſection des plans de la face en talud, & celui qui lui eſt perpendiculaire paſſant par l'axe, puiſqu'il paſſe par CK & par E*t* ou *p*X, c'eſt-à-dire, que cet angle eſt celui de la plus grande obliquité de l'axe ſur la baſe du cylindre, & ſuivant le langage de Deſargues, celui de l'eſſieu avec la ſouſeſſieu, *ce qu'il falloit démontrer.*

On auroit pû expliquer cette conſtruction ſans imaginer un changement de ſituation du cylindre, mais avec un peu plus de difficulté; car il faut concevoir que le triangle rectangle C*t*K ou ſon égal CE*t*, ſe meut autour de ſon côté C*t*, que par cette révolution le point K étant parvenu en *g*, ſe trouve dans le plan vertical paſſant par l'axe CX, & qu'alors le triangle *t*C*g* eſt la projection de la partie du plan incliné à l'horiſon, mais perpendiculaire à la baſe paſſant par l'axe, compriſe entre cet axe CX & le diametre EC repréſenté par *t*C; or par la ſuppoſition de la révolution autour de *t*C, *t g* repréſente *t*K, ou

$tE = tT = pX$, Cg repréſente CK ou CE, & tC eſt commun au triangle de la projection horiſontale tCg & à ſa valeur tCE; mais à cauſe que Xp eſt perpendiculaire à TO, par la conſtruction, & à tC, comme nous l'avons démontré ci-devant, la ligne tg ſera la repréſentation d'une ligne perpendiculaire aux deux tO, tC; par conſéquent au plan de la baſe, dans laquelle eſt un point de l'axe g, repréſentant E ou K ou X, & le point C de cet axe étant immuable, il ſuit que tCg repréſente l'angle de la plus grande obliquité, dont la valeur eſt donnée en tCE, *ce qu'il falloit démontrer.*

Du Biais en Deſcente.

Nous venons de donner la conſtruction des doubles obliquitez du biais & talud, ou biais & ſurplomb. Toutes inclinaiſons égales dans le biais en deſcente, on trouvera par le même moyen la même *ſouſeſſieu* & la même *eſſieu* qu'on a trouvé dans la figure précedente pour le biais en talud.

Fig. 95. Soit [*Fig. 95.*] l'angle BCL, l'obliquité de la direction horiſontale du berceau ſur le plan de la face, que nous ſuppoſerons premierement verticale ſur le diametre AB, ayant tiré d'un point L, pris à volonté la perpendiculaire indéfinie LO ſur ce même diametre, on fera au point O où elle le coupe, l'angle GON égal à celui de la deſcente; puis ayant fait OG égal à OL, on élevera ſur AB prolongée au point G la perpendiculaire GN, qui coupera le profil de la deſcente NO au point N; enſuite on portera la hauteur GN en On ſur Lf, pour y avoir le point n, par où & par le centre C, on tirera le diametre ID, qui ſera la *ſouſeſſieu.*

Pour trouver l'eſſieu on fera comme au cas précedent nS perpendiculaire ſur DI & égale à Nn, qui donnera le point S, par lequel & par le centre C, on tirera la ligne SE qui ſera l'eſſieu, & l'angle DCS ou ſon oppoſé au ſommet ICE, celui de la plus grande obliquité de l'axe ſur la baſe du cylindre.

La démonſtration eſt évidemment la même qu'au cas précedent; puiſqu'il n'y a d'autre difference de conſtruction, que de placer ici au deſſus de l'horiſontale ce qu'on avoit placé au deſſous; parce qu'il eſt évident que ſi l'on avoit un berceau horiſontal en ſurplomb, & qu'on inclinât ſon axe en deſcente, la face qui étoit en ſurplomb deviendroit aplomb, comme nous l'avons expliqué ci-devant.

Ce que nous diſons du biais en deſcente s'applique auſſi très naturellement au berceau biais & en montée, en faiſant le contraire, c'eſt-à-dire,

à-dire, en mettant l'angle de la montée ſous l'horiſontale, comme on a fait pour le biais en talud. En effet ſi l'on incline en montée l'axe d'un berceau biais & en talud, on pourra ſans aucun changement que cette inclinaiſon, mettre aplomb la face qui étoit en talud.

5.°

Des Berceaux à triple obliquité.

1.° *Biais en Deſcente & en Talud ou Surplomb.*

2.° *Biais en montée & en Talud ou en Surplomb.*

Soit [*Fig.* 96.] la face AHB celle d'une deſcente, dont l'obliquité ou biais horiſontal eſt l'angle LCB, ayant tiré comme ci-devant par un point L, pris à volonté ſur la projection LC de l'axe en deſcente, une perpendiculaire L*n* à ſon diametre horiſontal AB, on fera ſous ce diametre au point O l'angle du talud LOP, ou ſon complément POB, & au deſſus de la même ligne, le profil ou angle de deſcente BON; puis ayant fait OP = OL, on tirera ſur OP la perpendiculaire PN, qui coupera le profil de la deſcente en N, par où menant N*n* parallele à AB, qui coupera L*n* au point *n*, on tirera par *n* & le centre C la ligne DI, qui ſera la *ſouſeſſieu* ou diametre de plus grande obliquité.

Ensuite pour trouver la poſition de l'eſſieu à ſon égard, on lui fera au point *n* la perpendiculaire *nq* égale à *n*N, & par ſon extrémité, & le centre C on tirera la ligne ES*q*, qui repréſentera *l'eſſieu*.

Si au lieu de deſcente il s'agit de *montée biaiſe & en talud*, ſuppoſant la même obliquité LCB & le même talud BOP, on fera l'angle ou profil de la montée BOF ſous l'horiſontale AB, comme le talud; puis ayant fait OP égale à OL, on menera au point P la ligne PF perpendiculaire à OP, qui coupera le profil de la montée FO au point F, par où on tirera F*f* perpendiculaire à L*n*, qu'elle coupera au point *f*, la ligne *i d* menée par ce point *f*, & le centre C ſera la *ſouſeſſieu*, ou diametre de plus grande obliquité.

La poſition de l'eſſieu à ſon égard ſe trouvera comme à l'ordinaire, en faiſant au point *f* une perpendiculaire *ff* à *di*, & tirant par les points *s* & C la ligne *se*; il eſt clair que quand même la montée ſeroit égale à la deſcente, les angles d'obliquité ne ſeroient pas pour cela égaux, par les raiſons que nous avons donné au 2.e article, que le talud de la deſcente diminuë l'angle de l'obliquité de l'axe avec la face, & qu'au contraire il l'augmente dans la face en montée & en talud, ſoit qu'il y ait du biais ou qu'il n'y en ait pas.

Il n'eſt pas néceſſaire d'ajouter une démonſtration aux précedentes; puiſque cette augmentation d'obliquité n'eſt qu'une compoſition de celles que nous avons expliqué en particulier, & dont nous avons démontré la juſteſſe de la conſtruction.

Application & Uſage des Angles de plus grande obliquité & de leurs côtez.

Avant fait la diviſion du ceintre de face en ſes vouſſoirs à l'ordinaire, on fera la projection de ſes diviſions, non ſur le diametre de la face, comme on a coutume de faire dans la maniere ordinaire, mais ſur la ſouſeſſieu, laquelle ne ſe confond avec ce diametre que lorſque le berceau eſt Droit, encore peut-on la mettre en toute autre poſition; puiſque tous les diametres peuvent être pris pour la ſouſeſſieu; parce qu'ils ſont tous perpendiculaires à l'axe; ainſi en quelque ſituation que ſoit un diametre, aplomb, de niveau, ou incliné, il fait toujours le même angle avec ſon axe.

C'est pourquoi 1.o *dans le Berceau Droit* [*Fig.* 94.] on prendra, ſi l'on veut, AB pour ſouſeſſieu, & ſa perpendiculaire CH pour eſſieu, non qu'elle ſoit en réalité dans la même ſurface, puiſqu'elle lui eſt perpendiculaire, mais on l'y tranſporte pour y tracer l'épure, & parce qu'elle n'y eſt pas néceſſairement, il ſuit qu'on peut faire l'épure ſéparement de l'élevation de la face, il ſuffit d'avoir l'ouverture de l'angle des lignes d'eſſieu & de ſouſeſſieu, & la projection des diviſions de la face ſur la ſouſeſſieu.

Il eſt donc clair que deux lignes à l'équerre ſuffiſent pour faire l'épure d'un berceau Droit, comme [*Fig.* 94] AB & HK, & qu'on peut faire la projection des diviſions 1, 2, 3, 4 ſur la ligne AB, ou ſur la ligne CH; puiſque ſi l'une eſt priſe pour ſouſeſſieu, l'autre ſera priſe pour l'eſſieu. Cette projection étant faite, on s'en ſervira pour faire les panneaux, ſuivant la méthode ordinaire; car dans le cas du Berceau Droit, celle-ci n'en differe en aucune façon.

Fig. 94. 2.o Dans les berceaux Droits, mais en talud, ſurplomb, montée, ou deſcente, où la ſouſeſſieu ſe trouve dans une ligne aplomb KH, & où l'eſſieu ne lui eſt pas perpendiculaire, mais incliné comme MS, les projections des diviſions doivent ſe faire par des horiſontales 1 *u*, 2 V ſur HC; puis des points *u*, V, où ces lignes rencontrent la ſouſeſſieu, on abaiſſera des perpendiculaires *u r*, VR ſur l'eſſieu MS, leſquelles ſont les hauteurs des retombées de l'arc-Droit; parce qu'elles ſont des ſections des plans paſſans par les diviſions 1 & 2 perpendi-

culairement à l'axe ; & au lieu que dans la maniere ordinaire elles sont toutes dans un plan coupant le berceau perpendiculairement à l'axe ; dans celles-ci elles sont dans la situation du parallelograme par l'axe.

Cette seconde instruction de pratique doit s'entendre non seulement pour les cas que je viens de nommer, mais encore pour les autres de double & de triple obliquité ; il suffit d'avoir trouvé la sousesseu placée dans l'arc de face, & ensuite l'angle que cette ligne fait avec l'axe du berceau.

Comme il arrive que la sousesseu DI est souvent inclinée au diametre horisontal AB, les projections des divisions de l'arc de face se font de part & d'autre de cette ligne, comme on voit à la figure 97. où la partie de l'arc A6D est au dessus de ID, & la partie DB au dessous ; ainsi on tirera d'un côté les perpendiculaires *a*F, 1P, 2*p*, 3R, & de l'autre côté *bq*, 4*q*, ce qui fait un mélange de divisions sur la ligne ID, qu'il faut avoir soin de distinguer par les chiffres de leur origine, faute de quoi cette maniere fournit de fréquentes occasions de se tromper. *Fig.* 97.

Il est visible qu'on doit en user pour l'extrados A6D comme pour la doële *a*2T, & pour D8B comme pour T4*b*.

Pour la seconde operation on tirera par toutes les divisions que la projection inclinée a donné sur la sousesseu DI, des perpendiculaires sur l'essieu ES, comme PQ, *n*V, R*r*, G*g*, F*f*, qui donneront les hauteurs des retombées de l'arc-Droit, non pas sur un plan horisontal, mais sur le plan d'une section par l'axe perpendiculaire à celui qui passe par l'essieu & la sousesseu.

Elles donneront de plus les angles des têtes des panneaux de lit & de doële, en les prolongeant au delà de l'essieu ES.

Premierement, pour les panneaux de doëles, elles expriment les avances & reculemens d'une division de vousoir à la suivante ; ainsi puisque les points Q & *r* provenans des divisions 2 & 3, marquent l'intervale, dont un de ces joints 2 avance plus que l'autre 3, sur le plan passant par l'axe, & le diametre de plus grande obliquité ; il est clair que l'angle que fait le joint de lit, qui est toujours parallele à l'axe, avec la corde 2 3 de la doële plate, sera toujours égal à celui qui se fera à l'axe même avec cette corde, placée entre les avances Q & *r* ; c'est pourquoi on prendra avec le compas la corde 2 3, & plaçant une de ses pointes en Q, provenant du point 2, on fera avec l'autre pointe un arc, qui coupera la ligne R*r* prolon-

gée [laquelle provient du point 3] en un point z, par lequel menant une ligne z*n* parallele à QS on aura pour le panneau de doële la fig. SQz*n*.

Secondement, pour les panneaux de lit on en uſera de même, en plaçant entre les paralleles *p*Q & V*n*, provenant des diviſions 2 & 6 de la doële 2, & de l'extrados 6, la longueur 26 du joint de tête de l'arc de face; ainſi on trouvera le point Y par l'interſection d'un arc fait du centre Q, & de l'intervale 2, 6, pour rayon avec la ligne VY qu'il coupera en Y, par où ſi l'on mêne une parallele Y*o* à l'axe ES, on aura le trapeze OQY*o* pour le panneau de lit de la ſeconde diviſion, qui eſt le lit de deſſus du ſecond vouſſoir, & celui de deſſous du troiſiéme.

Pour ne pas embroüiller l'épure de trop de figures, & ſéparer celles de differente eſpece, comme les lits & les doëles, qui s'y trouveroient mêlez, & cauſeroient de la confuſion, on peut les ranger enſemble dans une figure à part, comme on voit à la figure 98. où l'on a mis les lits d'un côté & les doëles de l'autre. *Fig.* 98.

Ayant tiré deux lignes D I & E, S, qui ſe croiſent perpendiculairement en M, on portera de ce point M les largeurs des doëles d'un côté & des lits de l'autre, priſes perpendiculairement à la ligne ES de la fig. 97. comme *n* S, O*o* &c., qui donneront ſur la ligne D, I' des points 1, 2, 3, 4, par leſquels on menera autant de paralleles à ES, comme 2T, z*u*; puis ſi les vouſſoirs ſont égaux ſur l'arc de face; du point M pour centre & de l'intervale d'une doële *a* 1 de la figure 97. on fera un arc de cercle, qui coupera toutes les paralleles Vz aux points z; de même ſi l'on prend pour ſon arc le rayon du joint de tête 1 5 de la fig. 97, il donnera tous les points *y y* de la figure 98.

On tirera plus commodément & ſans confuſion toutes les largeurs de doële & de lit, en formant l'arc-Droit comme il ſuit:

On tracera par le centre C une perpendiculaire 7K, à l'eſſieu ES, ſur laquelle on renverra les diviſions de la ſouſeſſieu, provenant des joints de tête 1, 2, 3, 4 par des perpendiculaires à K7, ou, ce qui eſt le même, des paralleles à l'eſſieu, ſur leſquelles on portera les longueurs des perpendiculaires tirées par les diviſions de l'arc de face à la ſouſeſſieu. *Fig.* 97.

Pour ne pas embroüiller la figure d'une trop grande quantité de lignes, il eſt à propos d'en faire une à part, comme on voit à la fig. 99. *Fig.* 99.

Ayant transporté les lignes ES & DI *di* en EM, de la fig. 97. faisant entr'elles le même angle, on prendra sur la ligne DI toutes les divisions provenantes des perpendiculaires, tirées à cette ligne par les joints des voussoirs, qu'on portera en *di*.

Ensuite on tirera par le centre C une ligne D' 1' perpendiculaire à l'essieu ES, & par les divisions de la sousessieu *efghiklmnop*, on menera des paralleles à l'essieu ES, qui couperont la ligne D' 1' aux points A, *a*, 5, 1, 2, 6, 3, 7, &c. desquels points, comme termes, on portera sur les paralleles à l'essieu les longueurs des ordonnées à la sousessieu, prises à la figure 97. sçavoir GA en A A, F*a* en *fa'*, *b*5 en 5 5', P 1 en 1 1', ainsi de suite, & l'on aura les points *a'* 1' 2', 3', 4', &c. pour les divisions de la doële, par lesquels on tirera les droites *a'* 1', 1 2', 2 3', qui donneront un poligone formé par la suite des doëles plates de l'arc-Droit.

La même chose se fait pour l'extrados.

Presentement, il est clair que l'on a tout ce qui est nécessaire pour tracer les voussoirs sur la pierre; car on a les panneaux de lit & de doële & les biveaux de lit & de doële à l'arc-Droit, comme dans les Traits de la maniere ordinaire.

Explication Démonstrative.

Nous avons rendu raison de la justesse de l'operation pour trouver l'essieu & la sousessieu dans toutes les circonstances de biais, talud & descente données, il reste présentement à montrer que l'arc-Droit est bien trouvé.

Puisque la sousessieu est le diametre de la plus grande obliquité, il sera aussi le plus grand de tous les diametres, si la face du berceau étoit Elliptique; parce qu'il en seroit le grand axe, & supposant que le berceau ait la face circulaire, comme lorsqu'il est moitié du cylindre scalene, ce diametre de sousessieu, quoiqu'égal à tous les autres, sera toujours plus grand que celui de la section perpendiculaire à l'axe, puisqu'il lui est incliné; mais les lignes perpendiculaires au plan par l'axe, & ce diametre de sousessieu seront toutes égales à leurs correspondantes dans l'arc de face & dans l'arc-Droit; c'est pourquoi on a porté les longueurs des ordonnées à la sousessieu comme AG, *a*F perpendiculairement au diametre de l'arc-Droit en AA', *a a'*, &c. parce que l'axe n'est pas incliné à toutes les lignes, qui sont perpendiculaires au plan passant par la sousessieu; mais il l'est à toutes les lignes paralleles ou inclinées à cette sousessieu; c'est pourquoi dans cette

méthode ; en quelque situation que la face soit à l'égard du berceau, on n'a aucun égard ni au talud, ni à la descente ; parce que les lignes tirées des divisions au diametre sur lequel se fait la premiere projection de l'arc de face, ne sont pas comme dans les autres méthodes, des aplombs, ou des lignes inclinées dans un plan vertical, qui peuvent changer de rapport & d'inclinaison à l'égard de l'axe ; dans celles-ci elles sont toujours egales à la largeur du berceau, à toutes les sections des lits ; parce qu'elles sont toujours perpendiculaires au plan par l'axe, qui est perpendiculaire, par la construction, à celui de la face ou base du cylindre. Ingénieuse invention de Desargues, qui auroit dû lui faire honneur, s'il n'avoit pas affecté de la rendre mysterieuse, & difficile à deviner ; il auroit mieux fait d'en inferer l'explication & la démonstration dans le Livre de Bosse, que ce pitoyable extrait des Régistres de la Communauté des Maîtres Maçons de Paris, pour prouver que Charles Bressi n'avoit pas été refusé pour avoir voulu faire son chef-d'œuvre suivant la nouvelle méthode, & prendre querelle avec un Critique ignorant, qu'il auroit terrassé par la seule démonstration.

CHAPITRE VI.

DES VOUTES CONIQUES.

En Termes de l'Art.

Des Trompes & Voutes en Canoniere.

ON connoît ce genre de voute en Architecture sous differens noms. Celles qui sont des moitiez de cônes continuées jusqu'au fond de sa pointe, c'est-à-dire, de son sommet, s'appellent *Trompes* ; celles qui ne sont que des moitiez de cônes tronquez, dont les impostes se referrent sans se joindre, s'appellent *Voutes en Canonieres.*

CETTE difference de nom n'en cause aucune au Trait de l'épure, ni à l'exécution ; car on est obligé de réduire tous les voussoirs des trompes à des portions de cône tronqué ; parce que la fragilité de la pierre ne permet pas qu'on puisse la tailler en angle aussi aigu que le seroit leur pointe vers le sommet du cône, s'ils y aboutissoient. Pour obvier à cet inconvénient, & pour la beauté de l'apareil, on fait le fond de la trompe d'une seule piece, qu'on appelle *Trompillon*, au tour duquel les voussoirs s'arrangent en rayon, & s'appuyent sur les côtez, & quelquefois en partie sur un lit de tête, dont la surface est assez gran-

de pour qu'elle ait une ſolidité capable de réſiſter aux coups des outils, dont on ſe ſert pour tailler la pierre, & aux chocs ou aux efforts des outils en la poſant.

Pour donner une juſte idée de cette eſpece de voutes, nous en allons expliquer la generation.

Tout le monde ſçait que la ſurface d'un cône eſt la trace d'une ligne Droite SA, immobile ſur une de ſes extrémitez S, qui parcourt en A une courbe circulaire ou Elliptique AHE appellée baſe, & que la ligne SC, menée du point immobile au centre C du cercle ou de l'Ellipſe s'appelle *l'axe* du cône. *Fig.* 100.

Comme il ne s'agit pas ici ſimplement d'une ſurface de cône, mais d'une voute ſolide, compriſe entre deux ſurfaces, l'une concave, l'autre convexe, nous devons expliquer la generation de la trompe Droite par le *mouvement d'un trapeze ABsS, immobile ſur ſon côté sS, au tour duquel il fait la moitié d'une révolution.*

Si ce trapeze fait partie d'un triangle rectangle ACS, qui ſe meut ſur ſon côté SC, il formera cette eſpece de ſolide qu'on appelle *Trompe Droite*, qui eſt compris par deux ſurfaces de cônes, l'une concave, qui eſt la doële, l'autre convexe, qui eſt l'extrados, leſquelles ont une partie de leur axe sS commun, & une partie du diametre de leur baſe, que nous appellons *l'Arc de face.*

Corollaire.

D'ou il ſuit 1.° qu'en quelque ſituation que ſoit le triangle ACS, horiſontale, verticale ou inclinée, le trapeze ABsS, qui eſt la ſection de la voute, appellée *Lit*, ſera toujours dans le plan qui paſſe par l'axe SC.

2.° Que ſes côtez reſtant à même diſtance entr'eux dans ce mouvement, marqueront un intervale toujours égal entre les deux ſurfaces de la doële & de l'extrados, ſuppoſant la voute d'égale épaiſſeur.

3.° Qu'un des côtez de ce trapeze, qui eſt à la ſurface de la baſe du cône appellée la *Face* de la trompe, tendra toujours au centre C de cette face, qui eſt néceſſairement circulaire; ſuivant cette generation, laquelle eſt perpendiculaire à la trompe droite circulaire. Mais comme il y a des trompes, dont la face quoique perpendiculaire à l'axe, n'eſt pas circulaire, mais Elliptique, & d'autres dont la face, quoique circulaire, n'eſt pas perpendiculaire à l'axe, d'autres enfin ou elle n'eſt ni perpendiculaire à l'axe ni circulaire; il faut toujours en

revenir à la generation du cône pour chacune des deux ſurfaces, qui comprennent l'épaiſſeur de la voute, ou bien, en ſuppoſant le trapeze ABrS, conſiderer que ſes angles changent d'ouverture à meſure qu'il fait ſa révolution, que ſes côtez s'alongent & ſe racourciſſent, comme ceux d'un cône ſcalene, lorſque la baſe qu'il parcourt n'eſt pas perpendiculaire à l'axe SC, & que lorſqu'elle lui eſt perpendiculaire, & de contour Elliptique, ce trapeze ne ſe meut pas au-tour d'un axe, mais perpendiculairement à la tangente de chaque point de l'Ellipſe, qu'il parcourt par ſa tête mobile; cela ſuppoſé, nous allons commencer par la Trompe droite circulaire, c'eſt-à-dire, par le cône Droit.

PROBLEME XIII.

Faire une Voute Conique de face plane, qui ſoit portion d'un Cône Droit circulaire, ou d'un Cône ſcalene, conſideré comme Droit ſur une baſe Elliptique.

En Termes de l'Art.

Faire une *Trompe Droite* dans un angle rentrant *en plein ceintre*, *ſurhauſſée ou ſurbaiſſée*, ou bien *une Voute en Canoniere.*

Fig. 101. PAR le mot de *Trompe Droite* nous entendons celle dont l'axe & les impoſtes ſont de niveau, & la face aplomb à l'équerre ſur le milieu de la trompe, ce qui comprend deux cas, l'un où la face eſt circulaire, qui fait ce que le P. DERAN appelle la *trompe fondamentale*, repréſentée en perſpective à la figure 101. l'autre où la face eſt ſurhauſſée ou ſurbaiſſée.

Premier cas, *de la Trompe Droite Circulaire.*

PAR l'explication que l'on a donné de cette trompe dans ſa generation, il eſt viſible qu'elle eſt très uniforme dans ſes parties.

CAR ſi la diviſion de la face en ſes vouſſoirs eſt faite de parties égales, un ſeul vouſſoir repréſente tous les autres. Les panneaux de tête, de lit & de doële ne ſouffriront aucun changement d'un vouſſoir à l'autre.

1.o Les têtes ſeront des portions de couronnes de cercles égales, Par la conſtruction.

2.o Les panneaux de doële plate ſeront des triangles iſoſceles égaux.

3.o Et les lits des trapezes auſſi égaux, dont les angles aigus ſont de 45. degrez, ſi l'angle rentrant, dans lequel on fait la trompe eſt Droit, & les obtus de 135. cela ſuppoſé. SOIT

Soit [*Fig.* 102.] le triangle ASE le plan horiſontal de la Trompe, & la figure ASED*s*B celle de ſon épaiſſeur à ſes impoſtes, qu'on ſuppoſe de niveau. Soit auſſi la portion de couronne de cercle AHR, D*b*B l'arc de face de la trompe, diviſé en ſes vouſſoirs à l'ordinaire par des joints de tête, qui tendent à ſon centre C. Ayant abaiſſé de chacune de ces diviſions 1, 2, 3, 4 des perpendiculaires au diametre AR, qui le couperont aux points *p* P, &c. on tirera de chacun de ces points des lignes au ſommet *s* de l'angle B*s*D de la doële, leſquelles ſeront les projections des joints de lit, qui ne peuvent ſervir, comme dans les voutes cylindriques, à en prendre les meſures; parce que toutes ces lignes, excepté celles des impoſtes AS, ES, ſont des repréſentations de lignes inclinées à l'horiſon, qui ſont par conſéquent racourcies dans cette projection; mais elles ſerviront dans les autres cas pour trouver les veritables longueurs des panneaux de lit & de doële.

Je dis dans les autres cas; parce que ſuppoſant la trompe Droite circulaire, la valeur de chacune de ces projections eſt égale à *s*D, longueur du côté à l'impoſte. Ainſi pour former les panneaux de doële plate tout eſt donné; il ne s'agit que de faire un triangle iſoſcele C*d d*^{4} où l'on voudra, qui ait deux côtez égaux à *s*D, & le troiſiéme égal à la corde de l'arc D4, ce que l'on a fait dans la fig. 103. en faiſant du point C pour centre & *s*D pour rayon un arc *d d*^{4}, dans lequel on inſcrit la corde 4 D. *Panneaux de Doële.*

2.° *Les panneaux de Lit* ſont donnez dans le plan horiſontal, parce qu'ils ſont tous égaux au trapeze d'une impoſte *s*DES ou AS*s*B, par la raiſon de la generation de cette trompe.

3.° Les panneaux de tête ſont auſſi donnez ſur l'élevation; puiſque ce ſont les portions de couronnes de cercle AB15, 1265, &c. qui ſont égales entr'elles, ſi les vouſſoirs ont été faits à tête égales.

Il ne reſte plus à trouver que les biveaux de lit & de doële, comme nous l'avons dit au Probl. 14. du 3.e Livre, dont nous allons faire l'application à cette trompe, par exemple, au deuxiéme ou quatriéme vouſſoir, il n'importe pour lequel dans la trompe Droite à têtes égales, où l'angle de ce biveau eſt toujours le même.

Ayant prolongé la corde 34 juſqu'à la rencontre du diametre AE au point O, on tirera à ce point, par le ſommet *s* de la doële, une ligne *s*O, qui ſera la ſection de la quatriéme doële plate prolongée avec l'horiſon. *Biveau de Lit & de Doële pla*

On prolongera auſſi la projection *s*P du lit, dont il s'agit indéfiniment vers *x*^{3}, & ſur cette ligne on tirera par le point P une perpen-

diculaire $P p^3$ qu'on fera égale à la hauteur de la retombée $3P$. On tirera du point s la ligne sp^3, ſur laquelle on fera une perpendiculaire $p^3 Y$, qui coupera la projection $s x^3$ au point Y, par lequel on lui menera une ſeconde perpendiculaire yz, qui coupera la ligne $s O$ prolongée au point z, & la diagonale de l'angle BsD, ligne du milieu de la trompe en y, on portera la longueur $Y p^3$ en $Y x^3$, & l'on tirera les lignes $x^3 z$, & $y x^3 i$ l'angle $L x^3 i$ ſera celui que l'on cherche.

Presentement, ſi l'on veut trouver le biveau de *doële plate & de tête*, pour ſe diſpenſer de faire des panneaux de lit & abreger ainſi l'ouvrage, on operera comme il ſuit:

A l'extrémité 3 de la corde 3, 4, on lui fera une perpendiculaire 3Q, qui coupera le diametre AE au point Q, par lequel on menera $Q u$ parallele à l'axe Cs juſqu'à ce qu'elle rencontre la ſection Os de l'horiſon & de la doële au point u; enſuite ayant porté la longueur 3Q ſur le diametre EA prolongé en QQ^3, on tirera la ligne $u Q^3$, l'angle $u Q^3 i$ ſera celui du biveau que l'on cherche, lequel eſt moins obtus que celui du panneau de lit sDE, comme on va le voir.

Lorsque la trompe Droite eſt de face circulaire, on peut abreger cette operation, l'uniformité du cône Droit, dont elle eſt une moitié, fournit un moyen plus ſimple, qui ne convient pas aux autres.

Il ne s'agit que de tirer la corde de l'arc d'une tête, par exemple, 4D à la doële, & ſur le milieu l la perpendiculaire lf, dont on portera la longueur de D en x, on tirera xs, l'angle sxE ſera celui du biveau que l'on cherche.

REMARQUE.

Quoique cet angle ſoit peu different de celui du lit à l'impoſte sDE, il ne convient pas de prendre celui-ci sDE pour le biveau de doële plate & de tête comme fait M. de la Rue, page 68. c'eſt le biveau de doële creuſe & de tête; or celui de la doële plate eſt manifeſtement moins obtus; car puiſque l'angle sDE eſt extérieur à l'égard du triangle xDs, il eſt plus grand que l'angle sxD. cette erreur devient d'autant plus ſenſible, que la tête du vouſſoir comprend un plus grand arc de cercle, enfin elle peut aller de pair avec celle que cet Auteur reproche aux panneaux des voutes ſphériques, ſuivant l'ancienne méthode; par conſéquent elle mérite attention chez les amateurs de l'exactitude.

Il nous reſte à dire quelque choſe des joints de doële tranſverſaux, comme ſont ceux des têtes des vouſſoirs, dont le rang eſt fait de pluſieurs

pieces, & lorſqu'il eſt d'un ſeul vouſſoir, celui de la tête inferieure qui s'appuye ſur le trompillon.

La plûpart des Appareilleurs ſont les joints de doële & les lits de tête plans & paralleles au plan de la face, apparemment parce que cette méthode eſt la plus ſimple, par conſéquent la plus commode, en ce qu'il ne s'agit que de retrancher des panneaux de doële & de lit des parties paralleles aux lignes de tête de face, pour faire une ſurface plane, cependant elle n'eſt pas la meilleure, parce que les arêtes des têtes en joints contiguës ſont l'une obtuſe l'autre aiguë; celle du trompillon eſt obtuſe de 135 degrez à la trompe droite circulaire, & celle du vouſſoir qui ſe poſe deſſus fait un angle de 45 degrez, qui eſt trop foible pour qu'on puiſſe en conſerver l'arête vive ſans riſquer de la caſſer, pour peu que la pierre ſoit fragile.

Il conviendroit mieux de faire les têtes intérieures coniques de portions de cônes tronquez, tournez en ſens contraire de celui de la trompe, telles ſont G*eg*, qui ont leurs ſommets en *e* & *e* [*Fig.* 100.] ſur l'axe SC formez par les lignes G*i* & *gi* prolongées, leſquelles par leur révolution autour de l'axe S C de G en *g* forment autant de de cônes, dont les ſurfaces ſont celles des joints en lit tranſverſaux de la trompe.

La raiſon eſt que, par cette conſtruction, la tête inférieure du vouſſoir s'appuye pleinement ſur celle de l'inférieur; ainſi elle décharge les piedroits d'une partie de la pouſſée, au lieu que lorſque les têtes ſont aplomb, l'effort du poid du vouſſoir ſe fait preſque tout ſur les lits collatéraux, & par conſéquent ſur les piedroits qui les ſoutiennent, d'où il ſuit qu'ils ont beſoin d'une bonne épaiſſeur, pour ne pas être écartez par cet effort; nous donnerons les deux manieres de faire les lits en joints tranſverſaux, plans & coniques.

Pour les premiers, ayant déterminé la poſition du joint dans la projection, comme en TN, on portera la longueur SN de la figure 102. en C*n* de la fig. 103. & l'on menera N 4' parallele à *d d*' pour le premier vouſſoir, & du point 4' une autre parallele 4' 3' à la tête du panneau *d*' *d*', ainſi des autres, & après avoir déterminé la tête de la doële plate, on fera la tête inférieure du panneau de lit, comme N*e* de la fig. 102. parallele à DE, pour former par le moyen des deux & trois lignes données une ſurface plane, ſur laquelle on appliquera le panneau de tête de l'arc de trompillon 4" N pour le premier vouſſoir, 4" 3" pour le ſecond, &c. & appuyant la régle ſur le contour de cet arc & de celui de tête de face, on formera la doële creuſe du vouſſoir.

Si la trompe eſt ſurhauſſée ou ſurbaiſſée, on décrira ſur l'axe TN une demi-Ellipſe ſemblable à celle de face B1°b, dont les diviſions 1°, 2° ſeront déterminées par les perpendiculaires q 1°, q 2° élevées ſur les points q, q, des interſections du diametre TN, avec les projections des joints de lit p^1q, p^2q, &c. comme il a été fait pour la partie circulaire L N.

Secondement, pour faire les têtes en lits coniques, il n'y a point de changement à faire au panneau de doële plate dans la poſition du joint de doële; mais bien dans le panneau de lit, où au lieu de prendre Ne parallele à DE, il faut tracer ſur le lit une ligne Nr, perpendiculaire ſur le joint ND, puis par le moyen d'un panneau flexible, formé en arc d'un cercle, qui ait pour rayon Cn, on tracera ſur la doële creuſe un arc n 4' pour le premier vouſſoir, ou 4' 3' pour le ſecond, & on abatra la pierre ſuivant une équerre, dont une des branches qui ſera ſur la doële creuſe, ſera toujours dirigée au ſommet du cône, par les moyens que nous avons donnez pour former cette ſurface au commencement de ce Livre; ainſi on formera une ſeconde ſurface conique creuſe perpendiculaire à celle de la doële qui ſera la tête en lit concave, qu'on doit appliquer ſur la tête en lit convexe du trompillon, ou d'un vouſſoir contigu, en continuation de la doële. Suivant cette conſtruction il eſt viſible que les arêtes des têtes ſeront à l'équerre, au lieu que dans la précedente elles étoient l'une aiguë, l'autre obtuſe: ſecondement que par cette diſpoſition la tête convexe ſert d'appui à la tête concave, au lieu que dans l'autre elle ne ſert qu'à l'arrêter pour ne pas trop avancer vers le trompillon.

Application du Trait ſur la Pierre.

On commencera par former la pointe de la Trompe d'une ſeule pierre appellée Trompillon, après avoir dreſſé un parement pour ſervir de lit, on y appliquera le panneau de l'angle donné TsN, ſur lequel on tracera la diagonale sm; on fera enſuite un ſecond parement d'équerre au premier, ſur lequel on y tracera le demi-cercle TLN, prenant pour ſon diametre TN; puis on abatra la pierre à la régle, tournant ſur le point s immobile par un bout, & faiſant mouvoir l'autre partie de la régle ſur l'arc donné TLN, on formera la ſurface creuſe d'un demi-cône complet, qui fait la naiſſance de l'angle de la trompe, en occupant la place de toutes les pointes des vouſſoirs, qui devroient aboutir au point s.

Pour former les autres vouſſoirs qui ſont des portions de cônes tron-

quez, on peut s'y prendre, comme pour les berceaux, de deux manieres, ou par les angles des lits & de la doële, ou par ceux de doële & de tête, cette derniere étant plus expéditive, parce qu'elle diſpenſe de faire les panneaux de lit, nous la préferons à l'autre.

Après avoir dreſſé un parement pour ſervir de doële plate, on y appliquera le panneau qui convient, lequel ſera égal pour tous les vouſſoirs, ſi la diviſion de leur tête de face a été faite égale, & après en avoir tracé le contour, par exemple, $4^1 d^4 d n$, on prendra le biveau de doële & de tête $e Q^1 i$, ſuivant lequel on abatra la pierre le long du côté $d d^4$, pour former un ſecond parement, ſur lequel on poſera le panneau de tête $4^1 8 E D$, poſant la corde $4D$ ſur l'arête du côté $d d^4$ pour en tracer le contour, puis avec l'angle du ſupplément à deux droits du biveau $e Q^1 A$, on formera la petite tête inférieure, ſur laquelle on appliquera un panneau de l'arc $e N 4^n$ du trompillon; ainſi ayant les deux appuis de la régle à chaque tête on la fera couler ſur ces deux arcs oppoſez, en abatant toute la pierre qui l'excéde, comme il a été dit au commencement de ce Livre, pour la formation des ſurfaces coniques. *Fig.* 103. *Fig.* 102. & 103.

Presentement pour former le lit, on fera couler la régle ſur les lignes de joint de tête, & l'arête de lit & de doële ou ſur la coupe de tête inférieure $4^n 3^n$; l'autre lit ſe fera de même, & le vouſſoir ſera achevé, s'il n'y a pas d'extrados; au cas que la voute ſoit extradoſſée, il ſera facile d'en former la ſurface convexe de la même maniere que pour la concave.

Si l'on s'étoit ſervi du biveau de lit & de doële, après avoir formé les ſurfaces deſtinées pour les lits, il auroit fallu y appliquer les panneaux de lit pour avoir la poſition des arêtes des têtes ſupérieure & inférieure.

Remarque ſur des Erreurs du P. Deran.

Il faut remarquer que pour former la ſurface creuſe de la doële, on doit bien ſe garder de ſuivre la pratique du P. Deran, qui dit, qu'il faut ſe ſervir de la cerche circulaire, formée ſur l'arc du ſecteur, qui eſt le dévelopement du cône, le poſant *quarrément* ſur la doële; car il eſt évident que la ſection perpendiculaire à une doële conique de trompe Droite eſt une Ellipſe, & non pas un cercle. Il faut encore autant éviter ſa pratique de faire ſervir la même cerche à la petite tête comme à la grande, & tout au long du vouſſoir; car il n'eſt pas moins évident, que plus les ſections Elliptiques ou circulaires approchent du ſommet, plus leurs arcs ſont courbes dans des intervales égaux.

Il fait une troiſiéme faute dans l'uſage de la cerche formée ſur l'arc de face en la poſant obliquement. De quelque façon qu'elle ſoit poſée elle ne peut convenir qu'à la baſe du cone, qui eſt la face de la trompe, & nullement plus près du ſommet, par la raiſon que nous venons de dire, laquelle eſt auſſi fondée ſur ce Lemme, du commencement de ce livre, qui dit que les cordes égales des arcs de cercles inégaux ſoutiennent un arc d'un moindre nombre de degrez dans les grands que dans les petits; or les cordes des doëles coniques doivent ſoutenir des arcs de cercles égaux en nombre de degrez; parce que les ſections droites des cônes coupent proportionellement les obliques qui ſont paralleles entr'elles; donc cette pratique eſt condamnable.

Nous avons ſuppoſé dans ce Trait que les têtes inférieures doivent être planes, ſi l'on vouloit que les têtes intérieures des vouſſoirs ſuperieurs ſe poſaſſent quarrément ſur les inférieurs, il faudroit abatre la pierre à l'équerre ſuivant l'arc de cercle de la doële creuſe, & l'on formeroit des ſurfaces coniques comme nous l'avons dit ci-deſſus, l'une convexe à la tête en lit de la pierre inférieure, l'autre concave à la tête inférieure du vouſſoir ſuivant, pour s'adapter ſur la convexe.

Second Cas des Trompes Droites, lorſqu'elles ſont ſurhauſſées ou ſurbaiſſées.

Il y a pluſieurs differences du cas précedent à celui-ci, la premiere à l'égard de la Géometrie, c'eſt que la trompe Droite à face circulaire eſt un cône Droit proprement dit, & que la trompe droite ſurhauſſée ou ſurbaiſſée eſt intrinſéquement un cône ſcalene coupé perpendiculairement à ſon axe, dont la ſection circulaire, qui eſt inconnuë, mais qu'on peut trouver par le Probl. 33 du 2.e Livre, eſt oblique à ce même axe.

A l'égard du trait de la Coupe des pierres, cette trompe differe de la *fondamentale* en quatre choſes.

1.° Dans le contour du ceintre de face, lequel eſt ſurhauſſé ou ſurbaiſſé, au lieu que dans celle-là il eſt circulaire.

Fig. 102. 2.° Dans la direction des joints de tête, qui ne doivent pas tendre au centre C, mais être perpendiculaires à la tangente de l'arc au point de chaque diviſion de vouſſoir, comme nous l'avons dit des berceaux de face Elliptique; ainſi le joint de tête 5° 1° aboutit ſur le diametre AE au point *x*, & le joint 6° 2° prolongé tend au point *y*.

3.° Dans la longueur des joints de lit qui ne ſont pas égaux entre

eux ; mais qui s'alongent ou ſe racourciſſent, en s'élevant depuis le niveau des impoſtes à la clef, ſelon que le ceintre eſt ſurhauſſé ou ſurbaiſſé.

4.° De cette inégalité de lits ſuit celle des angles des têtes de leurs ſurfaces, qui ſont auſſi inégaux entr'eux, au lieu que dans la trompe précedente les lits & leurs têtes ſont égaux en tout.

Soit [*Fig.* 102.] à la gauche, la moitié d'une face ſurhauſſée *AabB*, élevée ſur le même diametre AE, & ſur le même angle rentrant ASE que dans la trompe précedente. L'ayant diviſé en ſes vouſſoirs, & abaiſſé des perpendiculaires 1° p^1, 2° p^2, on tirera les projections des joints de lits $p^1 s$, $p^2 s$ au ſommet de l'angle *s*, leſquelles ſeront plus ſerrées du côté du piedroit B*s*, qu'elles n'étoient à la trompe circulaire, ce qui les alonge un peu plus.

Par le moyen des projections & des aplombs 1° p^1, &c. on cherchera les vraies longueurs des joints de lit par des profils, comme nous l'avons dit au 3.e Livre.

Ayant porté ſur une ligne BC, placée où l'on voudra [*Fig.* 103.] les longueurs des projections de la Fig. 102. comme sp^2 en C p^1, de la Fig. 103. sp^2 en C p^2, on élevera ſur ces points p^1 p^2 des perpendiculaires p^1 1^f, p^2 2^f égales aux hauteurs des retombées p^1 1°; p^2 2°, & l'on tirera les hypoténuſes 1^f C, 2^f C, qui ſeront les vrayes longueurs des joints de lit, qui étoient racourcies dans la projection; parce que les lits ne ſont pas paralleles au plan horiſontal, comme dans pluſieurs berceaux. *Fig.* 103.

Par le moyen de ces vraies longueurs des joints de lit, on fera facilement les *panneaux de doële plate*, qui ſont des triangles ſcalenes, leſquels ont pour côtez deux de ces joints, & pour tête la corde de l'arc de face, qui eſt entre les deux lits. Ainſi ayant pris à volonté une longueur B^d C égale à celle du piedroit SB, pour la premiere doële du même point C pour centre, & C 1^f pour rayon, on fera un arc d^1 9, & du point B^d pour centre & pour rayon la corde B 1° de la fig. 102. on fera un autre arc qui coupera le précedent au point d^1, par lequel tirant les lignes d^1 B^d & d^1 C, on aura le triangle B^d d^1 C, qui ſera le panneau de doële plate du premier vouſſoir, ainſi des autres qu'on voit de ſuite à la gauche de la figure 103.

Mais parce que nous avons remarqué ci-devant, que cette doële entiere deviendroit ſi aiguë en C, qu'on ne pourroit tailler la pierre ſans la caſſer, il faut en retrancher une partie *s* 1 C, ſemblable au grand triangle, en menant par un point *s*, qui a été déterminé au plan horiſontal en T, à une diſtance de C priſe à diſcretion ſuivant

la grandeur qu'on veut donner au trompillon TN ; ainſi ayant porté sT de la figure 102. en C$'s$ de la figure 103. on tirera par s une ligne s 1 parallele à B$'d^1$, qui coupera C$'d^1$ au point 1, enſuite par ce point trouvé 1 on tirera 1 2 parallele à $d^1 d^2$, qui donnera le point 2, les triangles s 1 C$'$, 1 C$'$ 2 ſeront les parties des doëles plates, qu'il faut retrancher des panneaux, qui ſe réduiſent par cette generation à des trapezoïdes B$'s$ 1 d^1, d^1 1 2 d^2, le reſtant de la figure eſt la moitié de la clef, qui eſt toujours un trapeze iſoſcele; parce que les deux côtez de la clef étant à même hauteur & diſtance du milieu, ſont égaux.

Il faut préſentement former les panneaux de lit, qui ne ſeront plus, comme dans la trompe Droite circulaire, perpendiculaires au plan de la face verticale, mais inclinez à ce plan auſſi bien qu'à l'horiſon ; parce
Fig. 102. les joints de lit [*Fig.* 102.] doivent tendre au centre C, & le plan paſſant par le joint de tête 5° 1° x, doit couper celui de la face, ſuivant une ligne 1° x, d'où il ſuit que le triangle 1° C x ſera la projection verticale du plan de lit dans le vuide conique de la trompe ; par conſéquent il n'eſt pas perpendiculaire au plan vertical ; par ce que la projection d'un tel plan ne ſeroit qu'une ſeule ligne Droite, comme nous l'avons démontré au 2.e Livre. Telle eſt C 8 à la tompe Droite circulaire.

On prendra donc la valeur des trois côtez de ce triangle pour en former un qui repréſentera exactement la grandeur de ce plan dans le vuide, ſçavoir la ligne 1° x, qui eſt dans ſa meſure ſans alteration: Secondement la diſtance x s ſur le plan horiſontal, qui eſt la valeur de xC où eſt la ſection du plan de lit avec l'horiſon ; enfin la longueur du joint de lit C$'d^1$ de la figure 103. pour troiſiéme côté, dont on fera à part le triangle XOS, dont le côté XO prolongé fera avec la ligne SO l'angle SOZ, que l'on cherche pour former le panneau de lit, qu'on a tranſporté à la figure 103. en C$'d^1$ 2 Z ſur la place qu'il doit occuper au dévelopement compoſé.

Comme la diviſion du ceintre de face en parties égales donne des vouſſoirs de longueurs inégales à la doële, ſi l'on vouloit qu'ils y fuſſent égaux, meſurez tranſverſalement à diſtance égale du ſommet S, il faudroit chercher la ſection circulaire par le Propl. 33. du 2.e Livre, & la diviſer également ; alors les têtes des vouſſoirs de la face deviendroient plus grandes vers la clef que vers les impoſtes.

A l'égard des biveaux de doële & de tête, de lit & de doële, on les cherchera par la même méthode generale, qui a ſervi à la trompe Droite circulaire, qui ſert d'exemple pour les deux, obſervant que le même biveau de lit & de doële ne peut ſervir pour d'autres

vouſſoirs

vouſſoirs, que pour les deux égaux à même hauteur, à droite & à gauche au deſſus de l'impoſte, & même qu'il en faut deux à chaque vouſſoir, un pour le lit de deſſus, l'autre pour celui de deſſous, au-lieu qu'à la trompe Droite circulaire le même ſert pour tous.

L'application du trait ſur la pierre eſt auſſi, en tout, la même que celle de la trompe Droite circulaire, il n'y a de difference qu'en ce qu'il n'eſt pas indifferent de faire uſage des arcs de face & de trompillon d'un vouſſoir à l'autre; parce que ces arcs ſont auſſi toujours inégaux, il en faut obſerver la poſition, comme nous l'avons dit en parlant des berceaux ſurhauſſez & ſurbaiſſez.

Explication Démonſtrative.

Pour parvenir par gradation à la formation de la ſurface courbe du cône, nous commençons par y inſcrire une pyramide, qui a autant de côtez qu'il y a de cordes dans l'arc de face, que l'on réduit en polygone, & cette pyramide eſt encore ſubdiviſée en d'autres quadrilateres par les ſections des plans des lits, qui doivent tous ſe croiſer à l'axe, ſi la trompe eſt circulaire; ſi la pyramide étoit pleine, les diviſions de ces plans formeroient des parties de pyramides triangulaires; mais comme l'eſpace au dedans de la doële eſt vuide, il reſte dans l'épaiſſeur des parties pyramidales quadrilateres, qui ſont les vouſſoirs compris par deux triangles, l'un de la doële & l'autre l'extrados, & deux parallelogrames, qui ſont les lits.

Or comme leurs côtez ſont tous inclinez au plan horiſontal, ils ſont auſſi tous racourcis dans la projection; c'eſt pourquoi il faut en chercher la valeur par le moyen de la hauteur de la projection horiſontale, comme il a été expliqué au troiſiéme Livre, & les biveaux ou angles de ces ſolides, comme il a été dit au même Livre.

Comme on ne peut raſſembler les pointes de pluſieurs vouſſoirs en un même ſommet de cône, on en retranche la partie du trompillon, qui réduit les triangles des doëles à des trapezes. Et parce que la ſection du trompillon eſt parallele à la face, il ſuit que le ceintre de ſa tête eſt toujours ſemblable à celui de la face en petit. Si la face eſt circulaire ſa tête ſera un petit demi-cercle, & ſi elle eſt Elliptique, elle ſera une demi-Ellipſe, dont les axes ſeront proportionels à ceux de la face.

PROBLEME XIV.

Faire une Voute Conique de face plane quelconque Circulaire ou Elliptique, oblique à un axe horiſontal.

Ce Problême comprend pluſieurs cas de biais, talud ou ſurplomb, ſimple ou compoſé de deux obliquitez, leſquelles cauſent les mêmes effets dans les voutes coniques que dans les cylindriques, dont nous avons parlé en traitant des berceaux.

1.° L'obliquité de la face qui eſt verticale ſur la direction horiſontale de l'axe de la trompe ou voute conique, alonge les doëles & les lits d'un côté, & les racourcit de l'autre.

2.° L'obliquité du ſimple talud racourcit ces mêmes parties des vouſſoirs vers la clef, & celle du ſurplomb au contraire, les alonge à meſure qu'elles s'élevent au deſſus des impoſtes juſqu'à la clef.

3.° Enfin l'obliquité compoſée du biais & du talud a auſſi de doubles effets.

Nous ne comptons pas ici les voutes à triple obliquité, où l'axe eſt incliné à l'horiſon; parce que nous les mettrons à part, comme nous avons fait des deſcentes en berceau.

Il s'agit dans les traits dont nous parlons, de trouver les ſections triangulaires & Elliptiques des cônes, dont l'axe eſt incliné à la face, ſoit que le cône ſoit ſcalene ſur une baſe circulaire ou ſur une Elliptique, ce qui peut comprendre le cône Droit coupé obliquement. D'où l'on tire differens moyens de faire les trompes biaiſes, comme nous allons le dire.

Premier Cas.

Trompe conique biaiſe de face plane quelconque; circulaire, ſurhauſſée ou ſurbaiſſée ſans talud.

Premiere Diſpoſition,

Où l'Arc de face eſt pris pour ceintre primitif.

Fig. 104. Soit [*Fig.* 104.] le triangle BsD le plan horiſontal du vuide de la trompe, dont les piedroits ſont A*s*, *s*E, & le ceintre de face de la doële B*b*D avec ſon extrados AHE, que nous ſuppoſerons, pour la facilité de l'exemple, circulaire, quoique la conſtruction puiſſe convenir au ſurhauſſé ou ſurbaiſſé.

L'ayant diviſé en ſes vouſſoirs aux points 1, 2, 3, 4, & abaiſſé à

l'ordinaire des points de ces diviſions des perpendiculaires à ſon diametre AE, qui le rencontreront aux points P & p, on menera par ces points des lignes droites au ſommet de l'angle s, qui exprimeront les projections des joints de lit, dont on cherchera la valeur, comme au Trait précedent, par des profils, pour chacun en particulier, qu'il ſera facile de faire en prenant chacune de ces projections pour baſe du profil, & en élevant à chacun des points P p une perpendiculaire égale à la hauteur de l'aplomb correſpondant p^1 1, p^2 2, &c. pour tirer l'hypotenuſe, qui eſt la valeur cherchée du joint de lit.

On peut auſſi faire ces profils en prenant pour côté ces mêmes aplombs, & en portant les longueurs des projections ſur la ligne AE prolongée, qui leur eſt perpendiculaire; ainſi portant Ps en PO, & tirant 40, on aura la valeur de la projection Ps; de même ſi l'on porte la projection $p^3 s$ en p^3 o^3, on aura 3 o^3 pour la valeur de $p^3 s$ qu'on cherche.

L'une & l'autre de ces manieres ſont bonnes; mais lorſqu'il y a pluſieurs vouſſoirs, elles cauſent de la confuſion dans l'épure.

Il convient mieux de faire ces profils dehors, par exemple, ſur une baſe Gg, paſſant par le point s du ſommet de l'angle, puis tenant une des pointes du compas immobile en ce point, on l'ouvrira ſucceſſivement des intervales sp^1, sp^2, &c. qu'on portera ſur la baſe du profil aux points b^1 b^2 d'un côté, & b^3 b^4 de l'autre, ce qui eſt indiqué par des arcs de cercle ponctuez $p^1 b^1$ $p^2 b^2$, pour en indiquer les origines.

Ensuite par les points marquez on abaiſſera des perpendiculaires b^1 1, b^2 2, b^3 3, &c. égales aux aplombs du ceintre de face $1p^1$, $2p^2$, &c. puis tirant les lignes 1s, 2s, 3s, 4s, on aura toutes les longueurs des joints de lit, ſans confuſion à part.

Si l'on veut les valeurs des diagonales des lits du ſommet s, aux extrados 5, 6, 7, 8, on prendra du même centre commun s les longueurs $s5^p$ $s6^p$, &c. & l'on trouvera leur valeur, comme on a fait à la doële, $5^e s$, $6^e s$, &c.

Les longueurs réelles de chacun des joints de lit à la doële étant trouvées, il ſera aiſé de former les panneaux de lit & de doële plate, comme nous l'avons dit pour les trompes droites.

Les doëles ſont des triangles ſcalenes, formez par trois lignes données, ſçavoir, deux joints de lit & une corde de l'arc de tête d'une diviſion à l'autre.

Mais comme leur pointe doit être émouſſée pour la place du trompillon, il faut auſſi chercher par le profil la longueur qui doit être retranchée de chaque joint; ainſi ayant déterminé au plan horiſontal la projection de la face du trompillon *b d* parallele à la face *b d*, ou ſi l'on veut perpendiculairement à l'axe SC de la trompe, on poſera une des pointes du compas en *s*, & ouvrant l'autre de l'intervale des points de ſection des projections des joints de lit *s* P *s p* avec cette ligne *b d* ou TN, on portera les intervales *s y*, *s y* en *s t*, *s t*, où l'on tirera des perpendiculaires à G *g*, qui couperont les profils aux points Y^1, Y^2, les longueurs $s Y^1$, $s Y^2$, $s Y^3$, $s Y^4$, qui ſont toutes inégales, ſeront les parties qu'il faut retrancher de chaque doële, à commencer à la pointe, ce qui eſt exprimé à la figure 105. où l'on voit la ſuite des doëles plates hachées, & la pointe ſupprimée de chacune pour le trompillon laiſſée en blanc, ce qui fait voir d'un coup d'œil le dévelopement de la pyramide tronquée, inſcrite dans le cône ſcalene, qu'on ſe propoſe de faire.

Les panneaux de doële étant faits on fera ceux de lit, comme nous l'avons dit pour la trompe Droite ſurhauſſée ou ſurbaiſſée, par le moyen des triangles, qui ſont les ſections des plans des lits dans le vuide intérieur de la trompe, dont les trois côtez ſont donnez, ſçavoir, 1.° l'interſection à l'axe du cône CS, où tous les plans ſe croiſent, ſi la face eſt circulaire, comme dans cet exemple, laquelle longueur CS ſert pour tous les triangles; ainſi on l'a tranſportée en S^f C^f à côté pour baſe de tous les profils.

2.° L'on a tous les rayons C1, C2, C3, C4, qui ſont égaux entr'eux ſi la face eſt circulaire; ainſi du point C^f pour centre & d'un même rayon on décrira un arc indéfini 3, 4, 2, 1.

3.° L'on a toutes les longueurs des joints de lit à la doële, trouvez aux profils en $s1^f$, $s2_f$, $s3^f$, $s4^f$, avec leſquels pour longueur de rayon & du point S^f pour centre, on décrira des arcs ſucceſſivement, qui couperont le premier fait du centre C^f aux points 3, 4, 2, 1, par leſquels & le centre C^f on tirera des lignes 3, 7; 4, 8; 2, 6; 1, 5, qui donneront les angles s^f 3 7; s^f 4 8; s^f 2 6; s^f 1 5, qui ſont ceux des têtes des lits à la face.

Enfin du point S de l'extrados, pris au plan horiſontal de l'intervale S s^e porté en s^f S, on tirera des paralleles à chaque joint de doële pour avoir ſa largeur à l'extrados, ce qui donnera les trapezes S s^f 3 7, & les autres de ſuite, qu'on voit à la figure diſtinguée par des petites hachures, pour marquer qu'ils ſont les uns devant les autres.

Tels ſeroient les lits s'il n'y avoit pas de trompillon; mais com-

me il eſt de néceſſité indiſpenſable d'en faire un, il faut retrancher de chacun la même partie du profil des joints de lit, que nous avons retranché à la doële, ſçavoir sY^1 pour le premier, sY^2 pour le ſecond, portez en $sf\,t^1$, $sf\,t^2$, &c. & mener par les points trouvez t^1, t^2 des paralleles aux têtes de coupe 3, 7; 4, 8, &c. le parallelograme $t^1\,7$ ſera la figure du premier lit; ainſi des autres, ſuppoſant que la face du trompillon ſoit aplomb. Si on vouloit la faire en coupe de ſurface conique convexe, au lieu de la parallele t^3, e^3, il faudroit tirer une perpendiculaire tTau lit sf 3, comme il a été dit au Trait précedent.

Il reſte à tracer le ceintre de tête du trompillon, qui ſert auſſi pour toutes les têtes en lit des vouſſoirs, qui ſe poſent ſur le trompillon.

Premierement, ſi la tête du trompillon eſt faite parallele à la face, comme $b\,d$ à BD, il eſt viſible, que ce ceintre ſera un demi-cercle, dont bd eſt le diametre, ſur lequel les interſections des projections des joints de lit sp^1, sp^2, donneront des points de diviſion des vouſſoirs, ſur leſquels les perpendiculaires élevées dans le demi-cercle donneront les hauteurs des retombées des têtes inférieures, qui s'appuyent ſur le trompillon.

Mais ſi au lieu de faire la tête du trompillon biaiſe on vouloit la faire Droite ſur l'axe, alors le centre de cette tête ſeroit une demi-Ellipſe, dont TN eſt un diametre; pour trouver ſon conjugué on le diviſera en deux également en m, par où on menera bd parallele à BD, puis on prendra une moyenne proportionelle entre bm & md, qui donnera mz pour le demi-diametre que l'on cherche, ſuppoſant la face Bd & ſa parallele bd circulaire.

Mais ſi la face n'eſt pas circulaire, comme ſi elle étoit ſurhauſſée ou ſurbaiſſée, alors il faut mener par tous les points yy, où les projections des joints de lit sp^1, sp^2 coupent le diametre TN, des paralleles à la ligne sC juſqu'à la rencontre du diametre BD aux points ii, par leſquels on élevera des perpendiculaires au même diametre, qui couperont les lignes 1C, 2C, 3C, 4C aux points x^1, x^2, x^3, x^4, les hauteurs ix^1, ix^2, ix^3, &c. ſeront celles des retombées des têtes inférieures des vouſſoirs, leſquelles étant arrangées de ſuite perpendiculairement ſur le diametre TN aux points yy, donneront des points au contour de l'Ellipſe qu'on cherche, qui ſera le ceintre de face du trompillon Droit; on verra ci-après cette conſtruction inverſe, qui ſervira d'explication à ce qu'on pourroit n'avoir pas bien entendu dans celle-ci.

On peut auſſi trouver toutes ces mêmes hauteurs de retombées,

par les profils des joints de lit, en portant du centre s tous les intervales sy^1, sy^2 en st, st sur la base de profil gG les perpendiculaires sur cette base tY^1, tY^2 feront celles que l'on cherche, qui doivent être arrangées sur les divisions trouvées yy du diametre T N de la face du trompillon, ou d'une division transversale de têtes en lits, lorsque les voussoirs sont trop courts, pour occuper toute la longueur depuis la face au trompillon.

Nous n'ajoutons rien ici touchant la maniere de trouver les biveaux de lit & de doële, & de tête & de doële; parce que celle que nous avons donné pour la trompe droite est générale pour tous les autres biaises, soit que le ceintre soit circulaire ou surhaussé ou surbaissé, avantage que n'ont pas la plûpart des autres méthodes données par les Auteurs; telle est celle du profil d'une section transversale que donne M. de la Rue, laquelle ne peut servir que pour le cône intrinséquement Droit circulaire, ou tel ou coupé obliquement, & non pas pour celui qui est intrinséquement scalene, sans plusieurs correctifs, en ce que dans celui-ci les biveaux sont inégaux à chaque lit à distances inégales des impostes.

Seconde Disposition, où l'on prend une Courbe de Section Droite pour un Ceintre primitif.

Dans la construction précedente où nous avons pris le ceintre de face biaise pour ceintre primitif, nous avons cherché celui de la section Droite, pour former la tête du trompillon Droit, & les joints transversaux de la doële. Ici par une méthode inverse nous supposons une section Droite, ou au dedans de la trompe comme celle du trompillon, ou une section imaginaire hors de la trompe prolongée, pour en tirer la Courbe du ceintre de face biaise.

Lorsqu'on suppose une section Droite dans le cône donné, on appelle cette méthode *par inscription*; lorsqu'on la suppose au dehors, on l'appelle *par circonscription.*

Il est évident que puisque toutes les sections du cône, qui sont paralleles entr'elles sont semblables, il importe peu pour la justesse de l'operation, qu'on se donne un ceintre au dedans ou au dehors du cône donné.

Fig. 106. Le P. Deran, & après lui M. de la Rue operent par *Circonscription*, en prolongeant le plus petit côté de la trompe, jusqu'à ce qu'il devienne égal à l'autre, pour réduire la trompe biaise en Droite, de laquelle ils retranchent ensuite les parties qui excedent la biaise; ainsi leurs panneaux se font par la soustraction, au lieu que la prenant au dedans, ils se font par addition des parties excedentes.

L'une & l'autre de ces méthodes à quelques inconvéniens, qui ne ſe trouvent pas dans la premiere diſpoſition, où le ceintre de face eſt primitif; le premier eſt, que le ceintre de face devenant ſecondaire, n'eſt connu que lorſque l'operation eſt faite, de ſorte que ſuivant le plus ou le moins de biais, il eſt plus ou moins ſurbaiſſé, & quelquefois couché en forme de rampant, le milieu de la clef n'étant pas aplomb ſur le milieu du diametre paſſant par les impoſtes, au lieu que formant l'arc de face primitif, ſur le diametre du biais de face, on lui donne tel contour qu'on juge à propos.

Le ſecond inconvénient eſt, que l'arc de face ſecondaire perd non ſeulement la régularité du ceintre primitif de ſection Droite, qu'on s'eſt donné, mais encore celle de l'épaiſſeur apparente des têtes de ſes vouſſoirs, laquelle eſt moindre dans la partie la plus courte que dans la longue, comme on peut le voir à la figure 107. à commencer aux impoſtes, dans le raport des lignes, qui ſont les têtes des piedroits AB & DE, de la fig. 106. ce qui méritoit l'attention des Auteurs citez, qui n'ont pas parlé de la premiere diſpoſition. Fig. 107.

On peut auſſi dire en faveur de leur méthode, que ſi l'arc de face eſt moins régulier le contour intérieur de la doële le paroît davantage; faiſant donc plus d'attention à la doële qu'à la face, on pourra operer de deux façons, qui reviennent à la même.

Premiere Pratique, par Circonſcription d'un cône Droit à un cône oblique.

Ayant prolongé le côté SE juſqu'en *e*, enſorte que S*e* ſoit égal à SA, on tirera la ligne A*e*, qui repréſentera le diametre de la baſe d'un cône Droit, ſur lequel on décrira tel ceintre que l'on jugera à propos; nous le ſuppoſerons premierement circulaire, auquel cas on peut ſe ſervir du trait du P. Deran, qu'a ſuivi M. de la Rue; mais ſi le ceintre eſt ſurbaiſſé ou ſurhauſſé, il n'eſt plus juſte, & par conſéquent d'aucun uſage.

Le voici: Ayant décrit le demi-cercle *b b d*, & ſon concentrique pour l'extrados AHE, on le diviſera en ſes vouſſoirs aux points 1, 2, 3, 4, par leſquels on abaiſſera à l'ordinaire des perpendiculaires au diametre A*e*, qui le couperont aux points p^1, p^2, &c. par leſquels & le point *s* ſommet du cône, on tirera des lignes $p^1 s$, $p^2 s$, qui couperont le diametre donné BD, aux points y^1, y^2, y^3, &c. qui donneront les diviſions de ce diametre, ſur leſquels on élevera les perpendiculaires des hauteurs des retombées, dont il faut chercher la longueur, comme nous l'avons fait au trait précedent.

Par tous les points *y* on tirera des paralleles aux lignes $1p^1$, $2p^2$,

qui couperont les rayons 1C, 2C, &c. en des points x^1, x^2, x^3, x^4, par lesquels on tracera une demi-Ellipse, comme on voit à la figure 106; mais à cause de la multiplicité des lignes, il convient de la tracer à part, comme on voit à la figure 107. Où les intervales Bq sont égaux à ceux de By de la figure 106. & les hauteurs qx^1, qx^2, &c. égales à celle de qx^1, qx^2 de la figure 106.

Cependant comme la méthode des Auteurs citez donne de grands intervales d'un point à un autre, par où il faut faire passer une demi-Ellipse, ils sont obligez de faire des soudivisions pour trouver des points de l'Ellipse entre deux, ce qui allonge l'operation, & embroüille le Trait d'un grand nombre de lignes.

Fig. 106. & 107. Il est plus simple & plus court de chercher le demi-axe conjugué au donné BD, il ne s'agit que de mener par le milieu m de BD une parallele à Ae, qui est LO, & prendre une moyenne proportionelle entre Lm en mO, c'est-à-dire, de la moitié de Lo pour rayon, & du point près de C, où elle coupe l'axe pour centre, faire un arc de cercle, qui coupera mz en z; cette ligne mz, sera le demi-axe qu'on cherche, par le moyen duquel on tracera tout d'un coup [par le Probl. 7. du 2.e liv.] la demi-Ellipse BbD pour la doële, qui coupera les perpendiculaires indéfinies, élevées à tous les points q aux points x^1, x^2, &c.

On en fera de même pour l'extrados, en prenant le milieu de AE en C^e, & traçant la demi-Ellipse AHE pour l'extrados excentrique à la premiere [par le Theor. I. du premier livre]

Pour tracer le biais des têtes des panneaux de doële, [lorsque le cône est Droit & circulaire, ayant mené des paralleles au diametre Ae, par tous les points y, qui couperont SB, côté de la trompe, aux points 1, 2, 3, 4, on aura la suite du racourcissement de chaque joint de lit; ainsi supposant les divisions des vousoirs égaux au ceintre primitif, on portera la corde $b1$ en br & l'on tirera sr; puis du point s pour centre, & pour rayons les côtez inégaux $s1$, $s2$, $s3$, $s4$, sB on fera des arcs, qui couperont sr en des points u^1 u^2 u^3 u^4, par lesquels & par les côtez immédiatement plus longs on tirera les lignes biaises $1u^1$ $2u^2$ $3u^3$, &c. qui feront les têtes des vousoirs de doële plate.

Pour tracer celles des joints de lit, il n'y a qu'à tirer du point C pour centre par les points ooo, où les paralleles passant par les points y, coupent le côté sd des lignes $o1^e$, $o2^e$, $o3^e$, qui feront les têtes des joints de lit; mais cette pratique comme je l'ai dit n'est pas generale, elle est particuliere au cône Droit circulaire; ainsi lorsque l'arc de face sera surhaussé ou surbaissé, il faut chercher les valeurs des pro-

jections

jections des joints de lit, comme aux traits précedens, & operer de même pour la formation des panneaux de doële & de lit.

Il eſt clair, 1.° que ſi l'on fait la tête du trompillon TN, de la fig. 106. parallele au biais AE, que le ceintre de cette tête ſera une demi-Ellipſe, ſemblable à celle de la face, qu'on trouvera par conſéquent de la même maniere. *Fig.* 106.

Secondement, que ſi l'on vouloit faire le trompillon Droit, ſon ceintre ſeroit auſſi ſemblable au ceintre primitif, fait ſur le diametre *b d*, ſçavoir un demi-cercle; ſi le cône eſt Droit circulaire, coupé obliquement par AE, & Elliptique ſurhauſſé ou ſurbaiſſé, ſemblable à celui de face ſuppoſée par la conſtruction; auquel cas l'axe conjugué à celui de la ſection oblique AE ne ſe trouve plus par une moyenne proportionelle, comme nous l'avons dit, mais par un profil fait ſur la projection de la ligne du milieu de la clef paſſant par *s m g*, dont *s g* & *g i* étant mis à angle Droit, en portant *g s* en *g* X, l'hypotenuſe *i* X ſera le côté du cône Droit Elliptique; puis portant *g m* en *g* M, & tirant MY parallele à *g i*, qui coupera *i* X en Y, la ligne MY ſera le demi-diametre que l'on cherche.

On voit que la ſuite de cette operation jette une grande irrégularité dans la diviſion des têtes des vouſſoirs de la face, mais que la doële en eſt plus réguliere dans le fond de la trompe, où les vouſſoirs deviennent d'égale largeur meſurez tranſverſalement.

Seconde Pratique, par l'inſcription *d'un Cône Droit de Baſe Circulaire ou Elliptique dans le Cône Oblique.*

Il eſt viſible que cette pratique eſt l'inverſe de la précedente, qu'il faut prendre le cône Droit au-dedans de la face oblique, & ajouter l'excès de l'obliquité, au lieu que dans la précedente on retranchoit l'excès du cône Droit ſur le cône oblique. *Fig.* 106.

Ainsi on prendra ſur les côtez *s* B, *s* D des longueurs égales, comme *s* I, *s* K, & l'on tirera IK pour diametre du ceintre primitif, qu'on fera circulaire ou Elliptique, comme on le jugera à propos, puis l'ayant diviſé en ſes vouſſoirs, & abaiſſé des perpendiculaires, qui couperont le diametre IK au point *n n*, on menera par ces points & le ſommet *s*, les projections des joints de lit, qu'on prolongera juſqu'à ce qu'elles rencontrent le diametre de face BD aux points *y y*.

Puis on fera des profils ſur les hauteurs du ceintre primitif pour avoir les valeurs des joints de lit par le moyen de leur projection, leſquels joints étant prolongez juſqu'aux perpendiculaires, élevez ſur

les projections aux points yy, donneront les hauteurs des retombées néceſſaires pour former le ceintre de face de la figure 107. ce qui eſt aſſez clair pour ne pas s'y arrêter plus long-tems.

REMARQUE.

De quelque maniere qu'on faſſe les trompes biaiſes extradoſſées, on ne peut éviter tous les inconvéniens de l'obliquité, nous en avons trouvé deux dans celles où le ceintre primitif eſt imaginaire Droit, l'un dans l'inégalité de la diviſion des têtes des vouſſoirs, l'autre dans l'excentricité de l'arc de face de doële à celui de l'extrados, dont les intervales ſont inégaux d'une impoſte à l'autre, par le Theor. I. comme on voit à la figure 107. Si au contraire on fait l'arc de face primitif, de deux arcs de doële & d'extrados concentriques, il en réſulte une inégalité d'épaiſſeur dans les piedroits; & dans l'épaiſſeur de la voute, ſi elle eſt extradoſſée, comme on le voit à la figure 104. où l'épaiſſeur BF eſt plus petite que DG, ſuivant le plus ou le moins d'obliquité de la trompe, ce qui ſeroit contraire à la ſolidité de la conſtruction, ſi l'on examinoit la choſe en elle-même; mais comme cette inégalité d'épaiſſeur n'eſt pas apparente, & qu'on peut ordinairement y ſuppléer, cet inconvénient eſt plus facile à lever que celui de la difformité de la face des ceintres ſecondaires excentriques & de diviſions inégales; ainſi c'eſt à l'Architecte à choiſir; s'il veut une face réguliere, il faut y prendre le ceintre primitif, s'il veut la doële réguliere, il faut ſuppoſer une ſection Droite circulaire, & operer par inſcription ou circonſcription.

Explication démonſtrative.

Pour concevoir la raiſon de toutes ces différentes conſtructions, il faut ſe rapeller ce que nous avons dit au commencement du premier Livre, touchant les ſections des cônes coupez par des plans. 1.° Que toutes celles qui paſſent par le ſommet ſont des rectilignes, que nous pouvons ſubdiviſer en deux eſpeces; ſçavoir celles qui paſſent par l'axe, & celles qui n'y paſſent pas.

Lorsque la trompe eſt Droite & ſa face circulaire ou biaiſe, de face auſſi circulaire, tous les lits ſont des ſections triangulaires de la premiere eſpece; parce qu'étant prolongez dans le vuide de la voute, ils s'entrecoupent tous dans l'axe. C'eſt de cette Theorie que nous avons tiré la pratique de la figure 104. pour tracer les angles des têtes des lits; parce que les triangles dans le vuide ont tous pour côté commun l'axe SC, & un autre côté auſſi égal dans toutes les ſections circulaires, lequel eſt le rayon de la baſe; or ayant les angles internes dans le

vuide de la trompe $s1C$, $s2C$, on a leur ſupplément à deux droits $s^f 15$, $s^f 26$, &c. qui ſont ceux des têtes des panneaux de lit.

Les ſections triangulaires de la ſeconde eſpece, qui ne paſſent pas par l'axe ſont celles des plans, ſuppoſez dans le vuide de la voute paſſant par les aplombs $1p$, $2p\,bC$ de la face, leſquelles, à cauſe qu'elles ſont perpendiculaires au triangle par l'axe ASE, qu'on ſuppoſe encore perpendiculaire au plan de la face du cône, ſont diviſées par ce plan en deux triangles rectangles, qui n'ont point de côtez communs ni égaux, comme dans les ſections perpendiculaires; c'eſt pourquoi il faut les former chacun à part; or dans ces rectangles on connoît les deux jambes, ſçavoir la projection du joint de lit & la hauteur de la retombée ou aplomb ſur le diametre de la face; par conſéquent on en trouve facilement l'hypotenuſe, comme nous avons fait à la figure 104.

A l'égard des ceintres primitifs & ſécondaires des faces biaiſes & des Droites ſur l'axe, il eſt viſible que l'on a toujours un diametre donné ſur le plan horiſontal, qui eſt un axe, & que l'autre ſon conjugué eſt proportionel à celui du ceintre primitif.

Si le cône eſt Droit, l'axe de la baſe oblique eſt une moyenne proportionelle entre Lm & mO; ſi le cône eſt ſcalene il ſera proportionel à la perpendiculaire g ſur le point g, provenant de la projection smg, & l'on aura $sg = Xg : gi :: sm : mz$.

Nous n'ajoutons rien ici touchant la conſtruction des panneaux de doële plate, il eſt clair que nous inſcrivons dans le cône une pyramide, dont les côtez des ſurfaces triangulaires ſont donnez.

A l'égard des biveaux nous renvoyons au 14.e Probl. du 3.e Livre l'explication de leur conſtruction.

Corollaire I.

De la conſtruction de la trompe ſimplement biaiſe, on peut tirer celle de toutes les autres trompes de differentes obliquitez ſimples, comme du talud, ſurplomb, ou deſcente, & même celles dont les faces ont une double obliquité, comme nous l'avons fait pour les Berceaux, en ſuppoſant que la ſimple biaiſe eſt tournée ſur ſon axe, ou changée de poſition à l'égard de l'horiſon.

1.° Si un cône oblique qui repréſente une trompe biaiſe ſans talud, dont le plan horiſontal eſt le triangle ASE [*Fig.* 108.] & la ligne AE le diametre de ſa face, eſt ſuppoſé tourner ſur ſon axe SC, enſorte qu'il faſſe un quart de révolution de E vers A, alors le point E, qui *Fig.* 107.

ſe meut dans un plan ET, perpendiculaire à l'axe SC, viendra ſe placer en l'air ſur le point T, & le cône ainſi tourné aura ſa face couchée en talud, comme elle eſt repréſentée en DTFM de la figure 108. & en AxE de la figure 111. ainſi l'on a dans cette ſituation une *trompe Droite en Talud.* Nous diſons *Droite*; parce que le diametre MT s'étant placé en DF eſt devenu perpendiculaire à l'axe S C.

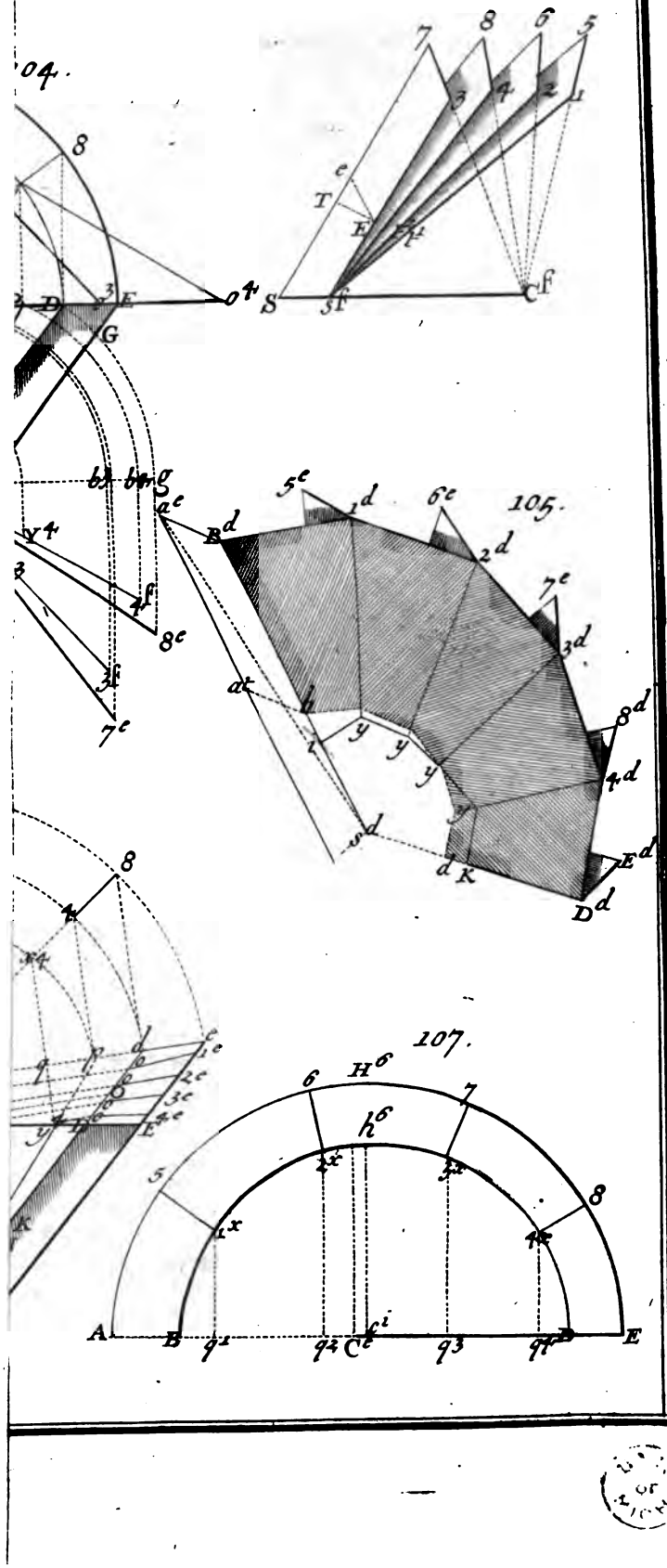
2.° Si au lieu de faire tourner le cône de E vers A, on lui fait faire un quart de révolution en ſens contraire de A vers E, le point A tombant ſur le point M en-delà du centre C, la moitié ſuperieure de ce cône ſera l'image d'une trompe Droite en ſurplomb. Nous diſons *Droite*; parce que le même diametre MT, qui n'étoit repréſenté en projection que par un point C, s'eſt placé à angle Droit ſur l'axe S C.

3.° Si au lieu d'un quart de révolution, on en fait un peu plus ou moins, comme en G *b*, il eſt clair que l'obliquité ne s'évanoüira pas, comme dans les quarts de révolution; parce que le diametre A E ne parviendra pas au plan vertical par l'axe M C; il eſt auſſi clair que l'inclinaiſon de la face ne s'évanoüira pas, comme dans le ſimple biais; parce que le même diametre AE, que nous avons ſuppoſé dans un plan vertical, en eſt ſorti; puiſque le point A a été tranſporté en *b*, & le point E en G, & qu'il ne peut revenir au même plan vertical, qu'après une révolution complete, ou dans un autre plan vertical differemment tourné B, après une demi-révolution; ainſi il eſt clair que la face aura pour lors une double obliquité, l'une de direction, exprimée par *b*M ou GT, l'autre d'inclinaiſon ſur le diametre horiſontal DF, exprimée par *b*K. Que cette inclinaiſon ſoit en talud ou en ſurplomb, ce ſera toujours la même en ſens contraire. On appelle les trompes qui ſont dans ce cas, *Trompe biaiſe en talud ou en ſurplomb*, & ſi les impoſtes ne ſont pas de niveau, on les appelle de plus *rampantes.*

4.° Si dans une de ces ſituations on incline l'axe, que nous avons ſouppoſé horiſontal, ſans le tourner vers A ni vers B, on aura l'image d'une trompe en deſcente ou rampante, comme ſont pluſieurs de ces ouvertures évaſées, qu'on appelle *Abajours en deſcente Droite.*

5.° Enfin ſi en panchant l'axe on le tourne vers A ou vers B, on y ajoute la circonſtance de la *deſcente biaiſe.*

Il eſt donc clair par cette expoſition des differentes ſituations d'un cône oblique, que les differences des trompes ne ſont que des differentes poſitions de la trompe ſimplement biaiſe, qu'on doit regarder


104.
105.
107.

comme la fondamentale, à laquelle toutes les autres obliquitez peuvent ſe raporter.

Corollaire II.

Il ſuit encore qu'elle eſt non ſeulement l'élement des trompes obliques à une face, mais encore de celles qui en ont deux ou pluſieurs, faiſant des angles ſaillans ou rentrans, comme ſont les *trompes ſur le coin*, qui ont deux faces, & les *trompes à pans*, qui en ont trois ou pluſieurs.

En effet on peut conſiderer la trompe ſur le coin de la figure 122. à la Planche 47. comme deux moitiez de trompes biaiſes adoſſées, tournées en ſens contraire, telles ſont BNS, DNS. Si leurs faces ſont circulaires, ce ſont deux quarts de cônes ſcalenes, ſi elles ſont Elliptiques, ſurhauſſées ou ſurbaiſſées, ce ſont deux quarts de cônes obliques ſur une baſe Elliptique, & ſi elles ſont paraboliques, c'eſt une moitié de cône Droit circulaire, coupé obliquement de deux ſections contraires.

Il importe peu que les faces des trompes, qui ſont en ſaillie, ſoient égales ou inégales, l'une plus, l'autre moins biaiſe, ou l'une plus grande, l'autre plus petite; ce ne ſont que des accidens de ſections du cône, qui ne doivent rien changer à la ſurface intérieure de la doële; parce que ſi on vouloit ſe fixer à une courbe de ceintre de face à chaque pan en particulier, il arriveroit que la doële ne ſeroit plus une ſeule ſurface cônique ſuivie, mais compoſée de deux interrompuës par un angle vers la clef, ou par pluſieurs, ſi la trompe étoit à pluſieurs pans.

Remarque.

Il ſuit de cette obſervation, que l'on peut appliquer aux trompes la méthode generale de Déſargues, en ce qui regarde la recherche de la plus grande obliquité de la face à l'égard de l'axe du cône, qui eſt ſuivant ſon langage, l'angle de la *ſouſeſſieu* avec l'*eſſieu*. Mais le reſte des pratiques tirées de cette méthode ne convient plus ſi bien aux trompes qu'aux berceaux, l'Auteur s'eſt un peu embroüillé par la multiplicité des eſſieux.

Premierement, en ce qui regarde l'arc-Droit, il eſt clair que l'objet eſt tout changé.

Secondement, il a été obligé de multiplier les eſſieux à chaque vouſſoir, lorſque les faces des trompes ſont Elliptiques; mais ce qu'il appelle eſſieu n'eſt plus celui du cône que par hazard, c'eſt la ſection

d'un plan horiſontal par la prolongation du lit. Pour avoir le vrai eſſieu, il auroit dû chercher la ſection circulaire de ces ſortes de trompes, leſquelles, quoique Droites, c'eſt-à-dire, dont l'axe eſt perpendiculaire à la face, ſont des demi-cônes intrinſéquement ſcalenes, dont on peut trouver la baſe circulaire, par le Probl. 33. du ſecond Livre, & par conſéquent le ſeul & véritable *eſſieu* du cône; car on ne peut appeller de ce nom la ſection du plan du lit prolongé avec le plan de l'horiſon, lorſque le lit n'eſt pas dirigé à l'axe du cône, comme dans les trompes de face Elliptique, dont les têtes ſont en bonne coupe, puiſqu'alors il ne tend pas à l'axe de la trompe.

USAGE.

Les trompes biaiſes ſontquelque fois un très bon moyen de racorder les parties angulaires, qui ſe trouvent dans les bâtimens, lorſque la place eſt naturellement irréguliere, ou que dans un édifice régulier il ſe trouve des parties de Tour Ronde adoſſées à des murs en ligne droite, qui laiſſent néceſſairement des angles mixtes, qu'on doit corriger en les rendant rectilignes par une addition d'épaiſſeur au mur convexe; parce que ces angles ſont deſagréables à la vûë. Je ſçai bien qu'un bon Architecte trouve le moyen de les cacher, & de les employer à donner des commoditez à l'habitation; mais il arrive des cas où il ne convient pas d'en uſer ainſi, comme lorſqu'on y veut ménager quelques ouvertures de communication, tel eſt celui où je me ſuis mis par la compoſition du *Plan* de l'Hôpital Militaire que je bâtis actuellement à Landau ſur mes Deſſeins, pour mille Malades.

Les Sales aboutiſſent à une Chapelle en Rotonde, qui en occupe le milieu, & pour y ménager des portes & des fenêtres de communication, qui expoſe l'intérieur de la Chapelle à la vûë des Sales, j'ai racheté & vouté les quatre angles rentrans par autant de trompes, leſquelles quoique biaiſes d'un pied ſur une face de près de neuf, & ſurbaiſſée, ſont un effet agréable à la vûë, à laquelle elles préſentent à chaque côté des Sales un objet, où l'on n'apperçoit aucune irrégularité ſenſible, & au travers duquel on voit la Chapelle & une autre Sale d'un bout à l'autre.

TROMPE DROITE EN TALUD.

Premiere maniere, par une nouvelle Tranſpoſition.

De même que nous avons tracé les berceaux Droits en talud, en les conſiderant comme biais ſans talud, nous pouvons faire l'épure de la trompe Droite en talud, comme celle d'une biaiſe ſans talud, dont

…nt
…nt

…ro-

…cel-
…r la

…cen-
…l'arc
…. de
…arce
…ints,
…ame-
…ignes
…e par

…nts de
…D les
…, où on
…auteurs
…, qui fe-

…le cein-
…paralle-

…en petit
…ur la face

…il en réſulte
…culaire, celui
…rbaiſſée, celui

…ont on veut faire *Fig.* III.
…es lignes *s t'*, *s 2'*,
… diametre, on éle-
…erchera les hauteurs
…les longueurs *s P''* *s p''*

Seconde maniere, par la projection ordinaire.

On peut faire le Trait de la Trompe en talud, comme toutes les obliques, de deux manieres, 1.° par inſcription ou circonſcription d'un cône Droit ſur une baſe circulaire ou Elliptique.

2.° En formant immédiatement un cône ſcalene, ſi l'on veut faire la face circulaire.

Le P. Deran la fait ſuivant la premiere méthode, en prenant pour ceintre primitif un arc vertical ſur le diametre de la face en talud.

M. de la Rue au contraire a pris pour ceintre primitif l'arc de face, qu'il place en ſituation verticale pour le contour, enſuite par un profil il le couche ſur le talud donné, comme le P. Deran a fait dans le trait des Berceaux en talud.

La ſeconde maniere paroît préferable en ce qu'elle ne change point le ceintre primitif qu'on a choiſi, au lieu que la premiere l'altere par l'obliquité du talud; en effet ſi le plan vertical eſt circulaire, la face en talud devient Elliptique; mais il faut bien ſe garder d'imiter ce dernier Auteur cité, dans l'exemple qu'il donne de la trompe en talud ſurbaiſſée, au lieu de faire une demi-Ellipſe ſur ſon grand axe, il fait un ſegment de cercle, dont il met le centre au deſſous de l'impoſte; car il en réſulte infailliblement un jarret à la naiſſance de la voute.

Nous allons donner un exemple plus régulier de ceintre ſurbaiſſé, qui ſervira pour les ſurhauſſez & circulaires, ce dernier étant encore plus ſimple.

Fig. III. Soit [*Fig.* III.] l'angle rentrant BSD, qu'on doit vouter en trompe en talud ſurbaiſſée.

Sur B D, comme grand axe d'une Ellipſe, & C *b* pris à volonté pour petit axe, ayant décrit [par le Probl. VII. du 2.e Livre.] la demi-Ellipſe B*b*D, on la diviſera en ſes vouſſoirs aux points 1, 2, 3, 4, d'où l'on abaiſſera les perpendiculaires 1*p*, 2*p*, ſur le diametre BD, au delà duquel on les prolongera un peu, pour ſervir à la projection du talud.

On prolongera auſſi DB pour y prendre un point A à volonté, ſur lequel ayant tiré une perpendiculaire AL, on y fera l'angle du talud donné LAT; on prendra auſſi ſucceſſivement les hauteurs C*b*, *p*2, P1, pour les porter ſur la ligne AT en A*b'*, A2', A1', d'où on menera des paralleles à AD, qui rencontreront les perpendiculaires *b*C, 1P, 2P, &c. prolongées au deſſous de AB en X, 1', 2', 3', 4', qui ſeront des points de la projection de la face, par leſquels on pourra la

tracer

tracer à la main, ou ſi l'on veut par un mouvement continu, ſuivant le Probl. VII. du 2.e Livre; parce qu'elle eſt une demi-Ellipſe, dont le grand axe BD, & CX moitié du petit, ſont donnez.

Si du ſommet *s* on tire des lignes droites aux diviſions de cette projection $1'\ 2'$, &c. on aura les projections des joints de lit.

La projection de l'arc de face d'extrados, ſi l'on en fait un, & celle de ſes joints de lit ſe trouvera de la même maniere que pour la doële.

Presentement il faut tracer les joints de tête 15, 26, non du centre C, comme font les Ouvriers, mais perpendiculairement à l'arc Elliptique, ſuivant la pratique que nous avons donné au Probl. X. de ce 4.e Livre, en parlant des berceaux ſurhauſſez ou ſurbaiſſez; parce que nous ſuppoſons que cette face doit être apparente. Ces joints, qui ſeront les lignes 51, 62, étant prolongez, couperont le diametre AE aux points O & *o*, d'où par les points $1'\ 2'$ on tirera les lignes $O\ 1'\ 5'$, $O\ 2'\ 6'$, qui ſeront les projections des ſections de la face par les plans des lits.

On cherchera enſuite la vraye longueur & inclinaiſon des joints de lit à la doële à l'ordinaire, en portant ſur une baſe de profil *s*D les longueurs des projections horiſontales $s\ 1's\ 2'$ aux points G & *g*, où on élevera des perpendiculaires $G\,3^f$, $g\,4^f$, qu'on fera égales aux hauteurs du profil du talud 1^i, 2^k, puis on tirera les lignes $s\,4^f$, $s\,3^f$, qui ſeront les longueurs & les inclinaiſons cherchées.

Par le moyen de ces profils de joints de lit on pourra faire le ceintre du trompillon comme on le jugera à propos, ou en talud parallele à l'arc de face, ou aplomb.

Si on le fait parallele à la face, il eſt viſible qu'il faut faire en petit ſur un diametre pris à volonté, ce qu'on a fait en grand pour la face antérieure.

Mais ſi on veut faire ce ceintre dans un plan vertical, il en réſulte un changement de courbe; car ſi celui de la face eſt circulaire, celui du trompillon ſera Elliptique ſurhauſſé, & ſi elle eſt ſurbaiſſée, celui du trompillon le ſera moins.

Soit [*Fig.* 111.] RN le diametre du trompillon, dont on veut faire la face ou tête verticale, par tous les points p'' P'' ou les lignes $s\ 1'$, $s\ 2'$, qui ſont les projections des joints de lit coupent ce diametre, on élevera des perpendiculaires $p\ 1''$, $P\ 2''$, dont on cherchera les hauteurs par le profil de chaque joint de lit, on portera les longueurs $s\ P''$ $s\ p''$ *Fig.* 111.

en sd^1 & sd^2, puis ſur le point d^2 d^2 on élevera des perpendiculaires à sD, qui couperont les profils des joints de lit $s3^f$ $s4^f$ aux points 4° 3°, les longueurs d^1 4°, d^2 3° ſeront les hauteurs des aplombs des joints, qui aboutiſſent au trompillon du côté de la clef, & les mêmes en ſens contraire ſerviront pour l'autre côté du ceintre. Par les points de leurs extremitez on tracera la courbe R1234N, qui ſera le ceintre qu'on cherche; ou bien on ſe contentera de chercher le demi-axe vertical mu, lequel étant doublé donnera le grand axe, par le moyen duquel & le petit RN donné ou pris à volonté, on décrira la demi-Ellipſe du ceintre de tête du trompillon, dont les parties R 1^a, 12, 23, &c. ſeront les têtes inférieures en lit des vouſſoirs.

PRESENTEMENT on a tout ce qui eſt néceſſaire pour former les panneaux de doële, de lit & de tête.

1.o Les panneaux de doëles plates ſeront des triangles formez de deux joints de lit & d'une corde de tête de face, duquel triangle on retranchera la pointe qui coupe le trompillon; ainſi pour la ſeconde & quatriéme doële plate; par exemple, ayant formé un triangle des trois lignes $s1^f = s4^f$, $s2^f = s3^f$, & de la corde 12 ou 34 on portera vers la pointe les longueurs $s1^o = s4^o$, $s3^o$, ſur les joints de lit correſpondans, pour en retrancher un triangle, qui réduit la doële plate naturellement triangulaire en un trapezoïde, comme à la figure 113. $1^d 2^d 2^a 1^a$.

2.o Les panneaux de lit ſe trouveront par la maniere generale pour toutes les trompes, qui a été expliquée ci-devant à la figure 102. & 103. qui en ſera l'inverſe, dans cet exemple, à cauſe que les triangles dans le vuide de la trompe, qui augmentent vers la clef, diminuent dans celui-ci. Le premier panneau, qui ſert auſſi pour le quatriéme, ſe formera avec les lignes O1, Os, O1; le ſecond avec les lignes $o2$, os, $o2'$, & les ſupplémens des angles en 1^r 2^r, faits par la prolongation des côtez, venans des points O & o, donneront les têtes des panneaux de lit, comme on a vû à la fig. 104. de la Planche 44. & ici à la fig. 114.

ON retranchera auſſi de ces panneaux de lit la pointe, qui coupe le trompillon, & pour avoir l'angle du panneau de lit de ce côté, il faudra faire pour cette tête inférieure la même operation que pour la face; parce que la face étant en talud, & la tête du trompillon aplomb, les panneaux de lit ne ſont pas terminez par des lignes paralleles.

3.o Les panneaux de tête ſont donnez à l'arc de face & à celui du trompillon.

4.e Les biveaux de lit & de doële, ou de tête & de doële ſe trouveront par la méthode generale expliquée au Probl. 14. du 3.e Livre

en rangeant trois ſurfaces de ſuite; mais de ces trois ſurfaces, il n'y en a que deux de données, ſçavoir une doële plate & un lit, la troiſiéme ſera celle qui paſſe par la diagonale de la tête.

On peut auſſi ſe ſervir de la méthode génerale par la projection que nous avons donné aux trompes précedentes; mais comme la face de celle-ci eſt en talud, il faut y faire quelque attention particuliere.

Supposons, par exemple, qu'on cherche le biveau de lit & de doële du ſecond vouſſoir. Ayant prolongé la corde 21 juſqu'à ce qu'elle rencontre l'horiſontale EA prolongée en O^r, on tirera à l'ordinaire au ſommet s la ligne $O^r s$, qui ſera la ſection du plan de la doële avec l'horiſon; mais à cauſe que la ligne $2O^r$ eſt inclinée au plan vertical, puiſqu'elle eſt en talud, il faut en prendre la projection en tirant $O^r 2^r$ pour avoir la hauteur verticale du point 2^r au profil du talud TAL, en $2^3 k$, & la ligne $O^r s$ ſera la ſection du lit avec l'horiſon; ainſi on trouvera le biveau de lit & de doële par la maniere ordinaire du Probl. 14. du 3.e Livre.

L'application du trait ſur la pierre n'a rien de different de celle des Traits précedens.

Explication Démonſtrative.

On peut reconnoître ici une partie du Trait des berceaux en talud, la ligne AL repréſente en projection un plan vertical perpendiculaire à la face AE, dans lequel eſt l'angle du talud donné LAT, qu'on eſt obligé de coucher ſur le plan horiſontal; parce qu'on ne peut le repréſenter en l'air, & comme on le ſuppoſe ſe mouvoir ſur ſon côté AL, perpendiculaire à AE, il ne réſulte aucun changement de cette difference de poſition pour les diſtances des points des hauteurs couchées T, b^2, 2^3, 1^4, ni pour les hauteurs aplomb, qui ſont toujours compriſes dans l'angle TAL perpendiculairement à la baſe AL; ainſi les lignes Tx, bX menées parallelement à AE repréſenteront des plans verticaux, paſſans par les points Hb, qui rencontrent la ligne du milieu CH à certaine diſtance horiſontale, qui eſt l'intervale Xx, ainſi des autres paralleles à AE, qui donnent les projections des points 1, 2, 3, 4 aux points 1^r, 2^r, 3^r, 4^r, leſquels ſont à la circonference d'une demi-Ellipſe BXD, ainſi que tous les reculemens de toutes les diviſions poſſibles de la face BbD.

Cette demi-Ellipſe racourcit auſſi toutes les projections des joints de lit $s\,1^r$ $s2^r$, &c leſquelles ne ſont pas continuées, comme dans les trompes précedentes, depuis le ſommet s juſqu'au diametre AE; &

leur direction eſt auſſi changée, en ce qu'elle n'eſt pas tirée du ſommet ſ aux aplombs P^{ppp}, tombant des diviſions 1, 2, 3, 4, mais à leurs projections 1', 2', 3', 4'.

La raiſon en eſt bien ſenſible, ſi l'on fait attention que la face AHE, qui eſt repréſentée pour la commodité du trait en ſituation verticale, doit ſe mouvoir autour de ſon diametre AE, pour ſe coucher ſuivant le talud TA, ſuppoſé en l'air; dans ce mouvement tous les points des diviſions 1, 2, 3, 4 ſeront toujours dans des plans verticaux 1 1', 2 2', qui ſont exprimez par les perpendiculaires 1 1', 2 2' au diametre AE.

La raiſon de la conſtruction n'a rien de particulier, qui n'ait été expliqué dans les traits des trompes précedentes.

A l'égard du changement de figure qui ſe trouve entre le ceintre de face & celui du trompillon, il eſt viſible, puiſque les ſections des cônes, par des plans qui ne ſont pas paralleles, ne ſont pas ſemblables, excepté le cas de la ſection ſouſcontraire. Si l'on fait la tête du trompillon couchée en talud d'un angle égal à celui de la face, les deux ceintres ſeront parfaitement ſemblables, il ne s'agira que de répeter en petit, ce qui avoit été fait en grand pour la face.

Troiſiéme Cas,

Des Voutes Coniques Biaiſes & en Talud.

Ce que nous avons dit de la conſtruction de la voute conique *Droite en Talud*, par la voye de la projection horiſontale de la face, s'applique ſi facilement à la *Biaiſe & en Talud*, dont l'arc de face eſt pris pour ceintre primitif, qu'il ne paroît pas néceſſaire d'en donner un exemple, il ſuffit d'avertir, que le profil du talud doit être fait comme aux berceaux biais & en talud, ayant égard à la double obliquité.

Pour ne pas donner dans les répetitions, & cependant ne rien laiſſer à déſirer, nous mettrons ici un exemple de l'inverſe du Trait, c'eſt-à-dire, d'une voute conique *biaiſe & en talud*, dont le ceintre de face n'eſt que ſécondaire, prenant pour primitif une ſection Droite ou même biaiſe, qui ne ſeroit pas parallele à la face, telle eſt, par exemple, une *Canoniere biaiſe & en talud, dont le ceintre du collet eſt donné* circulaire ou Elliptique.

Fig. 112. On doit conſiderer une canoniere ADFGEB [*Fig.* 112.] comme une voute compoſée de deux trompes, qui ſe pénetrent ſur un axe commun, & dont les baſes ſont tournées en ſens contraire, comme les

cônes de la fig. 83. & 84. du premier Livre; & parce que nous ne traitons encore que des voutes ſimples, ce n'eſt pas ici le lieu de parler de la rencontre de ces deux cônes, & par conſéquent d'une canoniere complete. Nous ne conſidererons qu'un des cônes ASB, dont la face eſt en talud, & dont la partie retranchée DSE peut être regardée comme le vuide du trompillon. L'autre cône FKG, dont la face FG n'eſt pas ſuppoſée en talud, tombera dans le cas de la trompe biaiſe, dont l'arc de face n'eſt que ſécondaire; ainſi l'angle des deux embraſemens intérieur & extérieur ſera la ſomme de ceux des panneaux de lit de deux cônes, coupez aplomb ſur la ligne DE.

Ou il faut remarquer en paſſant que ſi le ceintre du collet D*b*E, n'étoit pas primitif, mais que ceux de face le fuſſent, chacune pour ſon cône, celùi du collet ne ſeroit plus une courbe plane, mais à double courbure, à moins que par un hazard extraordinaire ils ne fuſſent tels que nous les allons trouver.

Soit le triangle ASB, le plan horiſontal de la trompe ou voute cônique, qui fait l'embraſure extérieure de la Canoniere, dont l'axe SK, qui exprime ſa direction, eſt oblique ſur la face AB, avec laquelle il a une double obliquité; ſçavoir celle de la direction horiſontale, qui fait des angles inégaux de ſuite AKS, BKS, & celle de l'inclinaiſon de la face, avec laquelle il fait auſſi des angles inégaux, l'un au deſſus, l'autre au deſſous de l'horiſon, celui du talud étant aigu.

Supposant que le ceintre du collet D*b*E eſt donné en demi cercle, & perpendiculaire à la direction SK, la voute de cette embraſure ſera une portion de cône Droit coupé obliquement par la face en talud AxB. C'eſt le cas ordinaire d'une embraſure bien tournée.

On commencera par chercher la projection horiſontale de l'arc de face en talud, pour trouver par le moyen des projections des joints de lit & des hauteurs des retombées la vraye longueur de ces joints, comme on a fait aux trompes Droites en talud.

Par un point B pris à volonté ſur AB, on tirera BR perpendiculaire à ce diametre AB, ſur laquelle on fera l'angle du talud RBT, & par le ſommet S du cône une parallele au même diametre, qui coupera BR au point R; enſuite par tous les points p^1 p^2, &c. des projections des diviſions du ceintre primitif D*b*F, on menera des paralleles à AB, prolongées indéfiniment au-delà de BR, ſur leſquelles on portera les hauteurs des retombées du ceintre primitif p^1 1, p^2 2, &c. ſuivant leur ordre aux points 1^n, 2^n, 3^n, 4^n. Par tous ces points & le point R, on tirera des lignes qui couperont le profil du talud B T aux

points $1'''$, $2'''$, $3'''$, $4'''$, par lesquels on menera des paralleles à AB, qui couperont les projections des joints de lit aux points $1'$, $2'$, $3'$, $4'$ que l'on cherche, par lesquels on tracera à la main la courbe $A\,x\,B$, qui sera la projection du talud de la face.

On pourroit trouver ces points avec moins de profils, ayant seulement élevé la hauteur $c\,h$ sur le milieu de $e\,d$, pour avoir le point le plus élevé T, par où ayant tiré T x parallele à BA, qui auront coupé S K en x, la ligne C x tirée du milieu C, de B A au point x, étant doublée, auroit donné le diametre conjugué à la ligne AB, pour décrire par le Probl. 8. du 2.e Livre une demi-Ellipse $A\,x\,B$, qui auroit coupé toutes les projections des joints de lit aux points $1'$, $2'$, $3'$, $4'$, que l'on cherche pour deux usages; premierement, pour avoir les projections des joints de lit; secondement, pour décrire l'arc de face en talud dans toute son étenduë, comme il suit:

Par tous les points $1'$, $2'$, $3'$, $4'$ on tirera des perpendiculaires sur AB prolongées indéfiniment au-delà, sur lesquelles on portera au dessus de AB les longueurs du profil B $1'''$ en $r\,1^{e}$, B $2'''$ en $r\,2^{e}$, &c. & par les points trouvez 1e, 2e, 3e, on tracera la demi-Ellipse A X B, qui sera l'arc de face, qu'on peut aussi tracer par le Probl. 8. du 2.e Livre, sur les diametres conjuguez donnez A B & deux C X.

Par les divisions de la face & le point K de l'axe, on tirera les joints de têtes qui seront en fausse coupe, quoiqu'ils donnent une bonne coupe au ceintre primitif du collet D b E, ce qui convient mieux dans les ouvrages, comme sont des embrasures, que de faire les têtes plus régulieres au dehors &, les coupes gauches ou faussées au dedans en D b E; cependant il sera au choix de l'Architecte de faire les divisions & les coupes sur le ceintre de face, si c'est dans une exposition apparente; parce que les divisions des têtes des voussoirs deviennent fort inégales en grandeur du côté A, où le biais éloigne le plus la face du ceintre primitif D b E.

Les projections des joints de lit étant données; & les hauteurs des retombées de l'arc de face, on aura tout ce qui est nécessaire pour former les panneaux de lit & de doële, comme on a fait à la trompe précedente en talud, & aux autres, ce qui est inutile de répeter.

Les biveaux de lit & de doële se trouveront aussi de la même maniere qu'aux autres trompes, par le moyen des sections de la doële plate avec l'horison, & de la hauteur de la tetombée prise perpendiculairement sur le plan horisontal, au lieu de celle en talud sur le diametre de la face.

Ou bien ſi l'on veut par une autre voye fort ſimple expliquée au Probl. 12. du 3.e Livre. On fera un dévelopement d'une Pyramide imaginaire, compriſe 1.° par la doële plate, 2.° une moitié de lit, & 3.° une moitié formée, par exemple, pour le ſecond vouſſoir par la diagonale $1^c 6$, tirée du point de la diviſion 1^c à un autre 6 pris à volonté dans le joint de tête $2^c 6$, lequel dévelopement conſiſtera en trois triangles rangez de ſuite, comme on voit à la fig. 113. ſçavoir, celui de la doële plate $s^d 1^d 2^d$, ſecondement une moitié de lit $s^d 26$ [*Fig.* 114.] formée par la diagonale $s^d 6$, tranſporté en $s^d 2^d 6^d$, troiſiémement, le triangle de la diviſion imaginaire paſſant dans l'épaiſſeur du vouſſoir par le ſommet du cône S, & la diagonale de tête $1^c 6$, qui eſt le triangle $s^d d^d 1^d$, dont les trois côtez ſont donnez, ſçavoir $s^d 1^d$ commun à la doële, $s^d d^d$ égal à la diagonale du lit $s^d 6^d$, enfin $d^d 1^d$ égal à la ligne $1^c 6$ de la fig. 112.

Ces trois triangles étant rangez de ſuite comme on voit à la figure 113. on prendra ſur le joint de lit & de doële $s^d 2^d$ un point a à volonté, par lequel on lui tirera une perpendiculaire bE, qui coupera $s^d 1^d$ au point b, & $s^d 6^d$ au point E, on portera la longueur s^dE en $s^d e$ ſur $s^d d^d$, & l'on tirera eb; puis du point b pour centre, & be pour rayon, on décrira un arc vers x, & du point a pour centre, & aE pour rayon, on fera un autre arc, qui coupera le précedent en x, l'angle obtus bax ſera celui du biveau que l'on cherche, pour former la ſurface du ſecond lit.

Explication Démonſtrative.

Nous avons dit au 3.e Livre que les angles des plans doivent être pris ſur des lignes perpendiculaires à leur commune interſection. Or la direction SK de l'axe de la trompe étant oblique à la ligne AB d'interſection du plan de face en talud & de l'horiſontal, on ne peut prendre la meſure de l'angle du talud ſuivant la direction de l'axe, ni des projections des joints de lit, qui ſont obliques à l'égard de AB; c'eſt pourquoi du point S on tire une ligne Sq, ou, pour ne pas embroüiller la figure on lui tire une parallele BR hors du cône, pour ſervir de baſe du profil du talud RBT, lequel, quoique couché ſur le plan horiſontal, produira les mêmes effets que s'il étoit élevé en l'air en ſituation verticale, pour marquer les reculemens des hauteurs des points de diviſion des vouſſoirs; parce que en ſuppoſant la ligne inclinée BT ſe mouvoir autour de BR, ſans changer d'ouverture d'angle, il eſt clair que le point T du plus grand reculement, & tous les autres, déterminez ſur cette ligne, demeureront toujours à diſtance égale du plan vertical, qui paſſeroit par AB; par conſéquent toutes les lignes mé-

nées par les points T 1^{m}, 2^{m}, 3^{m}, 4^{m}, peuvent repréſenter des plans verticaux, qui couperont le contour de la face en talud, & la projection de ſes joints de lit en des points 1^{t} 2^{t}, qui repréſentent les diviſions des vouſſoirs.

Et parce que la projection du talud, par le Theorême 3. du premier Livre, doit être proportionelle à l'Ellipſe de la face, dont elle eſt la projection, & avec laquelle elle a un axe commun AB; il ſuit que toutes les ordonnées à cet axe doivent être prolongées à angle Droit; quoique les deux plans de la face & de l'horiſon faſſent un angle aigu entr'eux par le talud; & conſerver toujours le raport de Bv à BT, ce qui a été fait pour déterminer le reculement des diviſions de la face ſur les projections horiſontales des joints de lit, par le moyen deſquelles on trouve leur valeur, & les meſures néceſſaires pour former les panneaux de lit & de doële, comme dans les autres trompes.

USAGE.

Les voutes coniques en talud, Droites ou biaiſes, ſont fort fréquentes dans les Fortifications, où il y a des Cazemates ou places ſouterraines, comme dans les Tours baſtionnées de M. de Vauban, & particulierement dans les Forts Maritimes, bâtis ſur les rochers, voutez pour battre à fleur d'eau, elles ſervent à couvrir les *Embraſures* où l'on place le Canon, d'où leur eſt venu le nom de *Canoniere*, qui n'eſt plus gueres en uſage; & comme l'objet ſur lequel on doit tirer ne ſe préſente pas toujours en face directement, mais un peu de côté, les voutes biaiſes & en talud ſont preſque plus uſuelles que les Droites.

Il eſt viſible qu'une Canoniere & une Trompe ne different qu'en ce qu'en celle-ci le demi-cône eſt complet, & qu'à la Canoniere il eſt tronqué vers le ſommet, telle ſeroit une trompe, dont on ſupprimeroit le trompillon; ainſi le Trait de l'une convient à l'autre à la réſerve de l'angle du collet, qui eſt plus ouvert que celui du vuide, que feroit la tête inférieure avec le trompillon; nous en parlerons à la deuxiéme partie, lorſqu'il s'agira des voutes compoſées.

Quatriéme Cas,

Des Voutes Coniques en Deſcente.

J'ai déja donné au 3.e Livre deux manieres de faire les voutes coniques en deſcentes, l'une par les projections verticales & les perpendiculaires aux élevations des faces, l'autre par les diagonales des projections des vouſſoirs.

Je

Je vais préſentement montrer, qu'on peut faire les deſcentes coniques, ſuivant le même principe que j'ai employé pour les cylindriques; cependant avec un peu plus de compoſition du Trait; parce que l'on ne peut trouver les meſures des joints de lit ſur aucune projection de plan, il faut néceſſairement les chercher chacune en particulier par un profil.

Lorsqu'une voute conique eſt élevée en fenêtre ſur des piedroits courts, au deſſus de la hauteur d'apui, on l'appelle *Abajour ébraſé*.

Lorsque la voute ſe referme par en-bas, comme un trou rond, on l'appelle *Abajour en O ébraſé*. Nous choiſiſſons ici pour exemple celui qui comprend toutes les obliquitez qu'on peut rencontrer dans l'uſage ordinaire, pour éclairer des ſouſterrains, afin qu'il ſerve pour tous les cas.

Abajour en O biais Ebraſé & en Talud.

Soit ABED la projection horiſontale de l'ouverture qu'on ſe propoſe de faire dans un mur, laquelle ne peut marquer que l'obliquité de ſa direction horiſontale, & *ab* ED la projection verticale, qui marque la hauteur C^m I de la face extérieure ſur l'interieure, & l'intervale oblique de leurs diametres *a b* & DE. Plan. 46. *Fig.* 115.

Sur AB du plan horiſontal comme diametre on décrira le demi-cercle ou demi-Ellipſe AHB pour ceintre primitif renverſé, qu'on diviſera en ſes vouſſoirs aux points 1, 2, 3, 4, d'où on tirera à l'ordinaire des perpendiculaires au diametre AB, qui le couperont aux points P*p*, au-delà deſquels on les prolongera un peu pour y marquer le reculement du talud.

On fera enſuite un profil ſuivant la ſection perpendiculaire au mur CI, & un autre ſuivant la direction du trait du milieu *r* C. Ayant tracé à part une ligne verticale V*u*, ſur laquelle on prendra un point M pour centre du profil, on fera avec cette ligne le complement de l'angle du talud VMF. Sur MF on portera ſucceſſivement les longueurs 1 P^1, 2 *p*^2, HC de l'arc de face en M 1, M 2, MF, & des points F, 2, 1, on tirera des perpendiculaires, qui rencontreront la verticale VM aux points V, *l*, *l*. On portera enſuite les intervales horiſontaux FV, 2 *l*, 1 *l*, au plan horiſontal en CT *p t*^1, *p t*^2, &c. pour avoir des points de la demi-Ellipſe ATB, qui ſera la projection de l'arc de la doële & de la face. *Fig.* 116.

Il faut préſentement prolonger les côtez DA, EB, juſqu'à ce qu'ils ſe rencontrent en *s*, où ſera le ſommet du cône en projection, & de ce point *s*, & par tous les points *p* & *t* de la projection de la face, tirer

des lignes pq, to, qui couperont le diametre DE, de la face inférieure, aux points q & o.

Si le point s ſe trouvoit trop loin & hors du plan, ſur lequel on trace l'épure, on auroit recours au Probl. 1. du 3.e Livre.

Par tous les points o on élevera des perpendiculaires indéfinies ſur DE, & par les mêmes o & t d'autres perpendiculaires ſur les lignes so, so, comme TV, tl, qu'on fera égales aux hauteurs correſpondantes au profil Ml^r, Ml, MV; puis du point s, par les points V & l, on menera des lignes qui ſe rencontreront ſur les points o, aux points Y & y; les longueurs oY & oy portées ſur les perpendiculaires à DE, donneront les hauteurs des joints de face intérieure & inférieure $D^{b'}E$, par le moyen deſquelles ayant les points 1^a, 2^a, b^a, 3^a, 4^a, on tracera la demi-Ellipſe, qui eſt le ceintre de cette face, *qu'il falloit trouver.*

Jusqu'ici nous n'avons conſideré dans ce Trait que la projection horiſontale du plan, & la verticale du profil, pour avoir les reculemens des panneaux de doële, il faut y conſiderer une projection inclinée, faite ſur le plan de rampe, dont il faut chercher l'étenduë par un profil; parce qu'elle eſt racourcie dans le plan horiſontal.

Ayant porté la hauteur c^mI du diametre extérieur de la face ſur l'intérieur DE, & mené une horiſontale GR perpendiculaire à Vu, on portera la diſtance horiſontale rC, qui eſt la projection du trait du milieu en GR, & l'épaiſſeur du mur IC en Gi, puis on tirera les lignes iMx & RM, qui ſeront les vrayes longueurs des *traits milieu*, l'une iM de l'épaiſſeur, l'autre RM de la rampe.

On prendra avec le compas la longueur RM du profil, & on la portera au plan horiſontal, poſant une pointe en r, & faiſant avec l'autre une ſection ſur la ligne IC prolongée, qu'elle coupera en m, par où on menera une ligne a^m b^m parallele & égale à AB, qui donnera de part & d'autre de m les points a^m b^m, par où & par les points D & E on menera les lignes Da^m, Ea^m, le trapeze Da^m b^mE ſera la vraye étenduë du plan de rampe, & une portion de triangle par l'axe du cône, dont on aura le ſommet X en prolongeant les côtez Da^m, Eb^a juſqu'à ce qu'ils ſe rencontrent en X, où doit auſſi aboutir la ligne du milieu rm.

Presentement il faut faire ſur ce plan les projections des deux faces, leſquelles changeront d'eſpece, celle de la face antérieure, qui étoit en talud, y ſera repréſentée en ſurplomb, & celle de la face inférieure, qui étoit aplomb, y ſera repréſentée en talud.

Pour trouver les points de la face en ſurplomb, par les points F, 2, 1,

du profil ; on tirera des perpendiculaires sur iM_5, qui rencontreront cette ligne aux points s^1, s^2, s^3, & donneront les avances M_1, M_2, M_3, qu'on portera au plan de rampe en m^1s, m^2s, m^3s, m^4s, & par les points sss, &c. on tracera la demi-Ellipse $a^m\ s\ b^m$, qui sera la projection inclinée de la face en surplomb sur le plan de rampe.

Pour avoir la projection inclinée de la face inférieure sur le plan de rampe, on menera par le sommet X du plan de rampe, & par les points s^1, s, s, des lignes Droites, qui rencontreront les perpendiculaires abaissées des points o, qui sont les premiers $1^{re}o$, $2^{de}o$ prolongées, en K κ & κ, par lesquels on tracera la demi-Ellipse DKE, qui sera la projection de l'arc de face intérieure, laquelle étant supposée aplomb, étoit représentée au plan horisontal par la seule ligne DE, mais qui devient en talud en prenant le plan de rampe pour le plan horisontal.

On peut présentement trouver en même tems, & les vraies longueurs des joints de lit, & les angles des têtes des panneaux de lit, par exemple, pour le second joint de lit.

On portera sur la ligne intérieure du profil Ni les hauteurs trouvées oY, oy, oy en iN, iy, iy, & par les points Nyy, on tirera des perpendiculaires sur iM, qui la couperont aux points K$\kappa\kappa$, on fera un triangle rectangle avec les deux lignes données Xκ^2 sur le plan de rampe, & la perpendiculaire yk^2, l'hypotenuse Xz sera le côté du joint, duquel on retranchera la longueur qui sera donnée pour reste d'un autre triangle rectangle, en élevant sur le point s une perpendiculaire ss^e, qui coupera le joint entier Xz en s^e, la longueur zs^e sera celle qu'on cherche.

Presentement il sera aisé de former les *panneaux de lit* par la méthode generale aux voutes coniques, faisant un triangle des trois côtez donnez, sçavoir de l'axe Xr du demi-diametre de la face intérieure $r2^e$, & du joint trouvé Xz. Et pour la face antérieure de l'axe XC, du rayon CA & du joint trouvé Xs^e.

Les panneaux de doële se feront comme ceux de lit, en faisant deux triangles avec les longueurs des joints de lit, jusqu'à la face inférieure, & d'une corde de cette face, puis de deux joints de lit dans le vuide de la partie tronquée & de la corde de la face supérieure, dont le triangle qui sera plus petit que le premier étant retranché, donnera pour le second lit un trapeze, tel qu'on le voit à la figure 118. aux chiffres où est le 2^d.

Les biveaux de lit & de doële se trouveront suivant la méthode ge-

nerale, dont l'application a été faite aux voutes coniques biaiſes & en talud, à quoi ſe réduit celle-ci conſiderée ſur le plan de rampe, comme ſur un plan horiſontal.

L'application du trait ſur la pierre eſt la même auſſi que pour cette eſpece de voute conique.

Explication démonſtrative.

Puisque tous les côtez des cônes ſont inclinez au triangle par l'axe DS E, conſideré comme horiſontal, ils ſont tous differens de la vraye longueur, qu'on repréſente en projection; c'eſt pourquoi on eſt obligé de faire autant de triangles rectangles qu'il y a de joints de lit, par la même raiſon le triangle, qui eſt la projection d'un cône incliné, étant encore diminué de longueur, il faut élever ſur cette projection des perpendiculaires, qui donnent une vraye longueur inclinée; or comme le diametre DE de la baſe du cône DbE, & cette baſe même ſont communs aux deux cônes, ſçavoir à celui de la projection horiſontale, & à l'incliné en deſcente; il eſt clair qu'ayant trouvée, par la ſuppoſition d'un cône horiſontal, cette baſe, elle ſera auſſi trouvée pour le cône incliné; mais ſi cette baſe, qui a été conſiderée comme immobile à l'égard de ces deux cônes, reſtant toujours dans une ſituation verticale, eſt ſuppoſée ſe mouvoir au-tour de ſon diametre DE, juſqu'à ce qu'elle prenne la place du plan incliné de la rampe, qui eſt le triangle par l'axe du cône incliné; il eſt clair que les lignes verticales, qui paſſent par les joints de tête 1^a 2^a b 3^a 4^a, ſeront inclinées ſuivant la même inclinaiſon que le plan de rampe, lequel alors deviendroit horiſontal; ainſi la face verticale aura pris la place d'une face en talud, dont la projection des diviſions ſera bien faite par des verticales repréſentées 2-x, b-k, &c. ce qu'il falloit faire pour la face inférieure. La même tranſpoſition n'eſt pas moins claire à l'arc de face ſupérieure, qui devient en ſurplomb quoiqu'il fût en talud.

USAGE.

Les abajours ébraſez ſont très fréquens dans les bâtimens où il y a des ſouſterrains, on en trouve même dans les Fortifications modernes, comme à celles de Manheim dans le Palatinat; mais comme l'intérieur de la voute eſt de moilon ou de briques, le Trait de la coupe des pierres n'eſt néceſſaire qu'à une ſeule face, qui eſt l'apparente en talud.

Cinquiéme Cas,

Des Voutes Coniques Rampantes.

On donne le nom de *Rampantes* à toutes les trompes, dont les impoſtes ne ſont pas de niveau, mais inclinées à l'horiſon, comme celle qui eſt repréſentée à la fig. 117. en quoi elles different des précedentes. *Fig.* 117.

Dans cette eſpece de trompe il peut y avoir beaucoup de cas. Premierement, on peut faire une des impoſtes de niveau, & l'autre rampante, comme à la trompe d'Anet, alors l'axe du cône eſt rampant; parce qu'il vient de l'angle des piedroits, qui comprennent la trompe à la hauteur de la naiſſance inferieure, & s'éleve au milieu de la hauteur de la rampe, telle eſt la ligne MC de la fig. 119. qui repréſente l'axe en projection verticale.

2.° Les deux naiſſances ou impoſtes de la trompe peuvent être inclinées, l'une en montant, comme CA [*Fig.* 120.] l'autre en deſcendant, comme CR. C'eſt ce que le P. Deran appelle *Trompe rampante par le haut & par le bas.* Dans celle-ci l'axe eſt de niveau, & n'eſt repréſenté en projection verticale que par le ſeul point C.

De ces deux cas principaux il en ſuit d'autres, où l'on peut compter differentes variations à l'égard de l'axe & de ſa direction; car dans le premier la direction de l'axe, & dans le ſecond l'axe peut être même perpendiculaire au plan de la baſe du cône RHA, & alors la trompe quoique rampente peut s'appeller *Droite ſur ſa face*, mais differemment; car la premiere eſt *rampante par ſon diametre*, & par ſon axe, mais *Droite par ſa direction*, & l'autre eſt rampante par ſon diametre, & *Droite par ſon axe*, & par ſa direction.

Et au contraire, lorſque la direction eſt oblique à la face, la trompe ſera toujours *Biaiſe & rampante.*

Nous comprenons ſous cette obliquité les variations que cauſent le talud, ou le ſurplomb; de ſorte qu'on pourroit compter huit ſortes de trompes rampantes.

La premiere, qui ne rampe que d'un côté de piedroit, du fond de la trompe en montant.

La 2.e Celle qui rampe par haut & par bas.

La 3.e qui eſt biaiſe ſur ſon axe.

La 4.e qui eſt biaiſe ſur ſa direction.

La 5.e qui eſt droite par ſa direction, mais en talud ou ſurplomb.

La 6.e qui eſt biaiſe & en talud, ou en ſurplomb.

La 7.e qui eſt droite par ſon axe ſur la face en talud, ou en ſurplomb.

Et la 8.e qui eſt biaiſe dans toutes les circonſtances : cela ſuppoſé, voici le trait pour un de ces cas, & une introduction pour les autres.

Premiere Diſpoſition,

Trompe Conique Rampante d'un côté, Droite par ſa direction ſur ſa Face.

Pour ôter tout l'embarras que peut cauſer la rampe d'une des impoſtes & de l'axe de cette trompe, il n'y a qu'à faire une ſuppoſition, que le Couſſinet du piedroit, qui eſt une ſurface plane triangulaire, fait une partie de la voute conique, étant pris de niveau avec la naiſſance ou impoſte, qui eſt de niveau dans la partie inférieure ; ainſi conſi-
Fig. 119. derant le couſſinet MAB comme un vouſſoir déja fait, il ne ſera plus néceſſaire d'avoir attention à la ligne de rampe ou diametre RA, mais ſeulement à l'horiſontale RB, que l'on conſiderera comme le diametre d'une trompe conique droite, pour trouver toutes les longueurs des joints de lit, par le moyen de la projection des points de diviſion du ceintre de face, ce qui paroît aſſez clair, mais que nous allons encore mieux faire connoître par un exemple.

Soit RSB l'angle des piedroits de la trompe, conſiderez comme coupez par un plan horiſontal, lequel eſt un peu moins aigu que celui de la ſection de la trompe par ſon axe RMA. Ayant élevé au point B une perpendiculaire BA ſur RB, à telle hauteur A qu'on le juge à propos, on tirera la ligne de rampe RA, qui ſera le diametre d'un demi-cône ſcalene R*b*AM, dont la hauteur de la baſe ou face R*b*A peut être priſe à volonté en *b*, plus haut ou plus bas.

Par les trois points donnez R*b*A on fera paſſer un arc rampant, comme il a été enſeigné au Probl. 20. du 2.e Livre ; puis on diviſera le contour de ce ceintre en ſes vouſſoirs aux points 1, 2, 3, 4, plûtôt en nombre pair qu'impair contre la régle ordinaire des arcs, dont les impoſtes ſont de niveau, afin que la clef ſe trouve au ſommet en *b*, qui ne répond pas au milieu de l'intervale horiſontal RB, faiſant enſorte que la corde 23 de la clef ſoit de niveau, ce qui me paroît convenable ; quoique M. de la Rue ne l'ait pas obſervé dans ſa trompe d'Anet ; par les points de diviſion des vouſſoirs, on tirera des joints de tête 1, 4 ; 2, 5 ; 3, 6, à l'ordinaire, & par les mêmes points on abaiſſera des perpendiculaires 1*p*, 2*p*, 3*p* ſur l'horiſontale RB, qu'on

prendra pour le diametre de la trompe, & des points p on tirera des lignes au point S, sommet du cône, qui feront les projections des joints de lit, par le moyen desquelles & des aplombs abaissez des divisions 1, 2, 3, 4 on tracera leur juste longueur, qui est l'hypotenuse du triangle rectangle, qui a ces deux lignes pour jambes, comme nous l'avons tant de fois répeté. Ainsi transportant les aplombs $1p$, $2p$, $3p$ à angle droit sur l'extremité des projections des joints de lit, comme on le voit exprimé à la figure par des arcs de cercles Aa, $3f^3$; on aura pour longueur du premier joint de lit la ligne Sf^1, pour second la ligne Sf, ainsi des autres, & pour longueur de l'imposte ou naissance rampant la ligne Sa, qui est racourcie au plan horisontal SB, comme toutes les autres.

Les Biveaux de lit & de doële, & de doële & de tête, se trouveront aussi facilement dans cette trompe que dans la trompe droite, & supposant, comme je l'ai dit, que le coussinet MAB fait partie de la doële.

REMARQUE.

Il faut observer ici que les têtes des vousſoirs sur le trompillon deviennent inégales entr'elles, quoique les divisions 1, 2, 3, 4 du ceintre RbA soient égales; parce que le cône étant scalene, les impostes, qui sont les côtez de la section du triangle par l'axe RM, MA, sont inégales; puisque RM, qui représente en projection verticale, l'imposte de niveau, est égale à RS du plan horisontal; mais non pas AM à SB; parce que MA incliné est plus grand que SB de niveau; de sorte que tous les joints de lit sont de longueur inégales, & par conséquent les angles qu'ils font au sommet du cône S inégaux, quoique les arcs R1, 12, 23, &c. soient égaux entr'eux.

Seconde Disposition,

Trompe Conique Rampante par le haut & par le bas.

La construction de cette trompe paroît d'abord contraire à la soli- *Fig.* 120.
dité, en ce que son imposte ou naissance inférieure est dans un plan incliné, & elle la seroit en effet si on faisoit les lits des vousſoirs de cette partie en pente, comme l'imposte; car malgré le frottement il tendroit toujours à couler sur le devant, si l'inclinaison étoit de plusieurs degrez; mais cet inconvenient cesse en prenant la naissance dans un vousſoir, qui porte une partie triangulaire plane, posée de niveau par son lit, comme les autres pierres du piedroit, d'où la naissance s'éleve comme par degrez, que la ligne d'imposte traverse diagonalement,

de ſorte que chacune de ces pierres eſt partie plane, partie concave. On peut même, ſi l'on veut, graver cette ligne en façon de faux joint pour en marquer la continuité & la direction, ce qui convient particulierement vers le trompillon, où la ſurface concave, quoique tangente aux piedroits, ſe diſtingue plus ſubitement de ſa ſurface plane.

Les projections de lit SP, Sp, &c. étant faites comme au cas précedent, il faut les joindre differemment à leurs aplombs, pour faire les triangles rectangles, dont l'hypotenuſe donne la vraye longueur des joints; parce que les aplombs des diviſions 1, 2, 3, 4 ne doivent pas tomber juſques ſur l'horiſontale RB où étoit le ſommet du cône. Ici il eſt plus haut, ſçavoir en C, centre du ceintre, qui repréſente dans ce point auſſi tout l'axe en projection verticale. C'eſt donc par ce point C qu'il faut mener l'horiſontale ON, qui coupera les aplombs 1p, 2p, &c. aux points L & l; les hauteurs 1L, 2l, 3l ſeront celles des aplombs, qui doivent ſervir de jambe au triangle rectangle, dont l'hypotenuſe donne les vrayes longueurs des joints de lit; ainſi on portera les projections horiſontales Sp, SP, ſur l'horiſontale ON, des points L, l, l, en d, e, f, les longueurs d1, e2, f3 ſeront celles des joints de lit.

La même horiſontale ON ſervira à trouver les biveaux de doële & de tete, & de doële & de lit, comme aux autres trompes.

On peut faire ce Trait d'une maniere encore plus ſimple, en conſiderant cette voute comme une horiſontale Droite, qui n'a aucune difference de la premiere trompe fondamentale, que celle de la courbe de ſon ceintre, qui n'eſt pas circulaire ni Elliptique ſuivant l'uſage ordinaire aux trompes horiſontales, en ce que la ligne paſſant par les impoſtes n'eſt pas un axe, mais un autre diametre RA.

Ainsi au lieu d'abaiſſer les perpendiculaires des diviſions 1, 2, 3 ſur la ligne RB ou ON, on peut les abaiſſer ſur RA, comme 1a, 2a, 3a; puis ayant mené par le point C une ligne CD égale à la profondeur de la trompe donnée MS, on menera DR, DA; le triangle RDA ſera une ſection par l'axe differente de la projection horiſontale RSD, en ce que l'angle RDA eſt plus ouvert que RSB, que font entr'eux les piedroits de la trompe horiſontalement; mais il eſt toujours la meſure de leur ouverture ſur un plan incliné RA.

Par les points a, a, a ayant tiré des lignes au ſommet D, on portera les longueurs Da^1, Da^2, Da^3, en 1$^a d$, 2$^a d$, 3$^a d$, ſur AR prolongée où il faut; les lignes 1d, 2d, 3d ſeront les vrayes longueurs des joints de lit que l'on cherche.

Si les deux impoſtes étoient rampantes inégalement, alors le point qui repréſente la projection du ſommet du cone ſur le plan de la face, que repréſentoit le point M à la fig. 119. ſe trouvant au deſſus ou au deſſous du centre C, de la ligne RA, cette derniere conſtruction ne pourroit plus ſervir, il faudroit en revenir à la précedente, à laquelle cette difference de cas, qui ſeroit fort extraordinaire, ne feroit cependant d'autre changement que d'élever ou d'abaiſſer l'horiſontale ON, qui doit paſſer par *c* au deſſus de C, ſi R*c* eſt moins incliné que A*c*, & au deſſous en *f*, ſi R*f* eſt plus inclinée que *f*A.

Corollaire.

De la conſtruction de ces deux principaux cas de trompes rampantes, il ſera aiſé de déduire celle des autres qui en dépendent, comme celles dont nous avons fait mention ci-devant, qui ſont de plus *biaiſes par la direction* horiſontale de leurs faces, à l'égard de l'axe du cône ou en *talud* ou en *ſurplomb*. Il n'y a qu'à faire la ſuppoſition, que la face plane triangulaire du couſſinet fait partie de la doële de la trompe, & operer comme dans les trompes biaiſes, ou biaiſes & en talud, qui ne ſont pas rampantes, la difference de ces voutes ne tombant que ſur le contour du ceintre, qui ſera ainſi partie Elliptique & partie Droite au couſſinet.

Sixiéme Cas,

Des Trompes coniques de face Angulaire en angle ſaillant.

En Termes de l'Art.

Des Trompes ſur le Coin.

Les Trompes ſur le coin ne ſont autre choſe que des voutes coniques ordinaires, coupées obliquement par leurs faces en deux parties, qui forment un angle ſaillant.

Lorsque les deux faces ſont égales entr'elles, & leurs baſes égales à celles des piedroits, & que l'angle eſt Droit, alors la trompe eſt appellée *Droite ſur le coin*; parce que ſon axe ne tourne plus plus vers un piedroit que vers l'autre. Telle eſt celle qu'on repréſente à la fig. 121.

Si au contraire l'angle ſaillant ou rentrant eſt obtus ou aigu, & les côtez ou les faces inégales, la trompe eſt appellée *Biaiſe* ſur le coin.

Premiere Eſpece,

Trompe Droite ſur le Coin.

On peut faire que cette trompe ſoit portion d'un cône Droit, ou d'un cône ſcalene.

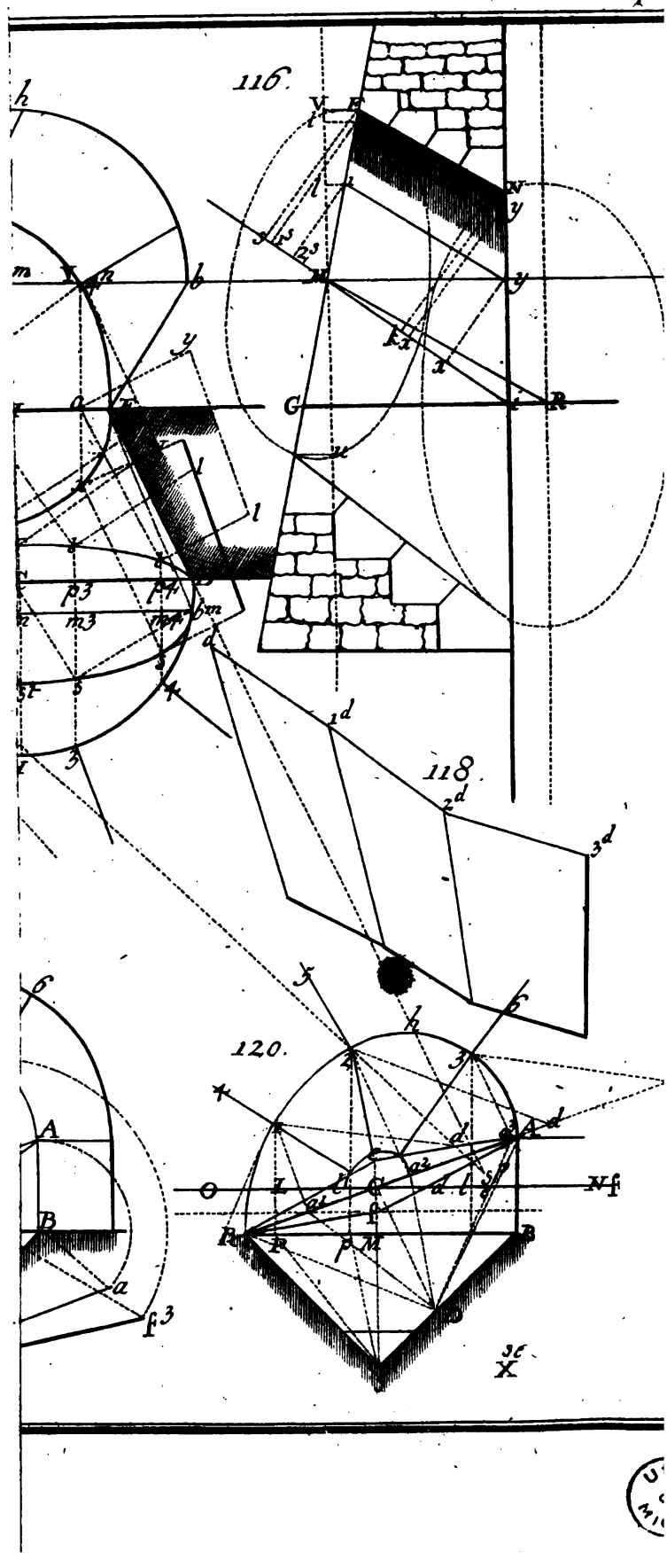
Premiere Diſpoſition.

Fig. 122. Soit le quarré BNDS la projection horiſontale de la trompe qu'on ſe propoſe de faire dans un angle Droit rentrant BSD. Ayant tiré la diagonale BD, on décrira ſur cette ligne, comme diametre, un demi cercle BND pour ceintre primitif, qui eſt ici tourné de haut en-bas, & l'ayant diviſé en ſes vouſſoirs égaux aux points 1, 2, 3, 4, on menera par ces points des paralleles à l'axe SN, qui couperont la projection des faces BN, DN aux points q & Q, par leſquels on tirera d'un côté des lignes droites au ſommet S, qui ſeront les projections des joints de lit, leſquelles couperont le diametre BD aux points P & p, deſquels on élevera des perpendiculaires au diametre, qui couperont la circonference du ceintre primitif BND aux points 1^i 2^i 3^i 4^i, où ſeront les vrayes diviſions du ceintre primitif, qui deviennent inégales, comme elles doivent être pour que celles des faces ſoient à peu près égales, comme on va le voir ſur la courbe de ſon ceintre que nous allons chercher. Si l'on veut que la diviſion des têtes de l'arc de face ſoient parfaitement égales, il faut tracer cet arc ſans égard aux diviſions des vouſſoirs, enſuite le diviſer également, cela vaut mieux, & eſt moins embaraſſant que les moyens du P. Deran & de M. de la Rue, qui ne ſont point géometriques, en voici la maniere :

On élevera au point N une perpendiculaire à la diagonale SN, qui rencontrera le côté SD prolongé en b^n ; on portera la longueur Nb^n ſur DN prolongée en H, où ſera le ſommet de la clef ſur l'angle N, & l'amplitude d'une demi-parabole, qui forme le ceintre de face de chaque côté ; & parce que cette amplitude NH eſt une ordonnée à ſon axe BN, & le point B le ſommet de la parabole, on la décrira par le Probl. X. du 2.e Livre.

Ou bien d'une maniere un peu differente, on diviſera NH en quatre parties égales en G, K, [illegible] ; par le point G de la premiere on tirera une perpendiculaire ſur H[illegible], qu'elle rencontrera en x. La même xG prolongée juſqu'à ce qu'elle rencontre l'axe BN prolongée en y, donnera une longueur Ny égale à celle qu'il doit y avoir du ſommet B au foyer F de la parabole, & au dehors de la directrice, paſſant en I ſur l'axe NB prolongé ; ainſi avec le foyer F & le point I de la directrice, on tracera autant de points qu'on voudra à la circonference de la Parabole, ou bien on la décrira par un mouvement continu, comme il eſt expliqué au Probléme cité.

On peut auſſi trouver pluſieurs points de la Parabole, en tirant des paralleles à BD par les points q^3, q^4, de la projection des joints de


116.
118.
120.

lit ſur la face, leſquelles rencontreront S D prolongé aux points 4^f, 3^f enſuite du point N pour centre, & des intervales N 4^f, N 3^f pour rayon, on fera des arcs de cercles, qui couperont les perpendiculaires, qui ſeroient élevées ſur DN aux points q^1, q^4, ou ſur leurs correſpondans $q\,1^e$ $Q2^e$ en des points 1e 2e H, leſquels ſeront à la circonference de la parabole. Remarquez que cette méthode ſuppoſe que le ceintre primitif eſt circulaire.

Les angles des têtes des lits ſeront auſſi donnez en prolongeant les rayons Nb^n, $N3^f$, $N4^f$, ſi l'on veut que tous les lits tendent, & s'entrecoupent à l'axe du cône SN. Ainſi S 4^f 8 ſera l'angle de tête des deux premiers lits, l'un à droite, l'autre à gauche, S 3^f 7 celui du ſecond, ainſi du reſte.

Mais ſi l'on tire les joints de tête perpendiculairement aux arcs paraboliques, ſuivant la régle donnée au Prob. 26. page 195. du 2.e Livre, les lits ne tendront pas à l'axe de la trompe. En ce cas je crois que la premiere pratique, qui eſt plus conforme à la bonne conſtruction de ſolidité, eſt préferable à la régularité apparente des joints de tête.

Par le moyen des projections des joints de lit à la doële, & la hauteur des retombées des faces, il ſera aiſé de trouver par les manieres ordinaires les vrayes longueurs de ces joints néceſſaires, pour former les panneaux; & comme nous ſuppoſons le cône intrinſéquement Droit, il n'eſt pas beſoin de les chercher, elles ſont données ſur l'épure en S 4^f, S 3^f, S b^n.

Presentement tout eſt donné pour faire les panneaux de doële plate ou dévelopée, & pour ceux des lits.

1.o Pour ceux de doële, il n'y a qu'à former un triangle avec deux joints de lit, par exemple pour le premier avec les longueurs S D, S 4^f, & la corde de la face $B1^e$; ainſi des autres.

Si au lieu des doëles plates on vouloit avoir les doëles dévelopées, pour en former des panneaux flexibles, au lieu des cordes des arcs de face on prendroit les arcs paraboliques étendus, c'eſt-à-dire, rectifiez, & les rengeant de ſuite, comme on voit à la figure pour une moitié de b en d, on traceroit à la main ou avec une régle pliante une courbe $b3^d 4^d d$, qui ſeront le dévelopement de la face ſur une ſurface plane, lequel pourroit ſe plier & s'appliquer dans la ſurface d'un cône Droit, dans laquelle elle détermineroit le contour de la parabole ſur la demi-face plane de chaque pan; mais cette maniere, qui eſt celle des Auteurs, n'eſt pas la meilleure, nous en propoſerons ici après une autre plus propre à la pratique.

Si l'on fait des doëles plates, il arrive encore une autre incommodité, c'eſt que celle de la clef ſe trouve partagée en deux ſurfaces planes $b\,3^c\,S$ & $b\,2^c\,S$, qui ſont entr'elles un angle rentrant, à peu près égal à celui que font les deux cordes 2N, N3 de l'arc 2N3, je dis à peu près, parce qu'il eſt un peu plus fermé que celui du biveau, qui en eſt la juſte meſure; c'eſt pourquoi nous renvoyons le Lecteur à un autre *Trait*, plus convenable à la pratique & plus general, que nous donnerons ci-après.

On peut cependant faire uſage de celui-ci, où l'on a tout ce qui eſt néceſſaire pour tracer les vouſſoirs; car nous avons les panneaux de doële plate, & deux côtez de la clef, & l'on peut auſſi n'en faire qu'un ſeul de la clef, en prenant la corde $2'\,3'$ au lieu des deux cordes de la face $2^c\,H$ de droite & de gauche, avec laquelle & les deux joints de lit $S\,3^f$, auſſi de chaque côté on fera un triangle STV, auquel, ſur la même corde TV, on en ajoutera une autre pour la valeur de l'angle ſaillant $2'\,N\,3'$, qui n'atteindra pas cependant à l'angle N; parce qu'il paſſera au deſſous d'une certaine quantité, qu'il faut chercher; on prendra la longueur $l\,3^f$, de laquelle comme rayon, & d'un des points T, ou V pour centres, on fera un arc vers S, qui coupera la ligne du milieu au point c, duquel comme centre & du même rayon $l\,3^f$, on décrira l'arc T*l*V, dont on portera la fleche *lm* en $3^f\,r$ ſur $l\,3^f$ de la figure 122. puis du point S par r on tirera la ligne SR; on portera auſſi la diſtance rR ſur S z de M en z, & de ce point z, on tirera des lignes aux points T & V, le trapezoïde STzV ſera le panneau de doële plate pour la clef, dont le point z eſt au deſſous du point b du développement, ou H de la hauteur de l'angle dans le même aplomb NH ou $N\,b^e$ du profil de l'intervale $R\,b^e$, ce qui fait voir l'erreur du trait de M. de la Rue, qui fait paſſer ſon panneau de doële plate au ſommet de l'angle ſaillant à la doële. Fig. 124.

Les biveaux de tête & de doële, & de doële & de lit, ſe formeront de la même maniere qu'à la trompe plate, chacun en particulier, par le moyen des cordes des arcs de faces prolongez, pour avoir la ſection de la doële plate de chaque vouſſoir avec l'horiſon.

Application du Trait ſur la Pierre.

Les vouſſoirs de têtes unies au côté de la clef ſe traceront comme à la trompe plate; premierement, en poſant le panneau de doële plate ſur un parement, & abatant la pierre pour former la tête avec le biveau de doële & de tête; puis ayant appliqué ſur ce ſecond parement le panneau de tête, pris à l'élevation, comme $2^c\,6\,5\,1^c$, on

abatra la pierre à la régle, coulant ſur les arêtes de doële & de joint de tête.

Pour la clef il y faut un peu plus de façon, parce qu'elle eſt angulaire à deux têtes, & que le panneau de doële plate n'en touche pas les quatre angles.

Ayant dreſſé un parement pour ſervir de doële plate, on y appliquera le panneau STzV de la fig. 124. puis ayant tracé le trait du milieu Sz, on y appliquera le biveau de l'angle SRE, ſuivant lequel on fera une plumée, & afin que l'arête de l'angle ne panche ni à droite ni à gauche, on fera des points T & V pour centres des arcs dans la rigole de cette plumée, qui ſe croiſeront en un point, par lequel & le point R on tracera une ligne, qui ſera l'arête de l'angle ſaillant.

Par le moyen de cette arête, & de celles des têtes de la doële zT & zV, on pourra faire les deux têtes de droite & de gauche ſans biveau, en faiſant couler la régle ſur ces deux lignes, à meſure qu'on abatra la pierre.

Les têtes étant formées on y appliquera le panneau 2^eH de la face, poſant le point 2e ſur T d'un côté & V de l'autre, & le point H ſur l'arête au deſſus de l'angle de la doële plate de l'intervale R*b*; dans cette ſituation on tracera l'arc parabolique, qui ſuffira pour creuſer la doële ſans toutes ces fauſſes cherches, que les Auteurs trouvent avec beaucoup de circuit, pour indiquer un faux contour circulaire, & une fauſſe poſition perpendiculaire aux doëles, auſquelles il n'y a que des arcs Elliptiques qui puiſſent convenir. En effet, pour creuſer la doële il n'y a qu'à abattre la pierre à la régle, appuyée d'un côté ſur la pointe S, ſi on l'a, ou ſur l'arc du trompillon, fait comme nous l'avons dit pour la trompe Droite circulaire, & de l'autre ſur l'arc parabolique, obſervant ſeulement que cette régle ſoit toujours dirigée d'un côté au ſommet S, ou poſée ſur des parties proportionelles de la largeur de la tête & du trompillon; comme nous l'avons dit dans l'introduction à la formation des ſurfaces, ce qui retranche de fauſſes & inutiles cerches.

Si cependant on en vouloit uſer pour plus grande ſûreté, on peut poſer la cerche d'un arc de ceintre primitif, incliné ſuivant l'angle aigu CDS, ou ſon ſupplément CD*b*, contre lequel on appuyera la cerche, obſervant qu'une branche tende au ſommet, & que l'autre ſoit bornoyée par l'arête du milieu de la tête, ce que je dis ſeulement pour la clef, car cette vérification eſt inutile pour les autres vouſſoirs.

Je n'ai rien à ajouter pour la coupe des lits, puiſqu'on a les joints

de tête & les joints de lit donnez pour diriger la régle, ſuivant laquelle on doit abatre la piérre.

Seconde Eſpece,

Trompe ſur le Coin, Droite, ſurbaiſſée ou ſurhauſſée.

On ne peut faire cette eſpece de trompe auſſi facilement que la premiere, ni en varier le *Trait*, en ſe choiſiſſant un ceintre primitif au dedans ou aux faces ſans y trouver quelques difficultez, qui ont induit en erreur le P. Deran & Deschales, & M. de la Rue, page 151. Ces Auteurs on cru qu'on pouvoit prendre à volonté, pour ceintre primitif aux faces une courbe quelconque ſurbaiſſée ou ſurhauſſée, & même circulaire; c'eſt une erreur qu'il eſt bon de démontrer.

Il eſt certain qu'une doële doit être uniforme ſans plis ni jarrêts; or celle d'une voute ſur le coin, dont les faces ſont de toute autre courbe que d'une parabole, fait un angle ſaillant ou rentrant tout au long de la doële, au milieu de la clef; par conſéquent l'on ne doit faire ces ceintres ni en portions de cercles, ni d'Ellipſes.

Pour prouver la mineure, je n'ai qu'à démontrer que la doële des Auteurs citez eſt un compoſé de deux quarts de cônes égaux; mais tournez en ſens contraire, comme on voit à la figure 80. du premier Livre Planche 7. dont l'angle du ſommet eſt plus petit que BSD.

Fig. 123. Supposons premierement [*Fig.* 123] que le quarré BSDN eſt le plan horiſontal de la trompe Droite ſurbaiſſée, ſi l'on prolonge les faces BN, DN, enſorte que NB ſoit égal à NB, & N*d*, égal à N*d* il eſt clair que cette ligne B*b* ou D*d* ſera le diametre entier du ceintre de face, s'il eſt en quart de cercle ou en quart d'Ellipſe; & par conſéquent que ſi l'on tire des points *b* & *d* au ſommet S au fond de la trompe, on aura deux demi-cônes BS*b*, BS*d* égaux & tournez en ſens contraire, dont l'angle du ſommet S commun à tous les deux, eſt moindre que celui des piedroits de la trompe BSD de la quantité BS*e* ou DSE.

D'ou il ſuit que la ſection BD perpendiculaire à l'axe SN eſt un compoſé de deux demi-Ellipſes, dont les diametres ſont les parties B*g* & DG, qui ſont diviſées inégalement par le point *m*; mais les plus grandes ordonnées de ces Ellipſes, qui ſont leur plus grande hauteur ſur l'horiſon, ſont au milieu de ces diametres; d'où il ſuit que l'ordonnée commune aux deux Ellipſes en *m* eſt plus petite que celles qui ſont au milieu; par conſéquent le point de la doële qui eſt aplomb au deſſus du point *m* eſt plus bas que ceux des côtez, ainſi la ſurface de la doële s'y abaiſſe, & fait une arête en *contrebas*, ſuivant le terme de l'Art, *ce qu'il falloit démontrer.*

Si l'on faiſoit les ceintres des faces de portions d'Ellipſes moindres que le quart, l'arête de jarret deviendroit un peu moins ſenſible; mais ſi petites qu'on les faſſe, l'erreur ſubſiſtera toujours; parce qu'on pourra toujours déterminer la longueur du diametre de cette portion d'Ellipſe, qui ſera toujours finie, & l'axe de la Parabole eſt infini.

Il eſt donc évident que ſi l'on veut faire une trompe Droite ſur le coin ſurhauſſée ou ſurbaiſſée, il faut faire le ceintre primitif ſur BD en portion d'Ellipſe ſur ſon grand ou ſur ſon petit axe; puis ayant trouvé par le profil la hauteur que ce ceintre donne à l'angle ſaillant en NH, on décrira les ceintres de face paraboliques de la même maniere, que ſi la trompe étoit portion d'un cône Droit ſur une baſe circulaire, dont nous venons de parler.

Si au contraire, on veut prendre pour ceintre primitif les arcs de faces, on ſe donnera telle hauteur NH qu'on jugera à propos, avec laquelle, le ſommet B ou D, & l'axe BN ou DN, on tracera la Parabole, par le Probl. X. du 2.e Livre, & l'on continuera le trait comme au précedent, ſans aucun changement que celui des meſures & des profils, qu'on ne pourra pas prendre ſur l'impoſte, comme à ce Trait; mais qu'on ſera chacun en particulier, comme aux trompes biaiſes précedentes; ce qui eſt aſſez facile à concevoir ſans qu'il ſoit neceſſaire d'en répeter la pratique.

Troiſiéme Eſpece.

Trompe ſur le Coin Biaiſe.

Les Auteurs citez ſont tombez dans ce Trait dans les mêmes erreurs qu'au précedent, prenant pour ceintre primitif des arcs des faces circulaires ou Elliptiques, & n'ont parlé que de la trompe biaiſe, dont le plan horiſontal eſt un parallelograme, comme FSD*n*, auquel cas les faces ſont toujours néceſſairement des demi-paraboles; quoique le ceintre primitif formé ſur FD ſoit circulaire ou Elliptique, c'eſt-à-dire, que le cône, dont la trompe eſt une portion, ſoit de ſa nature Droit ou ſcalene, ce qui eſt inconteſtable. *Fig.* 123.

La conſtruction de ce cas n'ayant rien de different de la précedente, que l'inégalité des axes des paraboles des faces, ne demande pas qu'on en faſſe une deſcription particuliere.

Nous choiſirons pour exemple de la trompe biaiſe, celle dont les faces & les piedroits ſont inégaux, dont la projection horiſontale eſt un trapeze, comme FNES. *Fig.* 125.

M. de la Rue prend pour ceintre primitif la ſection verticale ſur la diagonale FE; cette conſtruction eſt bonne, mais il en peut arriver une difformité, ſi les faces étoient fort inégales, en ce que le ceintre ſécondaire, Elliptique ſur une des faces, pourroit devenir une portion d'Ellipſe, plus grande que le quart, de ſorte que l'angle ſaillant ne ſeroit pas au ſommet de la face, mais au deſſous en *contrebas*.

Pour éviter cet inconvenient, il faut faire enſorte que l'axe du cône ſoit toujours dans la diagonale SN, ou du moins que le centre du ceintre primitif de ſection verticale ſoit toujours dans cette diagonale. S'il n'eſt pas circulaire, il faut donc *chercher la ſection circulaire d'un cône ſcalene, dont on a les côtez & l'axe donné.*

Par un point C pris à volonté ſur l'axe SN, on menera CA parallele au piedroit ES, laquelle rencontrera l'autre BS en A. On portera la longueur AS en AB, pour avoir le point B, par lequel & par le point C on tirera BCD, qui rencontrera SE au point D, la ligne BD ſera le diametre du ceintre primitif, circulaire ou Elliptique, qui ſert à régler le contour de la doële, à peu près comme l'arc-Droit dans les voutes cylindriques.

Presentement pour former les ceintres de face, qui ſont differens, à cauſe de la difference de leur obliquité à l'égard de l'axe SN; on menera par le point N une parallele à BD, qui rencontrera les piedroits prolongez en *f* & G, la moitié NG ſera la hauteur de l'angle ſaillant, ſi le ceintre primitif eſt circulaire, laquelle NG ſera une ordonnée commune aux deux courbes des ceintres de face de la droite & de la gauche, par le moyen de laquelle, des points B ou E pris pour ſommet avec le diametre de la courbe, qu'on trouvera en prolongeant FN ou EN juſqu'à ce qu'il rencontre le piedroit oppoſé prolongé, qui ne peut le rencontrer dans cette figure que au-dehors de la planche, on décrira par le Probl. 4. du 2.e Livre la portion d'Ellipſe, qui eſt le ceintre de l'arc de face à chaque côté.

Le ceintre primitif BHD, & ceux des faces étant donnez, ou en quart d'Ellipſes, ou en demi-paraboles, il eſt au choix de l'Architecte de faire les diviſions des vouſſoirs où il le juge à propos, pour la régularité de la doële ou des faces, étant clair, comme nous l'avons dit ci-devant, que les obliquitez laiſſent toujours de leurs traces, ou ſur la doële ou ſur la face; on ne peut les cacher par-tout; ſi on diviſe la face en parties égales, les doëles deviennent inégales dans les diſtances tranſverſales, & ſi celles-ci ſont égales, celles des faces deviennent très inégales entr'elles; de quelque maniere qu'on les faſſe, il ſuffit qu'on ait les projections de lit pour en trouver les valeurs, avec leſquelles on forme les panneaux de lit & de doële.

Si

Si les divisions ont été faites sur les arcs de face, on en aura les hauteurs 1Q, 2q, P3, p4, lesquelles étant posées à angle Droit sur les projections SQ, Sq, &c. les hypotenuses Sf^1, Sf^2, &c. seront les vrayes longueurs des joints de lit.

Si les divisions ont été faites sur le ceintre primitif de section transversale BD, comme aux points 1°, 2°, 3°, 4°, on fera des triangles rectangles avec les jambes Sr^1, Sr^2 & $1^\circ r^1$, $2^\circ r^2$, dont l'hypotenuse sera la longueur du joint de lit jusqu'au ceintre primitif; mais comme ce ceintre est ici partie au-dehors de la trompe en r^1 & de la longueur $r^1 u$, & partie au-dedans, comme en Vr^2, il faut prolonger la base du profil dans ce dernier de la longueur Vr^2, & en retrancher en premier la longueur $r^2 u$, & par les points u & V tirer des perpendiculaires à la projection, qui rencontreront les hypotenuses prolongées ou racourcies en des points y, y, qui détermineront la juste valeur des joints de lit.

Lorsque le ceintre primitif des sections transversales est circulaire, on peut trouver les mêmes hauteurs de retombées d'une autre maniere.

On menera par les points trouvez u & V, où les projections des joints de lit coupent le demi-diametre FN de la face, des paralleles à BD, qui couperont les côtez SB, SD, prolongez en i & I, k & K; puis on cherchera des moyennes proportionelles entre les parties iu, uI, & kV, VK qui seront les hauteurs des retombées qu'on demande; ainsi ayant élevé des perpendiculaires indéfinies ux^1 Vx^2 sur iI & kK, des points n & g milieux de ces lignes, & de leurs moitiez pour rayons, on décrira des arcs de cercles, qui couperont les perpendiculaires à ces lignes en des points x^1, x^2, qui détermineront les hauteurs des retombées ux^1, Vx^2 qu'on cherche.

Explication Démonstrative.

Les trompes sur le coin, dont nous parlons, ne sont autre chose, que des cônes coupez par deux plans; dont les intersections doivent se trouver dans la partie la plus élevée au milieu de la clef, afin que l'arc de face d'un côté ne paroisse pas retomber sans apuis. Cela supposé, il est clair, que si ces plans, qui forment les faces, sont paralleles aux impostes de la naissance de la trompe, ils formeront des arcs de Parabole, comme dans la trompe Droite circulaire, soit qu'elles soient inégales, ce qui arrive lorsque les angles des piedroits & celui du coin sont Droits, comme aux figures 122. 123. mais si l'angle du coin étoit aigu, ces arcs de face deviendroient des portions d'hyperboles, dont nous n'avons pas fait mention; parce que dans ce cas la trom-

pe pousseroit trop au vuide ; ainsi elle ne pourroit subsister que difficilement ; alors il faut émousser l'angle d'encognure, & faire une trompe à Pans.

Si au contraire l'angle d'encognure est obtus, comme à la figure 125. il est clair que les plans des faces, étant prolongez, rencontrefont les côtez SE & SF, à quelque distance du sommet & feront des Ellipses, à moins qu'une des deux faces ne fût parallele au côté oppolé : en un mot les ceintres des faces suivront la nature des sections des cônes, ce qui ne souffre point de difficulté, il n'y a qu'à considerer chaque face comme celle d'une trompe biaise incomplete.

Il nous reste seulement à rendre raison de la pratique que nous avons donné pour trouver une section transversale, dans laquelle le point N soit le milieu de son diametre.

Puisque par la construction AB = AS, & AC parallele à SD, qui coupe l'axe donné SN au point C, on aura BA : BS : : BC : BD ; mais BA = ½BS ; donc BC = ½BD ; par conséquent le demi cercle BHD est la base du cône scalene, dont SN est l'axe donné.

Si cette ligne SN n'est pas donnée pour l'axe, elle sera au moins donnée pour la projection d'un plan vertical, passant par l'axe commun aux deux quarts d'Ellipses de face FM & EN, & à une section transversale inconnuë, mais dont le point N devant être le milieu, elle se trouve déterminée de position par cette circonstance ; ainsi ayant trouvé une section semblable où l'on voudra, comme en BD, il n'y a qu'à lui mener par le point donné N une parallele G*f*, dont le demi-axe NM peut être pris à volonté pour former un ceintre surhaussé & surbaissé ; lequel déterminera la hauteur de l'angle, & par conséquent les demi-axes verticaux des ceintres de chaque face, s'ils sont des quarts d'Ellipses, ou l'amplitude des arcs paraboliques, si les faces sont paralleles aux impostes.

Sixiéme Cas,

Des Trompes de face en Polygones.

En Termes de l'Art.

Des Trompes à Pans.

Lorsqu'un angle d'encognure est trop aigu, ou qu'il est vû selon sa diagonale, il le faut émousser par un pan qui change la face angu-

laire d'un quarré en la moitié d'un exagone, comme on voit en perſpective à la fig. 126. & en projection à la fig. 127. où ASB eſt celle de l'angle de la trompe, & ADEB celle de la face. PLAN. 48. Fig. 127.

Si l'on prolonge les côtez SA & SB en *a* & *b*, & la face DE, on aura la projection d'un demi-cône Droit *a Sb*, qui comprend toute la trompe; & parce que les côtez DA & EB de ſes faces ne ſont pas paralleles aux piedroits AS, BS, comme à la trompe ſur le coin, mais qu'ils concourent chacun avec l'oppoſé au delà du ſommet S, on reconnoîtra que les plans des faces coupant ainſi le cône, y font des ſections en portion d'hyperboles, dont les ſommets ſont dans le plan horiſontal en A & en B, & la face DE, qui eſt une portion de la baſe du cône, ſera un arc de cercle. Cela ſuppoſé.

On fera ſur AB pris pour diametre du ceintre primitif, un demi-cercle AHB, qu'on diviſera en ſes vouſſoirs aux points 1, 2, 3, 4, &c. par leſquels on tirera des lignes perpendiculaires à AB, qui couperont les faces aux points n^1, n^2, n^3, n^4, &c. par leſquels on tirera des lignes du point S, qui donneront les projections des joints de lit Sn^1, Sn^2, Sn^3, &c. Suppoſant que l'on veuille mettre quelque eſpece d'égalité de diviſion des vouſſoirs aux têtes des faces; car ſi l'on veut que la doële ſoit diviſée également dans ſa ſection tranſverſale AB, il faut tirer les projections du point S par les points P & *p*, qui couperont les faces aux points *x* & *x*, où elles donneront des largeurs de tête d'autant plus inégales, qu'elles s'éloigneront du point S, ſommet du cône.

Les projections des joints de lit étant données avec les hauteurs de leurs diviſions au ceintre primitif P1, *p*2, on cherchera leur longueur par des profils pour chacun, comme nous l'avons dit pour la trompe biaiſe ſur le coin, & les hauteurs de chaque diviſion ſur la face pour en former le ceintre.

Par exemple pour le premier SPx^1, on portera P1 en Pf^1 perpendiculairement ſur PS, & ayant tiré Sf^1 prolongé vers Y, on menera par x^1 une parallele à Pf^1, qui coupera le profil en Y, la ligne x^1Y ſera la hauteur de la diviſion de la tête du premier vouſſoir ſur l'arête de la doële; par conſéquent cette hauteur étant portée en *x y*, perpendiculairement ſur AD, donnera un point *y* au contour du ceintre hyperbolique, ainſi des autres; ce qui eſt general pour toutes ſortes de ceintres primitifs de ſection tranſverſale, ſoit circulaire, ſoit ſurhauſſé ou ſurbaiſſé.

Si le ceintre eſt circulaire, il n'y a qu'à mener des paralleles à ſon

diametre AB, par tous les points des projections n^1, n^6 de ſection des faces, comme Gg par n^1, qui coupera les côtez Sa en g, & Sb en G, & prendre la moyenne proportionelle entre gn^1 & n^1G; cette ligne ſera une ordonnée de l'hyperbole Ayd, qui eſt le ceintre des deux premiers pans de la face à droite & à gauche, lequel ceintre ſera tracé comme nous l'avons dit ailleurs, par pluſieurs points avec une régle pliante.

Ces moyennes proportionelles ſe trouvent, comme il a été dit au Trait précedent, en élevant une perpendiculaire ſur gG au point n^1, comme n^1z; puis du point C^a pour centre, & la moitié de gG pour rayon, on fera un arc qui coupera la perpendiculaire n^1z au point z, la ligne n^1z ſera celle qu'on cherche, pour faire le ceintre des faces hyperboliques.

A l'égard de la partie de face du milieu ſur DB, il ne s'agit que de faire un arc de cercle $d^e e$, du point m pour centre, & pour rayon ma, ce qui eſt tout ſimple.

Le reſte des operations de ce Trait ſont les mêmes que pour les trompes ſur le coin, tant pour former les panneaux de lit que de doële, il n'y a de difference qu'aux vouſſoirs, qui ont des têtes angulaires, comme en D & E, qu'on peut faire comme une partie de trompe Droite, & recouper les retours obliques Dn^2, En^5 avec le biveau de l'angle DEB, poſé horiſontalement, ou, ce qui eſt encore mieux, par la méthode que nous allons expliquer à la figure 130.

La diſpoſition la plus naturelle & la meilleure pour la ſolidité des trompes ſur le coin & en pans, dont le ceintre primitif eſt circulaire, & perpendiculaire à l'axe, eſt de ſuivre la direction des lits qui tendent à cet axe; mais à cauſe qu'elle donne des fauſſes coupes de tête ſur les arcs hyperboliques des premiers pans, on peut les faire ſuivant les régles perpendiculaires à la tangente de l'hyperbole au point de diviſion, par le Problême 27. page 197. du 2.e Livre, ou bien d'une maniere plus facile.

On fera une demi-hyperbole, ſemblable à la précedente Ayd, à telle diſtance AR du point A de la doële qu'on jugera à propos pour l'épaiſſeur de la voute, enſuite du point D on tirera, par les diviſions du premier arc, Ayd, priſes à volonté, ou données aux joints de têtes 1e, 2e, les lignes D1^e 5e, D2^e 6e, & par le point R on tirera des lignes paralleles aux cordes des têtes, qui rencontreront les lignes tirées du point D en des points 5e 6e, qui ſeront au contour de l'extrados, par leſquels & ceux de la doële on tirera les joints de tête;

ainſi la ligne R5^e, parallele à la corde A1^e, coupant celle qui eſt tirée du point D par 1e, donnera le joint de tête 1e 5e, & la parallele à la corde $1^e d$ par le point 5e, donnera le point X.

Il eſt aſſez inutile de tracer ces joints de têtes; puiſque les biveaux de lit & de doële les donnent naturellement dans l'operation de la taille.

A l'égard de ceux de la partie de face du milieu, dont D E eſt la projection, & dont nous avons tracé l'élevation en $d^e b^1 e$, il eſt clair que ſes joints de tête, s'il y en avoit, ſeroient tirez du centre m, pris ſur l'axe SH, & la ligne DE, puiſqu'elle eſt une portion d'une baſe circulaire de cône Droit.

Les hauteurs de l'élevation correſpondantes aux diviſions des joints de lit étant données, il ſera facile de trouver les véritables longueurs des joints de lit Sn^1, Sn^2; puiſqu'elles ſont, comme dans les autres trompes, les hypotenuſes des triangles rectangles, formez par les hauteurs n^1 1e & n^2 2e, & les projections Sn^1, Sn^2.

Les panneaux de doële ſeront ainſi donnez, puiſqu'on connoît leurs trois côtez; ſçavoir, deux lits de joint & les cordes de l'arc hyperbolique de la face Ayd, compris entre les diviſions 1e 2e, A1^e.

2.o Les panneaux de lit ſeront auſſi des trapezes, dont les quatre côtez ſont donnez, & les angles de tête ſe trouveront par le profil, comme ci-devant.

3.° Les panneaux de tête ſont auſſi donnez à l'arc de face.

4.o Les biveaux de lit & de doëles ſe trouveront en cherchant la ſection de la doële avec l'horiſon, par le prolongement d'une corde de l'arc hyperbolique A1^e, pour le premier vouſſoir, 1e 2e pour le ſecond, juſqu'à la rencontre de l'axe horiſontal DA de l'hyperbole prolongé en O.

5.o Les biveaux de tête & de doële ſe feront auſſi ſur les mêmes principes, comme il a été dit ci-devant pour la *Trompe plate*, & au Problême 14. du 3.e Livre.

MANIERE GENERALE,

De faire toutes ſortes de Voutes & Trompes coniques de faces angulaires à deux ou pluſieurs Pans, ſans connoître les Courbes des Arcs de face de chaque Pan, ſuppoſant un ceintre de face circulaire.

Quoique nous ayons donné ci-devant les conſtructions fort aiſées pour tracer les arcs d'Ellipſes, de Paraboles & d'hyperboles, des faces des trom-

pes à pans nous pouvons montrer, qu'on peut parvenir à former les mêmes figures par une eſpece de hazard, ſans les connoître, en commençant par inſcrire chaque vouſſoir dans une portion de cône Droit, dont on retranche enſuite ce qui excéde le vouſſoir inſcrit.

Fig. 129. Soit [*Fig.* 129.] une trompe à Pans dans l'angle ASB, dont la projection horiſontale de ſa face eſt à quatre pans, qui ſont la moitié d'un octogone AEDFB. Du point C, milieu de AB, ayant décrit un demi-cercle ADB, on le diviſera en ſes vouſſoirs, non pas également, à cauſe qu'il en réſulte trop d'inégalité aux têtes des faces, comme nous l'avons fait remarquer à la trompe ſur le coin, mais inégalement, ou par le moyen que nous avons propoſé dans ce Trait, qui eſt de prendre les interſections Gg des aplombs des diviſions égales avec la corde AD, ou ſans autre égard qu'aux diviſions arbitraires des pans AE, ED, DF, FE, comme dans cet exemple, les projections des joints de lit $S1^i$, $S2^i$, $S3^i$, $S4^i$.

Ayant prolongé le côté SA vers *d*, on menera par tous les points des diviſions des lits 1^i, 2^i, 3^i, 4^i, & par les angles du poligone E, D, F des perpendiculaires à l'axe ou *Trait milieu* SD, qui le couperont aux points c^1, c^e, c^2 D, & le côté SA prolongé aux points K *e* I *d*.

Des points c^1, c^e, c^2 D comme centres, & pour rayons les longueurs c^2 K, $c^e e$, c^2 I, D*d*, on décrira les arcs de cercles K*k*, eb^2, HI, *d*S; ce dernier eſt tourné en haut, faute de place au bas de la planche.

On placera auſſi à volonté le diametre *ab* du trompillon, ſur lequel on décrira le demi-cercle *abb*, & par tous les points 1^i, 2^i, 3^i, 4^i, où les projections des joints de lit coupent le diametre *ab*, on élevera des perpendiculaires au diametre, qui couperont le demi-cercle *a b b* aux pointrs *n*, *o*, 3, 4.

Cette préparation étant faite, ſuppoſons qu'on veuille tracer le ſecond vouſſoir, dont la projection horiſontale eſt le quadrilatere $S1^i E2^i$, on prolongera $S1^i$ juſqu'en L où elle rencontre la ligne I c^2, & par ce point L on élevera ſur I c^2 une perpendiculaire LN, qui rencontrera l'arc IH au point N; on prolongera de même la ligne SE en *u*, & par les points *u* & 2^i on élevera auſſi des perpendiculaires *u*V, 2^iO; cette derniere rencontrera l'arc IH en O, par où on tirera la corde NO, laquelle coupera la ligne *u*V au point V.

Presentement il faut chercher par des profils la valeur des lignes dont on n'a que la projection horiſontale, & les hauteurs des aplombs.

On portera SL de la figure 129. en SL de la figure 131. & faiſant

LN perpendiculaire ſur cette ligne, & égale à LN de la fig. 129. on tirera SN, qui ſera la valeur de la projection SL; on portera auſſi ſur SL du profil les longueurs S1', S1' du plan horiſontal, & ayant élevé aux points 1' *i* des perpendiculaires, qui couperont SN aux points *n*, *x*, la longueur *n x* ſera la valeur du côté du vouſſoir, depuis le trompillon juſqu'à la face.

Par de ſemblables profils on tracera la valeur de la ligne *s* E de la projection en *s y* du profil, & la valeur du ſecond joint de lit 2', 2' en O*o* du profil [*Fig.* 131.]

Avec ces longueurs trouvées on pourra tracer le panneau de doële plate, comme il ſuit.

On tracera à part [*Fig.* 130.] une ligne 1' 2 égale à la corde NO de la figure 129. du milieu de laquelle *m*, on portera de part & d'autre les moitiez de la corde *n o* du ceintre du trompillon, en *m n* & *m o* de la figure 130. puis ayant tiré par les points 1, *m*, 2 des perpendiculaires indefinies à la ligne 12; des points *n* & *o* pour centres & pour rayon la longueur du côté SI de la figure 129. on fera deux arcs, qui couperont les lignes 1N, 2O aux points N & O, le trapeze *n*N O*o* ſera la doële plate d'une trompe Droite, qui auroit pour baſe I*c'*, laquelle excede le vouſſoir à pans d'une quantité, dont la projection eſt le quadriligne 1' L 2' E 1', dont les valeurs de tous les côtez ſont connues; ainſi pour repréſenter la doële par deſſous, ce qui met la droite à la gauche, on portera *n x*, du profil de la figure 131. en *o x* de la figure 130. la ligne N V de la figure 129. en NV de la figure 130. pour tirer V*m*, ſur laquelle on portera la longueur *s y* du profil 131 en *m y* de la figure 130. & par les points N *y x* on menera les lignes droites N*y*, *y x*, qui formeront la tête angulaire de la doële plate *n*N*yxo*, dont il falloit trouver le figure & l'étendue. *Fig.* 130.

Il ne reſte plus à trouver pour pouvoir tracer & tailler le pierre, que les biveaux de lit & de doële, & de doële & de tête par les menieres generales.

Les biveaux de lit & de doële ſe trouveront comme ſi la trompe étoit Droite ſur une face ſuppoſée ADB, quoique ce n'en ſoit pas une dans cette trompe, mais une ſection perpendiculaire à l'axe.

Ayant prolongé la corde de l'arc de la diviſion, qui eſt pour le ſecond vouſſoir 1", 2", on ſon égale de l'autre côté 3" 4", juſqu'à ce qu'elle rencontre la ligne AB prolongée en R, la ligne S R ſera la ſection de la doële avec l'horiſon, avec laquelle on cherchera l'angle de lit & de doële, comme à la trompe droite circulaire.

Le même biveau peut ſe trouver par le moyen de la ſection verticale, où eſt la tête du trompillon *a b b*, en prolongeant la corde *o n*, ou ſon égale, correſpondante de l'autre côté de la clef, juſqu'à la rencontre du diametre *ab*, prolongée de part & d'autre en *r*, ou ſeulement en tirant par le point *t* la ligne *tq* parallele à *no*, ou 4V parallele à BA; mais alors au lieu de prendre toute la hauteur 2ᵗ o, i ne feut prendre que ſon excès au deſſus du point *n*, par où il eſt cenſé qu'on fait paſſer le plan horiſontal, au lieu que dans la précedente operation on les ſuppoſe paſſer par l'axe du cône, ce qui ne change rien à la conſtruction du Problême general.

On cherchera auſſi par le même Probleme les biveaux de tête & de doële, tant pour la tête inférieure du trompillon que pour celles qui ſont à pans ſur la face angulaire. On peut revoir là-deſſus l'application de cette pratique à la *Trompe plate*, page 80.

Par le moyen de ces biveaux on ſe paſſera de panneaux de lit.

Application du Trait ſur la Pierre.

Ayant dreſſé un parement pour y appliquer le panneau de doële plate de la fig. 130. on en tracera le contour N *n o* O, & l'on abatra la pierre avec les biveaux de doële & de tête NO & *n o* droites, comme ſi la trompe étoit droite ſur une face, dont 1ᵗ 2ᵗ & Icᵉ ſeroit la projection, ſans égard à ce qu'elle doit renfermer des têtes biaiſes, briſées en differentes directions N*y*, *yx*.

Sur les paremens dreſſez pour ces deux têtes de face ſuppoſée, & du trompillon, on appliquera les cerches ou panneaux des arcs NO & *no* de la figure 129. pour en tracer le contour & crueuſer la doële à le régle, comme nous l'avons dit pour la formation des ſurfaces coniques page 21.

On abatra enſuite la pierre ſuivant les côtez N*n*, O*o* de la figure 130. avec le biveau de lit & de doële, & l'on aura un vouſſoir de trompe conique droite achevée, duquel il faut retrancher la partie excedente NO*x*yN de la figure propoſée, par le moyen des biveaux de tête & de doële plate; mais comme la doële plate eſt enlevée, puiſque nous ſuppoſons que la pierre eſt déja creuſée, il faut découper le premier panneau NO*on* ſuivant le contour N*yx* des faces de la tête, pour l'appliquer en cet état ſur les arêtes de la doële & des joints de lit N*n*, *xo*; puis prenant le biveau de doële plate & de tête, on appuyera une de ſes branches ſur le panneau quarrément à chaque ligne *yx* & *y*N, à laquelle il convient, & l'on abatra la pierre ſuivant l'autre branche; ainſi faiſant une ſurface plane à la régle, ſuivant les repaires ou plumées qu'aura

qu'aura donné le biveau, on coupera la ſurface conique ſur la face x,y en Hyperbole, & la face y N en arc Elliptique ſans connoître la courbe que l'on fait par cette ſection; *ce qui étoit propoſé à faire.*

Nous avons ſupoſé que la doële étoit une portion d'un Cône Droit circulaire; mais ſi le ceintre primitif étoit ſurbaiſſé ou ſurhauſſé, la conſtruction deviendroit un peu plus compoſée, en ce que à chaque tête de Cône Droit ſur baſe Eliptique, il faudroit décrire pour ceintre de face des arcs Elliptiques, ſemblables au ceintre primitif, ſur des Axes agrandis, au lieu que ces baſes de ſupoſition étoient ici toutes des quarts de cercles. Cependant le fond de la conſtruction ſubſiſtera toujours de la même maniere, à cela près.

Corollaire.

Des Trompes de faces ondées, dont les impoſtes ſont de niveau, ou rampantes, comme celle *d'Anet.*

Si l'on avoit une Trompe à faire, dont la face ne fut pas rectiligne, compoſée de ſurfaces planes; mais courbe, ondée & même rampante comme la fameuſe Trompe du Château d'Anet, on pourroit l'exécuter par la maniere dont nous parlons ici.

Soit, par exemple, la projection d'une face, le contour ondé DGFKB; il faudra lui circonſcrire un Polygone d'autant de côtez que l'on voudra, en Angles ſaillans & rentrans, qui coupent & touchent alternativement les parties concaves & les convexes, multipliant le nombre de ces côtez plus ou moins ſelon qu'on voudra aprocher de la courbure, puis ayant fait par ce probléme les faces à pans, on les arondira facilement par le moyen des cerches formées ſur la projection horiſontale, & apliquées enſuite perpendiculairement aux Arêtes ſaillantes, & aux Angles rentrans que formeront entre eux les plans des faces angulaires à leur interſection. Ainſi on peut ſe paſſer des Traits que Philibert Delorme inventeur de la Trompe d'Anet, & aprés lui tous les Auteurs de la Coupe des pierres, ont donné, & aſſez ingénieuſement imaginé, avec quelques modifications, pour avoir le dévélopement du contour de la doële. *Fig.* 129.

Explication Démonſtrative.

Si l'on releve par la penſée les demi-cercles $a\,b\,b$, ADB, & les quarts de cercle Kk, IH, &c. perpendiculairement au plan horiſontal ASB, on reconnoîtra que ce ſont autant de ſections d'un cône Droit ſur une baſe circulaire, leſquelles paſſent par les extrémitez des côtez de la Trompe à pans au deſſus de leur projection; par ce moyen l'on trouve les vraies

longueurs de ces côtez dans la ſurface du Cône, leſquelles marquent les termes par où doivent paſſer les plans des faces verticales de la Trompe, dont les biveaux donnent la poſition, à l'égard d'une doële plate ſupoſée dans chaque vouſſoir; ce qui eſt trop clair pour mériter qu'on entre dans le détail de cette conſtruction, qui ſe trouve déja expliquée dans celle des précedentes à pans & ſur le cône.

DES VOUTES CONIQUES, dont les lits ſont des Sections Obliques à leurs Axes.

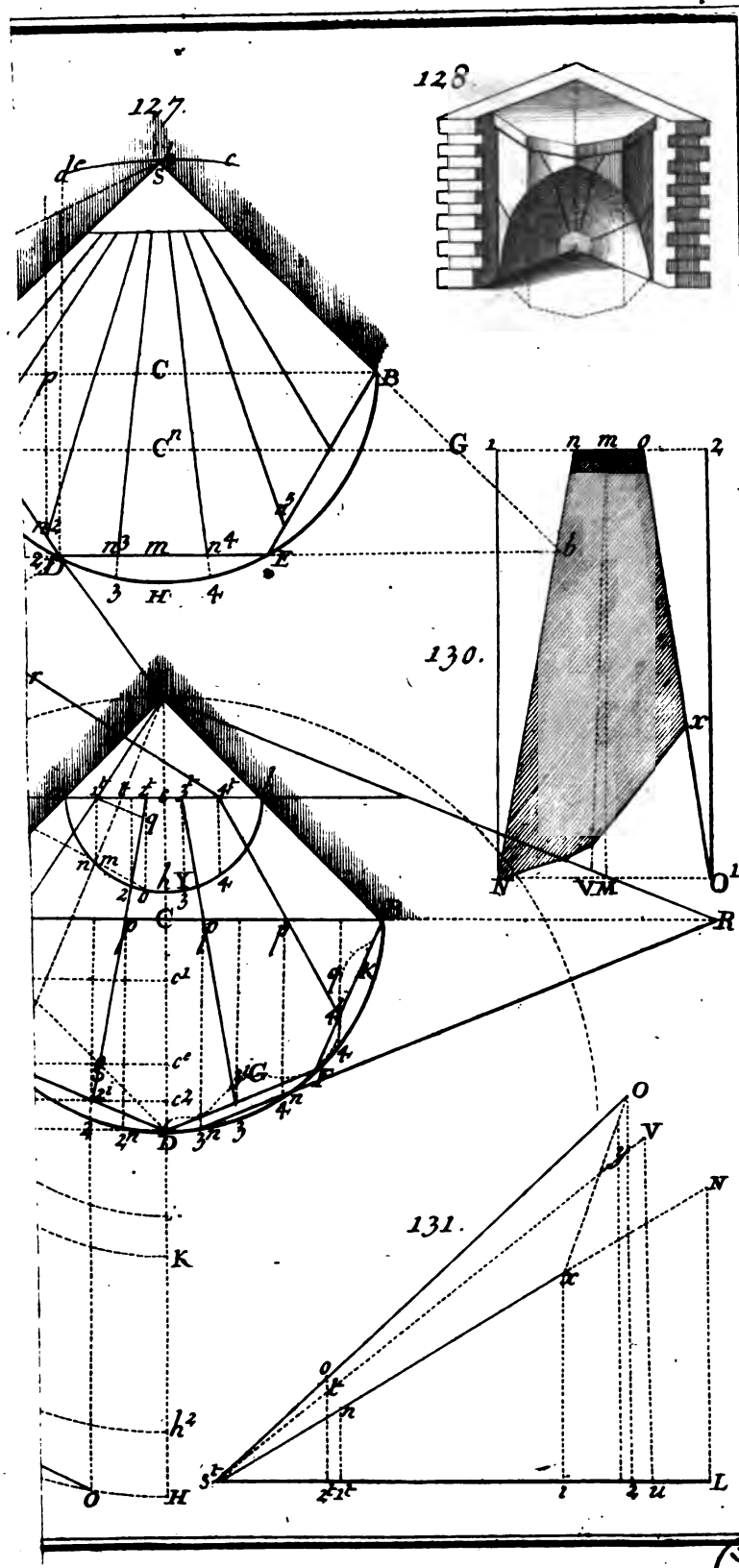
Jusqu'ici nous avons toujours ſupoſé que les lits devoient être des ſections d'un plan paſſant par l'Axe du cône, où les directions de tous les lits doivent ſe croiſer, ou du moins par le ſommet du cône, & perpendiculairement aux tangentes des points de diviſions de la baſe, & c'eſt en effet la ſeule bonne conſtruction & la plus commode, en ce qu'elle fait les panneaux de lit rectilignes, par la raiſon qu'on ſçait que la ſection d'un cône par ſon ſommet eſt un triangle, lequel s'il paſſe par l'Axe, coupe ce corps en deux parties égales.

Cependant il a plû aux Architectes de faire des Voutes dont les joins de lit ne ſont pas dans un triangle par l'Axe, ni même par le ſommet; mais dans un plan qui coupe l'Axe, telle eſt cette conique tronquée qu'on apelle *Corne de Vache*, dans laquelle le changement de la direction naturelle aux lits, cauſe trois irrégularitez. 1°. L'une en ce que les joins de ces lits à la doële ne ſont pas des lignes droites, quoiqu'à cauſe du peu d'obliquité aux Voutes ordinaires, elles paroiſſent telles; il ſemble même que le P. Deran & M. de la Rue les ont pris pour droites, car il ne font aucune mention de leur courbure.

La ſeconde irrégularité conſiſte en ce que les têtes opoſées, qui ſont des baſes de ce cône tronqué, ne ſont pas coupées proportionellement par les joins, c'eſt-à-dire, qu'elles ne ſont pas des arcs d'un même nombre de dégrez, comme on le verra dans ce Trait; d'où il ſuit une 3e, difformité, qui eſt que la clef du ceintre ſecondaire *a* HD, n'eſt pas au milieu, mais plus du côté D; de ſorte que ſa corde 6. 7, n'eſt pas de niveau comme elle doit être, mais inclinée vers D, ce qui eſt déſagréable à la vûë

Plan. 49. Fig. 132.

La quatriéme irrégularité eſt que la direction de ces joins de tête ſe trouve en fauſſe coupe dans une des faces, parce que voulant les mettre toutes deux dans une même ſurface plane pour avoir un lit qui ne ſoit pas gauche, on fait les deux joins de têtes opoſées paralleles, entre eux


128.
127.
d
c
S
C
B
G
n m o
2
b
C^n
n^2
n^3 m n^4
z_1 D
3 H 4
E
130.
x
N
VM
O^1
R
c^1
c^2
D
K
h^2
O
H
131.
O
V
N
x
o
s^2
z_1 i^2
i
4 u
L

UNIV. OF MICH.

quoiqu'ils ne doivent pas l'être, puiſqu'elles ne peuvent être dans un même plan, que lorſque le lit paſſe par le ſommet du cône. La raiſon eſt que les joins de tête devant être perpendiculaires à la tangente de l'arc au point de ſa diviſion, il eſt viſible que ces deux tangentes ne peuvent pas être dans un même plan, puiſqu'elles ne ſont pas dans celui qui touche le cône depuis ſon ſommet, donc un des joins de tête eſt en fauſſe coupe; ce qu'on ne peut éviter qu'en faiſant la ſurface du lit gauche, contre l'uſage & la commodité du trait, comme nous l'avons dit au 3.e livre.

Le même inconvénient arrive à quelque choſe près aux autres Voutes de même nature que celle-ci, qui ſont les *Arrieres*, *vouſſures* coniques *bombées*, & celles de *Marſeille*, dont nous parlerons ci-après.

De la Corne de Vache.

L'intervale de deux demi-cercles excentriques *a*HD, B*b*D, avec leſquels on fait l'élevation d'une Voute conique biaiſe *a* H D *b*B, a ſans doute donné occaſion aux ouvriers de l'apeller de ce nom bizarre, parce que ſa figure a quelque reſſemblance avec une *Corne de Vache*, de même que les jeunes écoliers de Geometrie apellent la 47.e d'Euclide le *Moulin à vent* Fig. 132. 134.

La Corne de vache eſt donc une Voute conique ſcalene tronquée, dont un des piedroits eſt biais, & l'autre d'équerre ſur ſes faces, & dont les joins de lit ne tendent pas au ſommet du cône prolongé, comme ils devroient, mais ſont tirez du centre d'une des faces, ordinairement de la plus petite; ce qui cauſe les irrégularitez dont nous venons de parler.

On ſeroit fort en peine de rendre une bonne raiſon de l'irrégularité de cette conſtruction; la ſeule qu'on peut en donner, & qui n'eſt d'aucune conſidération, eſt la facilité d'exécuter ce Trait par la voye de l'équarriſſement. Je dis de plus qu'elle eſt mauvaiſe, & ne doit être admiſe que lorſqu'on a beaucoup de pierre à perdre, car par l'ancien Trait on en conſomme beaucoup inutilement: le voici.

Soit (fig. 132.) le trapeze ABDE, le plan horiſontal de la baye qu'on veut vouter en Corne de Vache, dont le côté DE eſt perpendiculaire aux deux faces AE BD, on lui menera par le point *c*, milieu de BD, & par le point A, les paralleles *c m*, A*a*; puis du point *c* milieu de BD, & du point C milieu de *a*D, on décrira les demi-cercles B*b* D, *a*HD. On choiſira l'un des deux pour ceintre primitif, pour y faire les diviſions des vouſſoirs; ordinairement c'eſt l'interieur B*b*D, lequel ayant été diviſé, Fig. 312.

par exemple en cinq aux points 1, 2, 3, 4. on tirera par ces points & le centre *c*, des lignes droites indéfinies 1. 11, 2. 12, 3. 13, 4. 14, qui donneront en même tems les joins de tête, & les projections verticales des joins de lit, & couperont l'arc extérieur *a* HD aux points 5, 6, 7, 8. On portera les intervales *c* 5, *c* 6, *c* 7, *c* 8 sur la ligne AE en *m* 5e, *m* 6e, *m* 7e, *m* 8e, *m b*, & par les poins 5e, 6e, 7e, 8e, *b*, on tirera des lignes au point B, qui marqueront l'ébrasement qu'il faut donner à chaque vousſoir au-delà de l'ouverture d'un cylindre à chaque lit; ainsi le premier ébrasement au lit de l'impoſte sera l'angle FAB; celui du lit de dessus sera l'angle F 5e B, l'angle F 6e B, celui du lit suivant qui passe par le point 2. au second vousſoir; puis F 7e B, ainsi de suite, & le trait sera achevé: il ne s'agit plus que de l'apliquer sur la pierre.

Aplication du Trait sur la Pierre.

AYANT dressé un parement pour une doële plate, on lui en fera deux autres à l'équerre à distance de l'épaisseur DE ou A*a* des piedroits de la Voute, puis ayant tracé sur ces deux paremens de tête les arcs de face de l'épure B1, ou 1.2, par le moyen du panneau *a*B 15. on abatra la pierre pour former les lits & un vousſoir de berceau Droit, tel qu'il est repréſenté à la figure 137. ensuite ayant tracé sur la tête du devant qui doit être ébrasée, l'arc *a* 5 ou 56, par le moyen du même panneau ou d'une cerche posée suivant les distances A*b*, *b* 5e *b* 6e *b* 7e, &c. on tirera aux lits de dessus & dessous des lignes droites *a*B, 5.1, & l'on abattra toute la partie de la pierre qui est marquée par une hachure à la figure 137. en faisant couler la regle sur l'arc d'une tête B 1, & sur l'autre *a* 5, observant de la placer entre les extrémitez de ces arcs proportionellement, comme nous l'avons dit pour la formation des surfaces coniques, & le vousſoir sera fini.

Remarque sur la Fausseté & l'imperfection de l'ancien Trait.

ON voit que par cette conſtruction on fait toutes les arêtes des joins de lit à la doële également droites, quoiqu'il n'y ait que celle du lit qui passe par l'impoſte qui doive l'être, parce qu'elle est dans le triangle par l'axe, qui est horisontal, les autres arêtes au-dessus sont nécessairement courbes en arcs d'hyperboles; je conviens que leur courbure est peu sensible, mais puisque nous examinons les choses avec les lumieres de la raison, il n'est pas inutile de faire observer un défaut qui a échapé aux Auteurs de la coupe des pierres.

A l'égard de l'imperfection de ce Trait, il est visible à la seule inspec-

tion de la figure 137, combien on conſomme de pierre en pure perte, puiſqu'il faut abattre toute la partie qui eſt diſtinguée par une hachure. Voici le moyen de remedier à l'un & à l'autre de ces défauts.

Nouvelle maniere de faire la Corne de Vache par Panneaux.

Soit la même baye que ci-devant ABDE, (*Fig.* 132.) ayant diviſé AE en deux également en M, & BD de même en *c*, on tirera la ligne *c* M, puis ayant tiré du point M la ligne MC perpendiculaire à BD, on diviſera l'intervale C*c* des deux centres, en autant de parties égales qu'on voudra, par exemple ici en quatre, aux points 1, 2, 3; deſquels comme centres, & pour rayon les intervales *c*D 1D 2D 3D CD, on décrira les demi-cercles excentriques D*b*B, D*q k* D*m* D*s o* DH*a*. *Fig.* 132.

Ensuite on diviſera le premier B*b*D en tel nombre de vouſſoirs qu'on voudra, comme ici en 5; & du centre *c* on tirera les joins 1·11, 2·12, 3·13, 4·14, comme on a fait à la précedente conſtruction. On pourroit prendre le plus grand demi cercle *a*HD pour primitif comme le plus petit, mais à cauſe que l'excentricité des joins cauſe des diviſions inégales dans l'un des deux, il eſt plus naturel de jetter l'inégalité ſur le grand, où elle eſt moins choquante qu'elle ne ſeroit dans le petit.

Il faut préſentement former les panneaux de lit. Par exemple le premier 5, 1,

On tranſportera dans un endroit à part la longueur 1, 5 du joint de lit à la doële en T 1, (*Fig.* 133.) & l'on fera au point T une perpendiculaire T 5 égale à la longueur A*a*, qui eſt l'épaiſſeur des piedroits de la voute, puis on portera ſur la ligne 1 T toutes les diviſions faites par les interſections *q*, *r*, *s*, des arcs de cercles &, de la ligne 15. de la figure 132. par leſquelles on menera autant de paralleles à T5, (à la fig. 133.) enſuite ayant diviſé T5 en quatre parties égales aux points *o*, *n*, *k* on menera par ces diviſions des paralleles à T 1 qui croiſeront les autres aux points *x*, *y*, *z*, par leſquels on tracera à la main la courbe 5*y*1 que l'on cherche, laquelle eſt peu differente de la ligne droite; là figure H, 5, 1, T ſera le panneau du prémier lit au deſſus de l'impoſte. *Fig.* 133.

On ne peut former un *panneau de doële plate* dans cette eſpéce de Voute comme à toutes les coniques précedentes, parce que les arcs *a* 5; B1 n'étant pas ſemblables, les quatre angles du vouſſoir *a*, 5, 1, B ne ſont pas das un même plan comme dans les autres Voutes coniques, où les lits ſont des ſections par le ſommet du cône.

D'où il ſuit qu'il faut ſe réduire à une doële plate qui ne paſſe que par trois angles de la doële ; ainſi on menera par le point ς une ligne ς *u* parallele à la corde B 1, qui coupera AB en *u* par où on tirera *u*V parallele à A*a*, enſuite ayant tiré BV on lui fera au point V la perpendiculaire V ς* égale à la hauteur de la rétombée ς *n*, & l'on tirera la ligne B ς* qui ſera la diagonale du panneau de doële plate.

Fig. 136. Sur cette diagonale comme baſe miſe à part, (*Fig.* 136.) on fera deux triangles, du point *b* pour centre, & de l'intervale BV de la fig. 132. pour rayon, on tracera un arc vers V*d*, & du point ς*d* pour centre & ς *u* de la fig. 132. pour rayon on fera un autre arc vers le même endroit, qui coupera le précedent au point V*d*, auquel on menera les lignes *b* V*d*, ς*d* V*d*, qui formeront le premier triangle, le ſecond ſe formera de même avec la corde B1 de la fig. 132. & l'intervale ς, 1 de la fig. 133, le trapeze *b* V*d* ς*d* 1*d* ſera le panneau de doële plate que l'on cherche, qui touchera les trois angles ς, 1, B du premier vouſſoir, mais non pas le quatriéme *a*, dont il ſera éloigné au lit de deſſous de l'intervale horiſontal *a u*.

Les panneaux de lit de doële & de tête étant donnez, on cherchera les biveaux de lit & de doële par la maniere générale, comme aux Voutes coniques précedentes, & l'on taillera la pierre de même.

Explication Démonſtrative.

Puisque la difference de cette Voute conique avec les biaiſes ordinaires, ne conſiſte qu'en ce que les plans des lits prolongez ne paſſant pas par le ſommet du cône, ils ne font pas des joins en lignes droites à la ſurface de la doële, il faut les examiner dans le cône entier.

Fig. 135. Si l'on prolonge les directions des piedroits AB, ED juſqu'à ce qu'elles concourent en S (*Fig.* 135.) on reconnoîtra que le triangle ASE, qui eſt la ſection horiſontale par les impoſtes paſſant par l'axe CS eſt une ſection plane d'un cône ſcalene, repreſentée à la fig. 134. en projection verticale par la ligne *a d*, où le point *d* repréſente les trois points EDS de la fig. 135; mais ſi l'on prolonge la direction du joint *x*ς 1 paſſant par *c* juſques en *s*, on reconnoîtra que le plan du premier lit ne paſſant pas par le point *d*, où eſt le ſommet du cône, ne fera pas une ſection droite, non plus que le ſecond lit *x*² *g*; mais qu'il formera à la ſurface de la Voute un arc de ſection conique qui eſt ici une portion d'hyperbole telle que nous l'avons décrite à la fig. 133.

Si on vouloit en trouver le ſommet & la poſition dans le cône, il n'y a qu'à tirer par *c* une perpendiculaire *k o* à *x*ς *c*, & par *d* une parallele

à x^1 c, qui coupera $k\,o$ au point Sf, lequel repreſentera le ſommet du cône projetté ſur la ligne $k\,o$.

Ayant tiré SM perpendiculaire ſur $M\,m$ à la fig. 135. on portera $c\,Sf$ ou $M\,u$ de la fig. 134. en $M\,u$ de la fig. 135, & par le point u on tirera $u\,B$ qui coupera la direction du lit $m\,M$ ſupoſée dans un plan vertical en Y où ſera le ſommet de l'hyperbole en profil.

Presentement ſi on veut l'avoir en projection horiſontale ſur le cône, il faut changer le plan horiſontal pour le vertical, & faire la projection ſur la ligne x^1 t; c'eſt pourquoi on portera l'intervale $Sf\,d$ de la fig. 134. en MQ à la fig. 135. où l'on tirera par les points B & D des lignes au point Q, & par le point trouvé Y, une parallele à BD qui coupera la ligne du milieu c Q en y, où ſera le ſommet de l'hyperbole $a\,B\,y\,D\,e$ que l'on cherche ſeulement à connoître, car il eſt inutile de la tracer autrement qu'à la fig. 133.

Remarque ſur la Réforme à faire à l'ancien Trait.

Je n'aprouve point cette eſpece de Voute où l'on fait des irrégularitez ſans autre raiſon que celle d'en rendre l'exécution plus facile, lorſqu'on la taille par la voye de l'équarriſſement dont nous avons parlé, rien n'empêche qu'on ne réduiſe la corne de Vache, pour la façon du Trait & la direction des lits à la Voute en *Canoniere biaiſe*, dans laquelle les directions des joins de lit ſont droites & naturelles aux ſections des coupes des têtes, dont les joins peuvent alors être tirez des centres des faces.

Tout ce changement eſt fort ſimple, ſupoſant la figure 132. telle que nous l'avons faite, on tirera du point D qui repreſente le ſommet du cône en projection verticale, les lignes D1G, D2g, D3g, D4g, les lignes 1G, 2g, 3g, ſeront les ſections des lits à la doële. Puis par les points des centres C & c, on tirera les joints de tête à l'ordinaire GR, $g\,r$, pour la grande face aHD & 1r 2r 3r, &c. pour la petite BbD; Ainſi cette Voute ſe fera comme une portion de trompe biaiſe, ce qui rétablit l'égalité des têtes de chaque face, celle des angles des joins de tête ſur leur arête, & la droiture des joins de lit, au lieu des courbes, parce qu'ils deviennent alors des ſections triangulaires des plans qui ſe croiſent tous à l'axe CD du cône ſcalene, dont la ſection horiſontale eſt repreſentée à la fig. 135. par le triangle ASD, où l'on peut voir que dans l'élevation, ou projection verticale, los points EDS ſe réuniſſent en un ſeul D; puiſque la repreſentation d'une perpendiculaire au plan de deſcription, ſe reduit à un ſeul point comme il a été dit page 208. du 2e livre. *Fig.* 132.

De la Corne de Vache Double.

Les Architectes apellent *le biais passé* dont nous avons parlé au Chap. précedent *Corne de Vache double*, mais ce nom est très impropre: car ce *biais passé* est une voute Cylindrique, par conséquent bien differente de la Corne de Vache qui est Conique. S'il est quelque espece de voute qu'on doive apeller de ce nom, c'est celle où deux *Cornes de Vaches sont adossées*, dont on parlera à la seconde partie de ce livre, lorsqu'on traitera des Voutes composées.

DES VOUTES CONIQUES, tronquées par leurs Faces & par leurs Piedroits.

Nous avons parlé jusqu'ici des Voutes Coniques completes, ou qui peuvent être tronquées par une de leurs faces, qui retranchent un demi cône vers le sommet.

Ici nous traitons de celles qui sont des portions de cônes coupez par quatre plans, sçavoir par deux transversaux qui sont les *faces* opposées de devant & de derriere, lesquelles coupent nécessairement les deux côtez du cône & par deux plans longitudinaux ou paralleles entre eux, ou convergens, qui sont les piedroits dont chacun ne coupe le cône que d'un côté, telles sont plusieurs de ces petites voutes qu'on fait sur les portes & bayes de fenêtres, dans les épaisseurs des murs en dedans ou en dehors, lesquelles sont apellées par cette raison *Arrieres-vouſſures*, c'est-à-dire, *Vouſſure derriere une autre*, qui est celle de la baye formée par son tableau recourbé en arc qui en fait la couverture, ou comme quelques-uns disent la *fermeture*. En effet ces Voutes sont ordinairement composées de trois parties différentes, sçavoir, 1.° d'une portion cylindrique, qui est la couverture du tableau ceintrée en berceau, ou simplement bombée, & quelquefois droite en platebande; nous avons traité de celle-ci en son lieu.

La seconde partie qui lui est semblable ou peu différente, est renfoncée au dedans du tableau, on l'apelle *feuillure*, elle sert à y loger l'épaisseur du bois de la fermeture de menuiserie, ou de chassis *dormant*, ou de porte ou volet de chassis.

Celle-ci est de même espece que la précedente. On la suprime souvent lorsque les piedroits sont peu ébrasez, ou paralleles entre eux.

La troisiéme partie de ces arriéres vouſſures est la conique ébrasée par le haut ou par les côtez, qui soutient ce qui reste de l'épaisseur du mur en dedans du tableau ou de la feuillure; c'est de celle-ci dont il est question, nous pouvons la réduire à deux especes principales.

La

UNIV. OF MICH.

La premiere qui eſt une portion d'un cône Droit, eſt l'arriere vouſſure *Bombée Droite*, où les arcs de la face & celui de la feuillure ſont concentriques dans l'élevation, mais non pas ſemblables, en ce que l'un eſt d'un plus grand nombre de dégrez que l'autre.

La ſeconde eſpéce eſt l'arriere voſſure bombée Droite ou Biaiſe, dont les arcs de la face & de la feuillure ne ſont pas concentriques dans l'élevation.

Je ſubdiviſe celle-ci en deux autres eſpeces, l'une dont l'arc de face ou de feuillure eſt moindre que le demi cercle.

L'autre où l'arc du feuillure eſt égal au demi cercle, & celui de face d'un plus petit nombre de dégrez ; celle-ci dont je donne un nouveau trait, eſt d'une figure ſemblable à celle qu'on apelle *de Marſeille*, dont elle ne differe que par plus de régularité à la ſurface de la doële.

Premiere Eſpece.

Arriere Vouſſure Conique Bombée Droite ſur un Axe.

J'apelle Droite l'arriere vouſſure dont les cintres de face & de feuillure ſont concentriques dans l'élevation, parce que l'axe du cône étant perpendiculaire ſur la face, ſa projection verticale ſe réduit à un point, qui eſt le centre commun de toutes les ſections qui lui ſont perpendiculaires.

Plan. 50. Fig. 148.

Soit (fig. 148.) le trapeze ABDE le plan horiſontal de la baye d'une porte ou d'une fenêtre que l'on doit vouter. On élevera par ces quatre points A, B, D, E, autant de perpendiculaires indéfinies ſur AE, comme AF, BI, DK, EG. Puis ayant pris à volonté ſur la ligne du milieu MC un point C pour centre de l'arc de feuillure IK, on décrira de ce même centre C l'arc de face interieure FG; mais parce que le rayon de celui-ci n'eſt pas de longueur arbitraire comme à celui de feuillure, il faut chercher la moindre longueur qu'on puiſſe lui donner, pour que la fermeture de menuiſerie des batans de la porte ou de la Croiſée, puiſſe s'ouvrir totalement ſans être arrêtée par la voute de l'arriere vouſſure, en quoi les ouvriers péchent tous les jours, & même quelquefois les maîtres de l'art, comme on le remarque trés fréquemment dans les bâtimens, & même dans la 14.e planche du Livre de la coupe des bois de Maître Blanchard, au Trait de ſon arriere vouſſure de Marſeille, où les batans ne pourroient s'ouvrir totalement pour s'apliquer aux piedroits ébraſez.

OBSERVATION GENERALE,

Pour la poſition des naiſſances des Arrieres Vouſſures Bombées ou Cintrées par devant & par derriere.

La premiere attention que l'on doit avoir dans le tracé des épures des arrieres vouſſures bombées ou cintrées par devant & par derriere, eſt de bien poſer la naiſſance de l'arc de face élevée ſur l'ébraſement des piedroits, parce que ſi elle eſt trop baſſe, les ventaux des portes, ou volets ne peuvent s'ouvrir que juſqu'à un certain angle, où elles touchent à la voute par le milieu de leur bombement; les mauvais apareilleurs, & les ouvriers la mettent ordinairement de niveau avec celle de l'arc de feuillure, & c'eſt juſtement alors que les portes ou volets ne peuvent s'ouvrir qu'en partie: il faut donc mener par le milieu *b* de la clef de l'arc de feuillure une ligne de niveau *b* G qui coupera l'aplomb EG de l'arête d'ébraſement au point G, où ſera la naiſſance la plus baſſe que l'on puiſſe donner à l'arc de face, ſi la profondeur de la voute eſt égale à la moitié de la largeur de la baye BD; ſi la largeur du piedroit DE eſt moindre que cette moitié CD, on peut encore un peu baiſſer la naiſſance en queſtion, en portant DE en D*e*°, & tirant *e*° *x*° parallele à CH, qui coupera l'arc S*b*K en *x*°, par où on tirera le niveau de la naiſſance G, qui eſt la plus baſſe qu'on puiſſe trouver; mais on eſt le maître de l'élever au deſſus de G tant que l'on voudra, alors la doële de la voute s'ébraſe plus qu'il n'eſt néceſſaire pour l'uſage de l'arriere vouſſure,

La raiſon de cette conſtruction eſt facile à aperoevoir, lorſqu'on fait attention que le batant du ventau tournant ſur ſes gonds, décrit par ce mouvement dans l'air un arc de cercle horiſontal, dont la ligne *b*G eſt la projection verticale; & l'arc C*y*° E l'horiſontale, qui eſt parfaitement égale à ceux du haut & du bas qui ſont décrits par les ſommets des angles du batant.

Par où l'on voit clairement que la partie de la voute qui s'abaiſſe au deſſous de cette ligne, arrête neceſſairement le mouvement du ventau tournant ſur ſes gonds.

Ainsi ſupoſant un arc de face *n* Z *o* dont la naiſſance O ſoit de niveau avec celle de feuillure qui eſt en K, le ſommet du batant qui étoit en *b*, ſera arrêté au point Z, où la ligne *b*G coupe l'arc *n* Z *o*, & ſi l'arc deſcend plus bas comme en *e*, la porte ſera arrêtée en *y*, où l'horiſontale *b* G coupe l'arc *n y e*, ſupoſant que la largeur de la moitié de la baye CD ſoit égale à la profondeur de la voute D*y*°; mais ſi cette profondeur eſt moindre que la largeur CD comme en DY, il eſt viſible que le ventau s'ouvrira un peu plus, ce qu'il eſt facile de reconnoître comme il ſuit.

On portera l'ébraſement du piedroit DE en D^{e} ſur CD, & l'on tirera par le point e^{o} une parallele à MH, qui coupera l'arc de feuillure en un point x^{e}, la ligne menée par ce point parallelement à bG, rencontrera l'arc nye un peu au deſſous de y, par exemple au deſſous de Z; ſi par ce point on abaiſſe un aplomb Zz qui coupe AE en z, la ligne tirée du point D à z donnera l'angle CDz pour celui de la plus grande ouverture du batant.

D'ou l'on peut tirer la maniere de poſer la naiſſance de l'arc de face à telle hauteur, que la porte s'ouvre tant & ſi peu que l'on voudra.

Suposant préſentement que la naiſſance du ceintre interieur eſt poſée en F & en G, où elle doit être à l'égard de l'arc de feuillure IbK; du point C pour centre qui étoit celui de la feuillure, & CG pour rayon, on décrira l'arc FHG.

Les ceintres étant tracez, il faut en choiſir un pour primitif, ſur lequel on fera les diviſions des vouſſoirs, lequel des deux qu'on choiſiſſe, on ne peut éviter de l'irrégularité de diviſion. Il eſt plus naturel de choiſir celui de feuillure que l'autre pour la régularité de la Fermeture, qui eſt ordinairement aparente en dehors; mais alors les têtes des premiers vouſſoirs interieurs deviendront conſiderablement plus larges que celles des ſuivans; car ſupoſant l'arc IbK de feuillure, diviſé en vouſſoirs égaux aux points 1, 2, 3, 4, ſi l'on tire par ces diviſions les joins du centre C, comme IN. 1, 6, 2, 8, il eſt viſible que l'arc F6 eſt plus grand que 6, 8, ou FN plus petit que N6.

On pourroit faire des diviſions égales entre elles & en même nombre ſur chaque arc de ceintre, comme ſi l'on faiſoit F5 égal à 5, 8, & qu'on tirât le joint 5, 1; mais alors le joint de lit à la doële ne ſeroit plus une ligne droite, mais une courbe à peu près comme nous l'avons dit de ceux de la Corne de Vache, à laquelle cette conſtruction doit être renvoyée.

Cette courbure de joint, qui peut être évitée par la précédente diviſion des vouſſoirs, devient inévitable aux impoſtes FI, KG, parce que la ligne FI ne peut tendre au centre où paſſe l'axe du cône, mais en quelqu'autre point x au deſſus de cet axe qui eſt réuni en G, parce que les arcs FH & Ib ne ſont pas ſemblables, FH étant d'un plus grand nombre de degrez que Ib, de la quantité de l'arc FN; il faut donc chercher la Courbe de la naiſſance de la voute ſur la ſurface plane du piedroit ébraſé, laquelle courbe peut être un arc de differentes ſections coniques, ſuivant le plus ou le moins d'ébraſement du piedroit DE, ce que l'on peut reconnoître par l'opération ſuivante.

AYANT prolongé les arcs des ceintres de face & de feuillure juſqu'à leur demi diametre Commun C V qu'ils rencontreront en *q* & V, on lui menera la perpendiculaire V*g* dans l'épaiſſeur du mur, & l'on tirera par les points *g* & *q* la ligne *gq*S, qui rencontrera la ligne du milieu MS au point S; ſi la ligne *qg* eſt parallele à DE, la Courbe de l'impoſte KG ſera une portion de parabole; ſi l'ébraſement du piedroit étoit en DL, alors YL étant plus grand YE = *q*V, l'arc ſeroit une portion d'Ellipſe; & au contraire, ſi le piedroit étoit en dedans comme D*z*, ou à l'équerre comme DY, la ſection ſeroit une portion d'hyperbole, mais ſans s'embarraſſer de connoître l'eſpece de cette Courbe, on peut la décrire facilement, & régulierement par la pratique ſuivante, laquelle ſervira pour toutes les arrieres vouſſures qui ſont à peu près de même eſpece.

AYANT diviſé la ligne DY, ou ſon égale *d*E, qui exprime la profondeur de la voute, en autant de parties égales qu'on voudra de points de la courbe cherchée, par exemple ici en quatre aux points 1, 2, 3, E, on menera par ces points des paralleles à AE, qui couperont la ligne du milieu MC en des points *m*, *m*, *m*; le côté du cône *qg* aux points *u*, *u*, *u*, & le piedroit DE aux points 11, 12, 13, par où on menera des paralleles à DK, qu'on fera moyenes proportionelles entre *mu* + *m*11 & 11 *u*, *mu* + *m* 12 & 12 *u*, &c. c'eſt-à-dire, que d'un point *m* pour centre, & pour rayon *mu*, on décrira un arc qui coupera la perpendiculaire 11 *n* au point *n*; On élevera toutes ces moyenes proportionelles au deſſus de la ligne B*d* en *de*, *de*, où elles donneront les points *e*, *e*, *e*, la courbe K*eee*G ſera celle de la naiſſance de l'arriere vouſſure ſur le piedroit DE, ou ſi l'on veut l'angle rentrant fait par la rencontre de la ſurface plane du piedroit DE, & de la concave conique de l'arriere vouſſure, non pas dans toute ſon étenduë, mais racourcie par la projection dans le raport de D*d* à DE.

POUR tracer cette courbe dans ſa vraye grandeur, il auroit fallu élever des perpendiculaires ſur DE, & les faire égales aux moyenes proportionelles 11 *n*, 12 *n*, 13*n*, EG, cependant on peut la reproduire de ſon racourciſſement KG, en tirant par les points K*e*G des paralleles K*o*, *e* 1°, *e* 2° *e* 3°, G*g*', qu'on fera égales aux lignes DE, D 13, D 12, D 11 à commencer du terme de la ligne GE, & l'on aura la vraye courbe O 1° 2° 3° *g*' que l'on cherche dans toute ſon étenduë.

COMME les joins de lit à la doële ſeroient des Courbes de même nature, ſi l'on faiſoit les diviſions des vouſſoirs égales à l'arc de feuillure *l*K, & à l'arc de face FHG; on pourroit les trouver de la même maniere, par le moyen de leur projection, comme celle du joint de lit 5, 1, par le moyen de ſa projection *p*' *p*'.

Ou bien par le moyen de la ſeule projection verticale, & des interſections des arcs concentriques, comme l'on a fait pour ceux de la Corne de vache.

REMARQUE.

Comme cette courbure devient toujours moins ſenſible, à meſure que les lits aprochent de la clef où la ſection (s'il y en avoit une) deviendroit *verticale*, c'eſt-à-dire, paſſant par le ſommet du cône, par conſéquent droite triangulaire; on peut dans une operation ordinaire la négliger & faire ces joins à peu près droits, mais comme elle augmente vers l'impoſte, on ne peut la négliger ſans faire une faûte ſenſible, comme je l'ai reconnu par expérience. Il eſt étonnant que les Auteurs des Livres de la Coupe des pierres & des bois ne s'en ſoient pas aperçû, & qu'ils n'en ayent rien dit, c'eſt une preuve qu'ils n'ont pas examiné les choſes de près, & avec des yeux géometriques.

L'arriere vouſſure Droite faite par des ceintres concentriques, eſt ſans doute la plus réguliere, mais parce que l'on eſt quelquefois gêné par la hauteur intérieure d'un étage, on eſt obligé de faire l'arc intérieur moins bombé que celui de feuillure; d'où il réſulte que ſa ſurface, qui étoit ci-devant une portion de cône Droit, eſt alors une portion de ſurface d'un cône ſcalene; de ſorte que quoique la direction horiſontale de l'arriere vouſſure ſoit perpendiculaire à la face, l'axe du cône lui eſt oblique; ainſi cette arriere vouſſure qui eſt droite par ſon élévation, devient rampante par le profil ſuivant ſon axe, quoique ſa clef puiſſe être de niveau ou même un peu ébraſée par le haut.

Explication Démonſtrative.

Pour concevoir les raiſons du Trait de cette arriere vouſſure, il faut ſe repréſenter un cône Droit, & voir quelle partie elle en eſt.

Si l'on ſupoſe (fig. 142.) que le triangle HSI eſt la ſection horiſontale par l'axe d'un cône Droit, lequel eſt coupé par deux plans verticaux *ab*X, *ed*X qui ſe croiſent en X, on reconnoîtra que les ſections de ces plans retrancheront de la ſurface du cône une portion triangulaire, compoſée par trois lignes courbes, ſçavoir, un arc de cercle *fhg*, qui eſt une partie du cercle de la baſe H*h*I, compriſe entre les verticales *af* & *eg*, & deux portions de ſections coniques égales à *z*G, qui ſont chacune une partie de Parabole S*y z** *z*G, dans cet exemple où X*e* eſt parallele à SI, d'une hyperbole, ſi le plan vertical ſur *e*X étoit tourné en *e*Y, & d'une Ellipſe, s'il étoit ſitué ſur *e*L, ce qui eſt clair par ce qui a été dit des ſections des cônes au premier Livre.

Presentement si l'on ne considere dans ces plans verticaux que les parties *ab* & *ed* qui représentent les piedroits, & la profondeur de l'arriere vousſure, on reconnoîtra que cette premiere portion de ſurface triangulaire étant coupée par un plan vertical ſur *b d*, il en reſte pour l'arriere vouſſure une ſurface quadrilatere compriſe par quatre lignes courbes, ſçavoir, deux portions des cercles inégaux ſur les diamétres HI & NV, & deux portions de paraboles égales entre elles, repréſentées ici par l'arc Z^e G.

Les deux arcs de cercles ſont donnez, il ne reſte plus à chercher que les arcs Paraboliques, ce qui eſt aiſé; il n'y a qu'à mener des perpendiculaires à l'axe SC autant qu'on voudra avoir de points de la ſection, leſquelles couperont les côtez du cône en NV, *nn*, & le plan du piedroit prolongé *c*X aux points *xx*X. On cherchera les moyenes proportionelles entre *nx* & *xn*, qu'on élevera perpendiculairement à X*e* aux points *xx*, la ſuite de ces lignes donnera les points de la Courbe demandée S^y *z z^r z z^s* G.

Le reſte de la conſtruction de ce Trait n'a pas beſoin d'explication, il ſuffira de jetter les yeux ſur la figure 138. où l'on a tracé en projection verticale chaque demie parabole GKT P^r, FIT*p^s*, donc les arcs KG & FI de l'impoſte ſont de petites parties, leſquelles courbes ſe croiſent en T, & ont leurs ſommets ſur l'horiſontale BD en *p^r* & *p^s*.

Deuxiéme Eſpece.

Arriere Vouſſure bombée & ébraſée, Droite ou biaiſe, dont les arcs de face ou de feuillure ne ſont ni ſemblables, ni concentriques.

Premier cas,

Où les Ceintres ſont peu differens.

Le plan horiſontal de la baye à vouter étant ſupoſé comme dans le trait précedent de la fig 138, & l'arc de feuillure donné I*b*K, dont le centre eſt en C, on ſupoſe que l'arc de face intérieure eſt donné plus bas que le point H du précedent, & moins courbe, comme en F*n*G, dont le centre eſt donné en X ſur SM prolongée.

Cela ſupoſé, il ſuit comme dans le Trait précedent, qu'on peut prendre pour ceintre primitif des diviſions des vouſſoirs tel ceintre que l'on voudra, & que ſi l'on fait les têtes égales entre elles dans cha-

un de ces deux ceintres, les joins de lit à la doële ſeront des lignes courbes comme à la Corne de Vache, mais qu'à la difference du trait précedent ils ſeront encore courbes ſi on les tire d'un des centres C ou X, parce que ni l'un ni l'autre de ces points ne ſont la projection verticale du ſommet du cône, comme l'étoit le point C dans la ſupoſition précedente du cône Droit; ſupoſant donc que l'on veuille faire ces joins en ligne droite, il faut chercher la projection de ce ſommet par le moyen d'un profil.

Ayant pris à volonté un point R ſur la ligne BD prolongée, & ſur la même un point *Mf* éloigné de R de l'intervale DY ou *d*E, qui marque la profondeur de la voute, on ménera par ces points R & *Mf* les perpendiculaires C* H*f* & *b*» *b*f* prolongées indéfiniment, on portera de part & d'autre du point R la hauteur C *b* de la fig. 138. en *b*f* & *b*», & la hauteur C* de la clef intérieure en M*f*N & C*X en *M*f* C* puis on tirera par les points N*b*f* & C*R des lignes droites qui ſe croiſeront au point S* qui repréſentera le ſommet du cône ſcalene dont la doële de l'arriere vouſſure doit être une partie de ſa ſurface, & la ligne inclinée S* C* en repréſentera l'axe. *Fig.* 139.

Presentement pour avoir la projection verticale du ſommet ſur l'élevation, il n'y a qu'à mener par S* une parallele S*, S^e à l'horiſontale BD, qui coupera la ligne du milieu MS au point S^e, où ſera la repréſentation du ſommet du cône que l'on cherche.

Par le moyen duquel point, on peut faire les joins de doële en ligne droite; car ſi par ce point & ceux des diviſions des vouſſoirs 1, 2, 3, 4, on mene des lignes juſqu'à la rencontre de l'arc de face F*n*G qu'elles couperont en 9, 10, &c. les joins de lit à la doële 9, 1; 10, 2, ſeront des lignes droites. Par quelque autre point que S^e qu'on puiſſe les tirer, ce ſeront des lignes courbes; cependant à cauſe de la grande inégalité des diviſions des premiers vouſſoirs, on peut quelquefois les faire courbes, cela convient même lorſque les differences ſont très grandes, comme on le verra ci-après à l'arriere vouſſure de Marſeille.

Le ſecond effet de l'inégalité des arcs, & des differentes poſitions de leurs centres, eſt dans la direction des joins de tête; dans le trait précedent ces joins ſe trouvoient ſur une même ligne, par conſéquent dans un même plan, par exemple le joint IN* (fig. 138.) ſe trouvoit en ligne droite avec le joint de lit IN provenant du centre C, de même que celui de la tête de la feuillure; mais dans ce Trait où les centres ſont differens, ſi pour le premier lit 91 on tire pour la tête intérieure le joint 9, 9e & pour le ſecond 10, 2e provenans du centre X de l'arc de face, on ne peut

tirer les joins de tête de feuillure du même centre X, mais du centre C comme 1, 6; 2, 8, auquel cas les plans des lits prolongez s'entrecouperont à l'axe du cône comme aux trompes & autres voutes coniques.

Le reſte ſe formera comme au trait précedent, pour la Courbe des naiſſances de la doële ſur les impoſtes, avec quelque difference que nous expliquerons plus ſenſiblement au trait ſuivant, qui n'eſt proprement qu'une variation de celui-ci; quoique l'arriere vouſſure qui en réſulte, porte un nom different.

Il ſuffira de donner un exemple de la maniere de faire un panneau de lit, qui eſt dans le fond la même que celle que nous avons employée pour ceux de la corne de vache, lorſque les joins ſont courbes, & qui eſt encore plus ſimple lorſqu'ils ſont droits, ſoit par exemple, le ſecond panneau de lit à faire, dont la projection verticale eſt la ligne 1, 6 T à la fig. 138. on portera à part cette ligne comme ſous le chifre 141, & l'on élevera au point 6 une perpendiculaire 6 6e qu'on fera égale à la profondeur de l'arriere vouſſure priſe ſur une perpendiculaire à ſa face, comme $q\,p^e$ de la fig. 138. ou dE, puis par les points 1 & 6e on tirera la droite 1 6e, qui ſera le joint de lit à la doële, enſuite on menera par le même point 6e une ligne 6e T^e parallele à 1T & le panneau ſera fait.

On y ajoutera le profil de la feuillure 1f, du tableau fg, & de la face extérieure gb, qui exprime le joint de tête de l'arc extérieur dans les mêmes meſures qu'à la projection horiſontale B $b\,t$.

Si au lieu du joint Droit 1., 6 on avoit eu un joint courbe, comme ſeroit celui qui paſſeroit par les diviſions 1, 5, il auroit fallu en faire le panneau préciſément comme à la Corne de vache, mais comme dans le cas préſent ou cette courbure n'eſt pas fort ſenſible, il ſuffira de creuſer un peu ce joint relativement au panneau de celui de l'impoſte FI, ou ſon égal KG, en diminuant un peu de cette premiere courbure au premier lit, & encore plus au lit ſuivant s'il y en avoit un qui paſſât par le point 2 hors du point 8, comme en 2, 10 prolongé, cette ſeule attention ſuffit à la pratique; mais il n'en ſera pas de même ſi les arcs de face & de feuillure ſont très inégaux comme à l'arriere vouſſure ſuivante, parce qu'alors la courbure ſera trop ſenſible pour la négliger.

Deuxiéme Cas,

Deuxiéme cas,

Où les Ceintres de face & de feuillure ſont très differens.

En termes de l'Art.

Nouvelle Arriere vouſſure de Marſeille, Régulierement Conique.

Le plus & le moins, diſent les Philoſophes, ne changent pas l'eſpece, mais ici la grande inégalité des ceintres de face & de feuillure changent ſi fort la figure de l'arriere vouſſure precédente, qu'elle n'y eſt preſque plus connoiſſable, en ce que l'arc de feuillure eſt un demi cercle complet, & celui de face intérieure un arc, tout au plus de 60. dégrez, ordinairement beaucoup moindre; cependant ſi l'on ne conſidére que la partie du milieu de la fig. 144. par exemple 8 2*b* 5 *n* H 8, on reconnoîtra que l'arriere vouſſure précedente ne doit être conſiderée à l'égard de celle-ci, que comme la partie à l'égard du tout.

Les Apareilleurs font l'arriere vouſſure de Marſeille, ſuivant les Traits du P. Deran & de M de la Rue d'une maniere fort differente, qui produit une ſurface irréguliere, dont nous parlerons lorſqu'il ſera queſtion de ces ſurfaces.

Nous ferons voir ici qu'on peut la faire régulierement conique. Et comme la régularité eſt un des principes de beauté, je crois que mon nouveau Trait doit rendre cette arriere vouſſure plus agréable à la vûë que l'ancien.

Plan. 51
Fig. 144.

Soit (fig. 144.) le trapeze ABDE le plan horiſontal de la baye de la porte ou fenêtre qu'on doit vouter, dont nous rétranchons la feuillure & le tableau, comme étant des parties de voutes differentes & de ces cylindriques, où il ne ſe trouve aucune difficulté.

Ayant élevé comme au trait précedent des verticales indéfinies ſur les quatre angles de la baye, AF, BI, DK, EG, on prendra à volonté ſur la ligne du milieu M H un point C, d'où comme centre on décrira le demi cercle I*b*K pour ceintre de feuillure, qui touchera les lignes BI & DK aux points I & K, qu'on trouvera en tirant par C la ligne IK parallele à BD.

Par le point *b* ſommet de ce demi cercle, on ménera FG parallele à ſon diametre IK qui coupera les verticales ſur A & E aux points F & G, où ſeront les ſommets des piedroits.

On peut baiſſer un peu cette ligne ſi la largeur du piedroit DE eſt moindre que D m, alors ſi l'on porte la longueur DE en De ſur DB, & que l'on tire ex parallele à HM, on pourra tirer par le point x la ligne de ſommité des piedroits, qui donnera des points F & G un peu plus bas que les précedens.

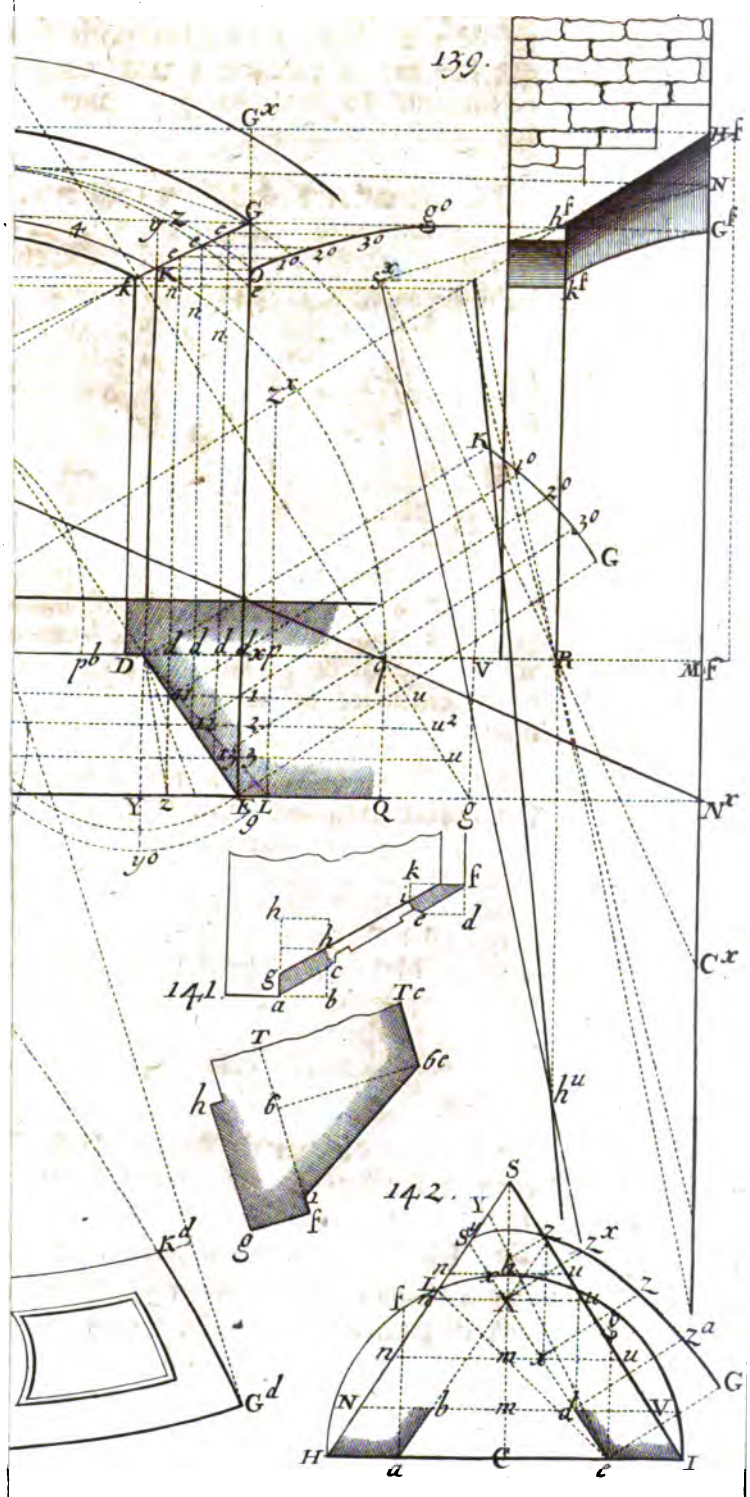
Les ſommitez F & G des piedroits étant déterminées comme nous venons de le dire, afin que les ventaux de menuiſerie puiſſent s'ouvrir totalement & s'apliquer aux piedroits ébraſez BA DE, on prendra à volonté ſur la ligne HM un point m pour centre de l'arc de face intérieure, duquel & de l'intervale m F ou mG pour rayon, on décrira le ceintre FHG, lequel paſſera dans la diſpoſition précedente au-deſſus du point b d'un intervale Hb à peu près égal à celui de l'ébraſement du piedroit DE, exprimé par la ligne DL.

Si l'on avoit pris le centre de cet arc beaucoup plus loin que m, comme par exemple au bas de la planche en N, l'ébraſement de la clef auroit beaucoup diminué, parceque l'arc quoique paſſant par les ſommets déterminez F & G, auroit paſſé au-deſſous du point H; de ſorte que ſi le centre de cet arc étoit infiniment loin, il ſe confondroit à peu près avec la ligne droite de ſommité FbG, alors la clef de l'arriere vouſſure ſeroit de niveau ſans aucun ébraſement, ſans que les battans de la fermeture de menuiſerie fuſſent empéchez de s'ouvrir totalement.

D'ou il ſuit qu'à moins que la longueur des piedroits BA, DE, ne ſoit beaucoup moindre que la demie largeur m B ou mD de la baye, on ne peut gueres bomber l'arc intérieur ſans empécher le mouvement de ces ventaux, parce que les naiſſances d'un tel arc ſeront néceſſairement au deſſous du point b de la difference de hauteur des points x & b qui eſt très-peu conſidérable. Ainſi lorſque l'on fait la clef de niveau comme Maître Blanchard à ſa planche 14. conforme à ſon diſcours, on tombe comme lui dans le défaut de hauteur des piedroits, & par-conſéquent dans celui de ne pouvoir ouvrir les ventaux qu'en partie & non pas totalement, enſorte qu'ils puiſſent s'apliquer à l'ébraſement du piedroit.

Les deux ceintres de face & de feuillure étant tracez, on diviſera celui de feuillure en ſes vouſſoirs, par exemple ici en ſept aux points 1, 2, 3, 4, 5, 6, par leſquels on tirera du ceintre C les coupes 1·7, 2·8, 3·9, 4·o, 5n, 6q.

On diviſera enſuite l'intervale bH de l'ébraſement à la clef, en autant de parties égales qu'on voudra avoir de points de la Courbe d'im-


139.
141.
142.

poſte où naiſſance de la doële de l'arriere vouſſûre ſur ſon piedroit en K z G, par exemple ici en quatre, aux points 1, 2, 3, H. Puis ayant auſſi diviſé en quatre, l'intervale C *m* des deux centres des deux arcs de face & de feuillure aux points 1ᶜ, 2ᶜ, 3ᶜ, *m*, de chacun de ces points pour centres & de l'intervale de la premiere diviſion, correſpondante entre *h* H pour rayon, comme 1ᶜ 1, 2ᶜ 2, 3ᶜ 3, on décrira les arcs de cercles indéfinis 3*x*, 2*y*, 1*z*, dont il faut chercher la terminaiſon.

Ayant diviſé l'intervale *m* M qui eſt la profondeur de la voute en autant de parties égales entre elles, que l'on a diviſé H*h* aux points 1ᵐ 2ᵐ 3ᵐ, on ménera par ces points des paralleles à AE, qui rencontreront le piedroit DE aux points 1ᵉ 2ᵉ 3ᵉ, par leſquels on ménera des paralleles à DK, qui rencontreront les arcs ci-deſſus aux points *z y x*, qui ſeront à la Courbe que l'on cherche; ainſi on tirera à la main ou avec une régle pliante la courbe K *z y x* G, qui eſt la projection verticale de la naiſſance de la doële ſur ſon piedroit.

Presentement il faut chercher la valeur de cette projection qui reſſerre cette Courbe; ce qui ſe fera facilement par la méthode des cerches ralongées.

On prolongera le diametre IK, ſur lequel on portera la ligne DE à volonté, par exemple en *f k* fig. 145. avec toutes ces diviſions 1 2 3 *k*, par leſquelles on élevera des perpendiculaires indéfinies, à cette horiſontale puis par les points G *x y z* on ménera des horiſontales qui couperont les verticales précedentes aux points *z y x g*, par leſquels on tracera la ligne courbe *f z y x g* que l'on cherche, laquelle eſt plus large que celle du profil *f* Z Y X V dans le raport de DE à EL, & le Trait ſera fait.

Presentement ſi l'on conſidere la nature des ſections de la doële, ſuivant les obſervations que nous avons faites ſur les ſurfaces gauches au commencement de ce quatriéme Livre, page 5. on reconnoîtra que les quatre angles de la doële de chaque vouſſoir ne ſont pas dans un même plan; par conſéquent qu'on ne peut pas en faire des panneaux de doële plate.

Il ne reſte donc de panneaux à faire que ceux de tête, qui ſont donnez ſur l'élevation, & ceux de lit dont les joins à la doële ne ſont pas des lignes Droites par les raiſons que nous avons donnés ci-devant, en parlant de ceux de la corne de Vache, dont la conſtruction eſt la même, à la réſerve de ceux qui traverſent en partie la voute, & en partie le piedroit, comme ſont ceux que donnent les coupes 1. 7, & 6 *q*, dont la partie du joint 6 *z* eſt courbe, & l'autre *z q* droite; nous donnerons un exemple de chacun de ces lits.

Fig. 146. Ayant porté la longueur 5 *n* de la fig. 144. en un endroit ſéparé, comme à la fig. 146. avec toutes ſes diviſions *t*, *u*, *v*, on lui ménéra par ces mêmes points des perpendiculaires, dont on prendra les longueurs au plan horiſontal; ſçavoir R *r* ou *n*N égale à *m*M, *t*T égale à *m* 3^m, *u*U égale à *m* 2^m & *v*V égale *m* 1^m, & par les points NTUV 5 on tracera la courbe, qui ſera le joint à la doële, du lit de deſſous du cinquiéme vouſſoir.

Pour former le panneau du lit ſuivant dont le join à la doële eſt mixte, on opérera à peuprès de même.

Ayant porté à part la longueur 6*q* comme à la fig. 147. avec ſa diviſion Z, on lui élevera au point *q* une perpendiculaire *q*Q qu'on fera égale à *m*M, ou ce qui eſt la même choſe LE à laquelle elle répond, & ſur le point *z* une perpendiculaire *z*Z égale à *m* 1^m qui eſt la profondeur du premier arc 1Z, puis on tirera une ligne droite de *z* à *z*, & une courbe concave de Z à 6; mais comme on n'en a que deux points, il faut en chercher au moins un troiſiéme.

Pour cet effet on diviſera l'intervale C 1^c des deux premiers centres des arcs *b*K, & 1 *z* en deux également en *d*, d'où comme centre, & pour rayon *d b*, plus la moitié de *b* 1, on décrira un arc qui coupera 6 *z* en un point *i*; on portera à la figure 147. la longueur 6 *i* en *i* à diſtance égale de 6, & par ce point *i* on élèvera une perpendiculaire *i*I qu'on fera égale à la moitié de l'intervale *m* 1^m, & par les points 6 IZ, on tracera la courbe demandée.

Il eſt viſible que plus les lits ſeront près de la clef, moins leurs joins à la doële ſeront courbes; en ſorte que s'il y en avoit un au milieu de la clef, il ſeroit parfaitement droit; parce qu'alors la ſection paſſeroit par l'axe du cône, & au contraire plus ils aprocheront des piedroits, plus ils ſe creuſent. Et qu'enfin lorſque le lit coupe le piedroit, le joint eſt partie courbe ſuivant la largeur de la doële qu'il coupe & partie droit, dans celle du piedroit qu'il traverſe; parce que la ſurface du lit devant être plane, elle ne peut couper un plan que ſuivant une ligne droite: il n'en ſeroit pas de même ſi le lit étoit gauche.

Nous avons ſupoſé dans les Traits précedens que l'arriere vouſſure n'étoit pas trop profonde pour que les vouſſoirs fuſſent d'une ſeule piece de la face juſques à la feuilleure; mais ſi par un excès de profondeur, ou par le défaut de pierres de longueur convenable, on étoit obligé de faire des rangs de vouſſoir de deux ou de pluſieurs piéces; il faudroit chercher les arcs de têtes qui ſont des joins de doële tranſverſaux.

Ayant déterminé la longueur horiſontale du vouſſoir, & l'ayant porté ſur le *plan* quarrément, on menera par ce point une parallele à la face qui coupera l'ébraſement du piedroit, par exemple en $2''$, on menera une parallele à l'élevation de ce piedroit, laquelle rencontrera celle de l'angle rentrant qu'il fait avec la voute en y, où ſera la naiſſance de l'arc du joint de doële qu'on cherche.

Si les arcs de face & de feuillure ſont concentriques, comme à l'arriere voſſure bombée Droite, cet arc ſeroit facile à décrire du centre commun C, & de l'intervale du point trouvé à ce centre.

Mais ſi ces arcs de face & de feuillure ſont excentriques, il faudra chercher une quatriéme proportionelle à l'épaiſſeur ou profondeur horiſontale de la feuillure, à celle du vouſſoir, & à la diſtance des centres de face & de feuillure; le quatriéme terme donnera la diſtance du centre 2^c au deſſous du centre C, par le moyen duquel & de l'intervale $2^c y$ on décrira l'arc du joint de doële tranſverſal qu'on cherche pour le tête en joint du vouſſoir.

Ce Trait ſupoſe encore une choſe qui peut varier, ſçavoir; que le joint tranſverſal eſt dans un plan parallele à celui de la face; mais il peut arriver par une raiſon de décoration, que ce joint ne ſoit pas dans un plan vertical, comme lorſqu'on veut faire une bande de largeur uniforme meſurée non pas horiſontalement, mais ſuivant la diſtance perpendiculaire de l'arête de la face, au bord opoſé de la bande; telles ſont les bordures des revétemens de marbre, & les Bâtis des revétemens de menuiſerie. Alors il faut chercher la Courbe de la projection de ces joins tranſverſaux par pluſieurs points; ce qui eſt plûtôt un Trait de menuiſerie que de Coupe des Pierres, comme on le verra à la ſuite de celui-ci, lorſque nous parlerons de cet Art, & des Incruſtatiôns de marbre où de Placage.

Application du Trait ſur la Pierre.

Suposant que l'on veille commencer par faire le couſſinet, marqué dans l'élevation $6\,q\,l\,K$. *Fig.* 144

Ayant dreſſé un parement pour ſervir de ſurface extérieure, on lui en fera un paralleſe pour la ſurface intérieure, ſi la pierre peut faire parpain, ce que nous ſupoſerons pour la facilité de l'inſtruction, puis ayant levé un panneau ſur l'épure en $lK6q$, on l'apliquera ſur un de ces paremens, pour tracer les lits de deſſus & de deſſous, qu'on fonmera à l'équerre ſuivant les lignes $6\,q$ & $K\,l$.

Ensuite on creusera tout au long aussi à l'équerre, sur les mêmes
Fig. 148. paremens une doële cylindrique $fBdD$, comme si l'on vouloit faire un voussoir de berceau Droit suivant l'arc K6, si la pierre se termine à la feuillure, où sur l'arc ab qui marque l'arête du tableau, si la pierre comprend le tableau, lequel arc est plus avancé que K6 de toute la largeur de la feuillure, ce qui oblige à faire deux surfaces de doëles cylindriques inégales, l'une $abba$ qui comprend la largeur du tableau, l'autre $f6D$ qui est celle de la profondeur de la feuillure.

On posera ensuite sur le lit de dessous le panneau du piedroit, découpé sur le plan horisontal de la fig. 144, en TDEL pour avoir à la fig. 148. le contour qui y est désliné en perspective en aaDEO.

On prendra aussi le panneau du lit de dessus, à peu près tel qu'il est à la fig. 147. je dis à peu près, parce que celui de la fig. 148 désigne un lit plus élevé, où la partie courbe 6Z est plus grande que la droite Zq, ce qui est le contraire à la fig. 147. Ainsi il faut supposer que le lit en perspective de la fig. 148. représente celui qui seroit tiré du centre C de la fig. 144. par le point y.

Les deux lits de dessus & de dessous étant tracez, on abatra la pierre en surface plane, entre les trois lignes droites tracées DE, Eq, qZ. Puis avec une cerche formée sur l'arc hyperbolique cf 2g du profil de la fig. 145. on terminera cette surface plane par un quatriéme côté courbe DZ (fig. 148.)

Alors il ne restera plus qu'à former la portion triangulaire de la doële de l'arriere voussure, comprise entre trois lignes courbes données, sçavoir, l'arc circulaire de feuillure D6, l'arc hyperbolique de joint de lit 6z, & l'arc hyperbolique de naissance de la doële sur le piedroit DZ. Ainsi abatant la pierre comprise entre ces trois termes, on ne peut manquer de la former assez exactement.

On peut encore pour plus d'exactitude s'y donner vers le milieu une quatriéme ligne droite, en tirant à la fig. 144. une ligne Sr par les points S & 6, qui donnera sur l'arc KG un point r, dont on prendra la hauteur sur la ligne Kl pour la porter en S, & tirer sS parallele à DE qui coupera l'arc Dz en s; si la surface est bien faite on pourra poser la régle sur les points 6 & r sans qu'il paroisse de vuide entre la régle & la doële.

Fig. 149. On operera à peu près de même pour la coupe du voussoir suivant, au-dessus du Coussinet marqué à l'élevation 5 nGq 6, avec cette difference qu'il demande un peu plus d'attention, parce que la doële creuse

du précedent n'étoit terminée que par trois lignes courbes; celle-ci, qu'on a déſſiné en perſpective à la fig. 149, eſt terminée par cinq lignes courbes, ſçavoir, $5n$ qui eſt le joint du lit ſuperieur, nG l'arc de face, Gz partie de l'arc de naiſſance ſur le piedroit, $z6$ joint du lit inferieur à la doële, & 65, arc de feuillure.

Ce vouſſoir comprend de plus un triangle plan mixte Gqz, en voici la pratique.

Ayant dreſſé & jaugé les paremens de devant & de derriere, ſi la pierre fait parpain, on apliquera ſur l'un des deux le panneau formé ſur l'élevation de la fig. 144. en $5n$G$q6$ pour en tracer le contour, puis ayant abatu la pierre à l'équerre au parement, ſuivant les lignes droites $5n$ & $6q$ pour former les lits, & ſuivant le contour de l'arc de cercle 56, on aura un vouſſoir ſemblable à celui d'un berceau, obſervant le renfoncement de la feuillure.

Ensuite on apliquera au lit de deſſous le panneau de la fig. 147. & à celui de deſſus le panneau 146. puis par la ligne droite ZQ donnée au lit de deſſous, & par la ligne droite qG, tracée au parement de face, on fera paſſer une ſurface plane en abatant la pierre en triangle, dont on formera le côté ZG par une cerche formée ſur l'arc Zg de la fig. 145. alors on aura le contour des cinq côtez courbes qui terminent la portion de Doële de l'arriere vouſſure compriſe dans ce vouſſoir.

La multiplicité de ces côtez, fait qu'il eſt aſſez difficile de bien ſe conduire pour abatre la pierre, de maniere qu'on forme une ſurface reguliérement conique; c'eſt pourquoi il faut ſe donner quelques points de poſition pour pouvoir y apliquer la régle.

Pour cet effet, on tirera par le point S, & des points pris à volonté au contour du vouſſoir, par exemple 5 V, des lignes droites qui ſe terminеront à l'arc ZG vers y & vers x, où l'on prendra des repaires de hauteur ſur le lit $6q$. qu'on portera à la fig. 149. où l'on marquera auſſi les premiers points 5 & V. Alors poſant la régle RE ſur ces joins, on abatra la pierre de maniere qu'elle s'y aplique exactement; Ainſi on aura des guides pour ne pas trop creuſer entre les termes du contour de la doële donnée; l'on multipliera ces lignes droites autant que l'on jugera à propos, & le vouſſoir ſera exactement formé, pour que la doële ſe continuë ſans jarret avec la portion précedente & les ſuivantes; celles-ci ſeront plus faciles à faire, parce qu'elles ne ſeront terminées que par quatre côtez, au lieu que celle de la fig. 149. l'étoit par cinq. Où il faut bien obſerver que la régle ne peut être apliquée *Fig.* 144.

exactement à la doële, en aucune autre poſition que celle où ſa direction paſſe par le point S.

Explication démonſtrative des Traits, des deux eſpeces d'arrieres Vouſſures Coniques, Scalenes, de la Bombée, & de Marſeille.

Pour concevoir que l'arriere vouſſure Conique Scalene, ſimplement bombée, comme celle qui eſt deſignée à la fig. 138. par la partie FnGKbI eſt intrinſequement la même que l'arriere vouſſure de Marſeille; on n'a qu'à conſiderer la ſeule partie 82n5 de la fig. 154. & imaginer que le piedroit DE eſt tranſporté en PN, alors l'élevation de ſon ébraſement ſera le trapeze mixte P 5 nQ, au lieu que l'autre eſt un triangle mixte compoſé de deux côtez droits DL LG, & d'un côté mixte DKG; ainſi l'on ne doit conſiderer la bombée que comme une partie de celle de Marſeille.

Fig. 150. Pour donner une juſte idée de cette vouſſure, on a deſſiné à la fig. 150. un triangle ſcalene en petit & en perſpective, ſemblable à celui du profil 145. dont le triangle RSH eſt une ſection par l'axe, & par le diametre HfR de la plus grande obliquité. Si l'on coupe ce cône par un plan parallelement à ce diametre, & perpendiculairement au plan de la baſe, il eſt clair qu'il ſe formera à la ſurface du cône une hyperbole FKe, qui repréſentera la ſection qui ſeroit faite par EL, à la fig. 144. & ſi ce plan eſt tourné differemment, il ſe fera une autre ſection qui peut encore être une hyperbole, ou une parabole, ou une ellipſe; quelle qu'elle ſoit la ligne SM. repréſentera l'axe SMf du profil de la fig. 145. la courbe FK de la fig. 150. repréſentera la naiſſance fg de la fig. 145. & le triangle MſpL ſera la projection horiſontale de la moitié du cône ſcalene, où SpM repréſentera l'axe.

Cette préparation étant ſupoſée, il ſera aiſé de ſentir les raiſons de notre conſtruction; car ſupoſant le cône ſcalene SHR fig. 150. coupé par pluſieurs plans verticaux paralleles à ſa baſe, ils ſeront repréſentez dans la projection horiſontale de la fig. 144. par des lignes droites dont les moitiez ſont mD 1m o, 2m o, 3m o, leſquelles ſeront les rayons des cercles formez à la ſurface du cône, & dans la même projection l'axe du cône marqué SMf à la fig. 150. ſera repréſenté en racourci par la ligne Sp M, & en élevation par la ligne Sp m égale à Sq du profil 145. Or puiſque les parties Proportionelles de cet axe entre la face & la feuillure, repréſentées en trois projections differentes, ſont auſſi chacune diviſée en parties égales entre elles, il ſuit que toutes les ſections

ctions du cône ſont proportionelles & ſemblables à la baſe. D'où il ſuit que les lignes ſemblablement poſées dans chacune de ces projections, repréſentent la ſection d'un plan paſſant par les trois dimentions de longueur, hauteur & profondeur; ainſi le plan du piedroit DE étant ſupoſé couper le plan de la projection horiſontale ABDE, fera pour ſection une ligne droite DE. Le même rencontrant la ſurface courbe de la Doële, diviſée proportionellement par pluſieurs plans verticaux, formera la courbe K$_2$G, menée par les interſections HG, 3x, 2y, 1z, aK, qu'il ne fera que toucher, leſquels plans verticaux repréſentez à l'élevation par ces arcs de cercles qui en ſont les contours, ſont au contraire repréſentez au profil par des lignes droites 1Z 2Y 3X, ce qui eſt facile à appercevoir aux gens verſez dans l'Architecture qui entendent le profil. Mais comme le plan du piedroit en ſituation oblique à l'axe, comme DE, ſe trouve racourci au profil dans le raport de DE à LE, la Courbe fYe devient inutile pour en former un panneau; c'eſt pourquoi on a ralongé cette courbe par un nouveau profil, ou plûtôt une juſte élevation fyg, dont la baſe fk eſt égale à DE, & les intervales des abſciſſes égales aux diviſions de cette ligne DE, comme nous l'avons enſeigné au ſecond Livre pour la formation des Ellipſes & autres cerches ralongées.

Cependant pour montrer que le premier profil peut devenir utile pour le Trait, je ferai remarquer que par ſon moyen & la courbe de l'élevation KzG, on peut tailler le couſſinet par équarriſſement.

Ayant tracé ſur un parement à plomb, & de largeur égale à la profondeur de l'arriere vouſſure, la courbe de profil fYe, on tracera ſur le retour d'équerre celle d'élevation KzG, puis on abatra la pierre en creux cylindrique juſques à la rencontre du contour convexe.

La rencontre de ces deux ſurfaces, l'une concave, l'autre convexe, donnera la Courbe de la naiſſance plus étenduë, comme celle marquée fyg de la fig. 145. toutes leſquelles courbes ſont de même nature par le Theor III. du premier Livre.

A l'égard des joins de lit, ce ſont des courbes dont la conſtruction eſt fondée ſur le même principe que celles des joins de la Corne de Vache.

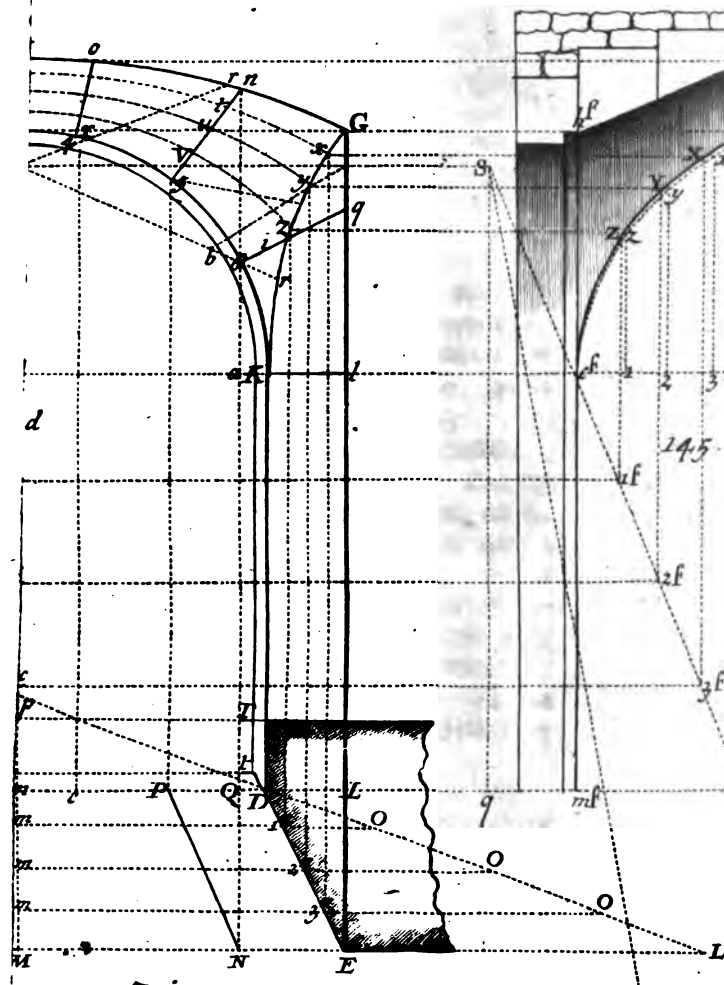
OBSERVATIONS,

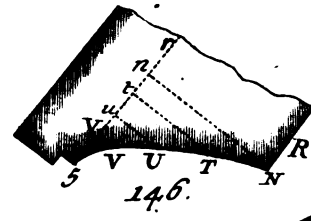
ſur les Traits de la Coupe des Bois, & des Marbres Pour les Revêtemens des Arrieres Vouſſures en Lambris de Menuiſerie, *Ou en* Incruſtrations de pieces de Raport.

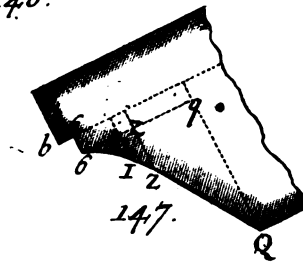
Nous n'avons parlé juſqu'ici que des Trais des ſections des Solides, deſtinées à la conſtruction des Voutes, où l'on a autant d'attention aux lits qu'aux diviſions des doëles & des têtes, pour que les pierres de taille dont elles ſont faites, ſe ſoûtiennent mutuellement.

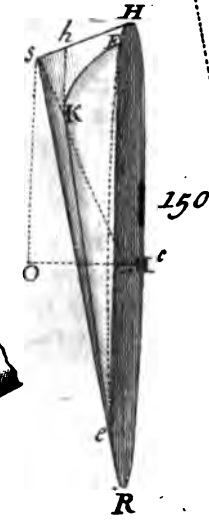
Presentement nous ſupoſons les Voutes faites de briques ou de pierres, & ſans égard aux lits, nous examinons ſeulement les moyens de recouvrir les doëles de Bois ou de Marbre, découpé ſuivant certains compartimens, dont il faut trouver les contour en projection, & quelquesfois en dévelopement. Nous n'avons pas traité de cette matiere en parlant des voutes précedentes, parce qu'elles ne ſont gueres ſuſceptibles de revêtemens, à cauſe de leur étenduë; mais comme ces ornemens conviennent particulierement aux Arrieres vouſſures, & que la mode en a établi l'uſage dans preſque tous les bâtimens des gens un peu aiſez, il eſt à propos d'en donner ici les Traits.

Le ſieur Blanchard maître menuiſier de Paris en a fait un traité en 1729. dont la moitié n'a pour objet que ceux des revêtemens der arrieres vouſſures; mais comme il n'avoit pas la Théorie néceſſaire pour entendre le fond de cette matiere, il eſt tombé dans pluſieurs erreurs. Le public eſt obligé à un bon Artiſan qui lui fait part des connoiſſances qu'il a acquiſes dans ſon art; mais il faut que cet Artiſan obſerve deux choſes; la premiere eſt de conſulter les gens qui ont de la Théorie lorſqu'il le peut, ſans préſumer que la ſeule pratique lui ſuffiſe dans tout ce qui a raport à la Géometrie. La ſeconde qu'il conſulte les gens qui ſçavent la langue & les termes des ſciences & des arts, pour s'énoncer comme il convient, faute de quoi il fatigue le lecteur qui n'entend qu'en devinant à moitié ce que l'Auteur a voulu dire. C'eſt ce qui eſt arrivé à celui dont je parle, qui s'eſt fait un langage ſi particulier, qu'on ne peut l'entendre du premier abord; chez lui une *perpendiculaire* ſignifie ordinairement un *aplomb*, c'eſt-à-dire, une *verticale*, & quelquefois il apelle de même une ligne inclinée à l'horiſon, on ne ſçait à quoi s'en tenir. Il dit qu'une ligne en *touche* une autre lorſqu'elle la rencontre, & qu'elle la coupe étant prolongée, ce n'eſt point


o
G
q
K
L
d
P
Q
O
M
N
E
145.


S
V
U
T
R
146.


147.
Q


H
K
150.
R

ce qu'on entend par *toucher*. Il apelle *Paralleles* des lignes qui ne le ſont point, & même qui ſont de differente nature, l'une courbe, l'autre droite, qui ſe rencontrent ſouvent; Il faut deviner qu'il entend par ce mot qu'elles ſont dans un même Plan, c'eſt-à-dire, qu'une ſurface plane peut paſſer par les deux. Il entend par *dévelopement* d'une ligne, la valeur de ſa projection, quoiqu'elle ſoit dans ſon contour naturel, ſans extenſion de dévelopement. Il aſſemble des mots qui ſe contrediſent, comme lorſqu'à la page 29. il apelle *point concentrique different*, celui qui eſt excentrique. Tant de termes déplacez embarraſſent & fatiguent beaucoup un lecteur. On eſt cependant aſſez diſpoſé à les paſſer à un homme ſans litterature, lorſqu'il dit de bonnes choſes; mais l'indulgence ne peut aller juſqu'à pardonner des erreurs de conſtruction, lorſqu'elles ſont conſiderables, comme celles du Livre dont il eſt queſtion.

Pour prendre une idée de la nature des Traits de la Menuiſerie, & du Placage des revêtemens des arrieres vouſſures, il faut remarquer que la menuiſerie ne conſiſte preſque qu'en un aſſemblage de *Batis* & des *Panneaux* qu'ils renferment.

Par le mot de *Batis*, on entend les pieces de bois qui ſervent en quelque façon de bordures, pour contenir les parties de planches dont on couvre la voute, leſquelles ainſi renfermées de tous côtez s'apellent *Panneaux*, où l'on voit que la ſignification de ce mot eſt bien differente de celle des Panneaux qu'on employe pour la Coupe des pierres.

D'où il ſuit que les *Batis* étant des eſpeces de Bordures, il convient qu'ils ſoient plus étroits que les panneaux, & de largeur toujours égale, excepté lorſque leur direction tend au pole d'une ſphere où au ſommet d'un cône; par-tout ailleurs l'irrégularité de la ſurface doit tomber ſur la figure du Panneau, ſans changer le paralleliſme des côtez des Batis.

Puisque les Batis ſont l'ame & le principal objet des revêtemens de menuiſerie, c'eſt à leur conſtruction que nous devons toute notre attention. Il s'agit donc de les tracer par équarriſſement dans une maſſe de bois, & quelquefois auſſi, mais plus rarement, par la voye du dévelopement.

Ce que nous diſons ici des batis, s'aplique auſſi très naturellement aux bordures & Friſes des incruſtations de marbre, qui ſont ordinairement diſpoſées à peu près comme les batis de menuiſerie.

Ces bordures de l'une & de l'autre eſpece, ne renferment pas toujours

des Polygones curvilignes irréguliers ; elles renferment auſſi ſouvent des courbes à double courbure, qui ont l'aparence de cercles où d'Ellipſes, quoiqu'elles ne puiſſent être ni l'une ni l'autre de ces figures qui ſont planes ; or nous les ſupoſons ſur des ſurfaces concaves des doëles des arrieres vouſſures, donc ce ſont des courbes à double courbure, quoique tracées d'un centre comme les cercles, ou par le moyen de deux foyers comme les ellipſes, ce qui fait la difficulté des Traits.

Précis de l'Art des Traits de Menuiſerie.

Tout l'Art de la Coupe des bois pour les revêtemens de voutes, par des lambris de Menuiſerie, & même celui des Incruſtations de marbre diſtribuées par panneaux, peut être réduit à quatre principales opérations.

Premierement, à la deſcription des lignes courbes paralleles, ou pour mieux dire équidiſtantes de celles des ceintres donnez pour les arêtes des faces extérieures & intérieures des arrieres vouſſures, ou autres voutes à revêtir, & de celles de leurs naiſſances, & des diviſions tranſverſales & longitudinales, leſquelles Courbes ſont preſque toujours differentes en contour des ceintres & des ſections données. Tel eſt par exemple dans un corps régulier, un cercle mineur d'une voute ſphérique parallele à un majeur, ou un autre mineur à l'égard d'un plus grand ou plus petit, ou une ſection conique équidiſtante d'une autre donnée dans un cône; laquelle ne lui peut être ſemblable, parce que les ſections Aſymptotiques ne ſont pas équidiſtantes, comme nous l'avons démontré au premier Livre.

Secondement, à faire les projections de ces Courbes ſur des plans horiſontaux & ſur des verticaux, pour avoir les intervales inégaux qu'elles laiſſent entre elles, conſiderées dans le niveau ou dans l'aplomb, lequel intervale donne ce qu'on apelle le *Gauche* des batis, étant retranché de la maſſe du bois, d'où réſulte la ſurface courbe que l'on cherche, & les arêtes qui le terminent à ſimple ou à double courbure.

La troiſiéme opération, qui eſt la moins uſitée, & dont maître Blanchard ne parle point, eſt le Devélopement des ſurfaces à revêtir, pour les couvrir d'un bois mince plié, qui peut y être exactement apliqué & contenu par les batis : je puis parler par expérience de la bonté, de l'utilité, & de la durée d'un tel ouvrage, quoique l'auteur cité n'en diſe rien, le ſupoſant aparemment inuſité.

J'ai fait revêtir par un habile menuiſier les arrieres vouſſures bombées & ébraſées d'une chambre que j'habitois, & comme il n'avoit pas

du bois ſec aſſez épais pour tailler ſes batis par équarriſſement, il commença par les faire droits, & les plia d'une maniere qui a parfaitement bien ſubſiſté ; mais n'ayant que l'habileté ordinaire aux meilleurs maîtres de ſon art, il ne prévit pas que ſon bois étant plié en portion conique, ſeroit trop étroit en montant vers le milieu de la voute, du côté du chambranle des piedroits, & trop large du côté de la feuillure, de ſorte que le lambris ne s'ajuſtoit ni à l'arête de la maſſonnerie, ni à la feuillure du chaſſis dormant, ni à l'angle rentrant de la naiſſance de la vouſſure ſur les piedroits ébraſez, faute d'avoir eu connoiſſance du dévelopement & des ſections du Cône ; de ſorte qu'il fut obligé de recouper vers la feuillure, d'ajoûter vers le chambranle, & de courber un peu les naiſſances, ce qu'il auroit pû faire à peu près en tatonnant à force de préſenter ſon ouvrage ; mais m'étant aperçû de ce qui lui manquoit, & voulant lui épargner de la perte du tems, je fis en un inſtant le dévelopement dont il avoit beſoin, & le mis en état de corriger ſûrement & en peu de tems ſon ouvrage. On verra cy-aprés la maniere de le faire, pour ceux qui ſe trouveront dans le même cas.

La quatriéme opération néceſſaire pour les revêtemens, eſt celle de chercher les angles des piéces que l'on doit aſſembler, à peu près comme les biveaux pour la coupe des pierres ; mais parce que les bois s'aſſemblent par le moyen des tenons & des mortoiſes, ils ne tirent pas leur force de leurs coupes ; de ſorte que l'apareil en eſt beaucoup plus ſimple, il n'eſt guere queſtion de biveaux que pour les doëles & les têtes où il faut engraiſſer, c'eſt-à-dire, rendre obtus l'angle du batis avec le chambranle, ou l'amaigrir du côté de la feuillure.

Les autres angles dont on a beſoin pour l'aſſemblage, ſont ceux des diagonales formées par la rencontre des batis & traverſes aſſemblées en angle ſaillant ou rentrant, ce qu'on apelle en terme de l'art à Anglet ou *Onglet*.

Ces Diagonales & les angles qu'elles font avec les côtez des batis ſont faciles à trouver, car premierement ſi les batis ſont droits, leurs diagonales ſont auſſi des lignes Droites déterminées de longueur & de poſition, par les interſections des côtez extérieurs & intérieurs des batis, & de leurs traverſes tracez ſur l'épure.

Secondement, ſi les batis & leurs traverſes ſont courbes tous les deux, ou l'un droit & l'autre courbe, on trouvera leurs diagonales d'aſſemblage, en menant dans chacun pluſieurs lignes paralleles à ſes côtez, s'ils ſont d'égale largeur, ou convergentes & divergentes, dirigées au même point du concours & à diſtanges égales dans chacune des piéces.

d'aſſemblage, ſi elles ſont d'égale largeur, ou à diſtances proportionelles des côtez, ſi elles ſont d'inégale largeur, par exemple au tiers ou au quart, ou à la moitié de chacune ; les interſections de ces lignes donneront autant de points des diagonales que l'on cherche, par leſquels on les tracera à la main ou avec une régle pliante ; ainſi on aura leur longueur, leur courbure & les angles mixtes ou curvilignes qu'elles font avec leurs côtez.

Nous avons ſupoſé que les batis étoient des ſurfaces planes ; mais s'ils étoient courbes en tout ſens, comme ceux qui ſont deſtinez à revêtir une ſurface ſphérique de niche ou d'Arriere vouſſure de Marſeille, ou de St. Antoine. Il faudra premierement en faire la projection ſur une ſurface plane, & en chercher la diagonale comme ci-devant, par le moyen de laquelle on en trouvera la valeur par la pratique des cerches ralongées.

REMARQUE

ſur la Pratique du Sieur Blanchard.

Il eſt clair que s'il s'agit, par exemple, d'une diagonale de deux batis en traverſe, deſtinez au revêtement d'une portion de ſphère, comme à une voute de niche, la diagonale de projection ſera une portion d'Ellipſe, parce que celle qu'elle repréſente, qui doit être ſur la ſurface de la ſphère, eſt un cercle, dont la projection eſt une Ellipſe par le Theoreme II. du deuxiéme Livre (page 209.) il en ſera de même de pluſieurs autres diagonales, particulierement dans les angles mixtes.

D'ou il ſuit que la pratique que donne le ſieur Blanchard dans ſa coupe des bois, planche 5. page 7. eſt alors intrinſéquement fauſſe, parce qu'il tire ſes *coupes* par la pratique *des trois points perdus*, ainſi apellée dans le langage des ouvriers, laquelle donne un arc de cercle.

Au lieu de ne tirer qu'une ſeule parallele au milieu de chaque batis, pour trouver un troiſiéme point, il n'y a qu'à en tirer encore deux au quart de la largeur, & on aura cinq points de la Courbe de *Coupe*, qui ſont plus que ſuffiſans pour la tracer avec une régle pliante ; & alors l'opération ſera exempte des reproches d'erreur.

TRAITS DE MENUISERIE.

Faire les revêtemens des Arrieres vouſſures Coniques quelconques.

PREMIERE ESPECE.

L'Arriere vouſſure bombée & ébraſée, Droite ſur ſon Axe.

PLAN 50. *Fig.* 138.

AYANT fait le Plan horiſontal, & l'élevation de l'arriere vouſſure, comme à la figure 138. & ayant déterminé la longueur du batis, on peut faire cet ouvrage de deux manieres.

PREMIEREMENT par équarriſſement, on fera un profil de l'ébraſement de la voute, comme on voit au-deſſus du chiffre 141. qui fera connoître l'épaiſſeur du bois néceſſaire pour tailler chaque piece par équarriſſement, par exemple *a b* pour avoir le parement *a c*, ou *e d* pour avoir *e f*. Puis pour avoir la hauteur de la traverſe inferieure, on ajoûtera à la hauteur *a g* celle de la fléche de l'arc I *b* K, qui eſt égale à K *y*, qu'on portera en *g b* pour avoir la hauteur totale *a b* du madrier, ſur lequel on doit élegir le batis, ſi la traverſe eſt d'une ſeule piece, & à proportion ſi elle eſt de pluſieurs. Il ne s'agit plus que d'y tracer l'arc I *b* K pris ſur l'épure, lequel étant évuidé, on prendra avec le compas la diſtance *b c* du profil qu'on trainera tout au tour de l'arc nouvellement formé; ou ce qui eſt plus commode, on ſe ſervira de cet outil que les Menuiſiers apellent Truſquin, & la piece ſera tracée; il ne s'agit plus que d'abattre le bois en chanfrain entre les deux arcs, & le réduire à une égale épaiſſeur s'il en eſt beſoin, ce qui eſt à la portée des moindres ouvriers. Il n'en eſt pas de même par panneaux de dévelopement, il y faut un peu plus de ſcience.

Seconde Maniere, *par Panneaux de Dévelopement.*

ON ſçait que le Dévelopement de la ſurface d'un Cône tronqué Droit ſur une baſe circulaire, eſt une portion de couronne de cercle, dont le rayon eſt égal à la longueur du côté du Cône ſupoſé entier depuis ſon ſommet à ſa baſe; ainſi pour former le dévelopement de la doële de notre arriere vouſſure, il faut commencer par chercher le ſommet du Cône, dont elle eſt partie de la ſurface, en prolongeant comme nous l'avons dit la ligne *g q* juſqu'à ce qu'elle rencontre celle du milieu M H prolongée au point S en projection horiſontale. *Fig.* 138.

Ou bien ce qui convient encore mieux, le chercher par le profil *Fig.* 139.

en prolongeant la ligne $H^f\ b^f$ juſqu'à ce qu'elle rencontre la baſe horiſontale M^f C en S^f.

Fig. 140. On prendra enſuite ſur la ligne du milieu un point S^v à volonté, duquel comme centre, & de l'intervale Sg pour rayon, ou ce qui eſt la même choſe $S^f\ H^f$, on décrira un arc $F^d\ H^d\ G^d$ indéfini ; & du même centre & de l'intervale Sq ou $S^f\ b^f$ pour rayon, on décrira un autre arc pour celui de la feuillure $i^d\ b^d\ K^d$.

On portera ſur chacun de ces arcs de part & d'autre de la ligne du milieu, l'étenduë du contour des ceintres, dont ils ſont le dévelopement, priſe par petites parties apliquées de ſuite, enſorte que l'arc $b^d\ i^d$ de la fig. 140. ſoit égal en dévelopement à l'arc b I de la fig. 138. lequel eſt un peu plus concave, & de même l'arc $H^d\ F^d$ de la fig. 140. égal en dévelopement de contour à l'arc HF de la fig. 138. ce qui donnera les points $F^d\ 1^d$ d'un côté & $G^d\ K^d$ de l'autre, leſquels ſont aux contours des dévelopemens des deux arcs d'hyperboles des *naiſſances* de l'arriere vouſſure ſur ſes piedroits.

Pour avoir un troiſiéme point commun à ces deux dévelopemens qui ſe croiſent en X, on prolongera un piedroit ED fig. 138. juſqu'à ce qu'il rencontre la ligne du milieu en x. On portera Sx en $S^f\ x^v$ ſur la baſe du profil $S^f\ M^f$, & on lui élevera au point x^v la perpendiculaire $x^v\ z^v$, qui coupera le côté $S^f\ H^f$ au point z^v. On portera la diſtance $S^f\ z^v$ en S^v X, qui donnera ſur la ligne du milieu le point X que l'on cherche, par lequel & par les points trouvez ci-devant au dévelopement de l'hyperbole, on tirera à la main ou avec une régle pliante les courbes $X\ I^d\ F^d$ & $X\ K^d\ G^d$, dont les parties $I^d\ F^d\ K^d\ G^d$ ſont les terminaiſons du dévelopement de la doële de l'arriere vouſſure. Ainſi faiſant un aſſemblage de la figure de la portion de couronne $I^d\ b^d\ K^d\ G^d\ H^d\ F^b$, on pourra l'apliquer dans l'arriere vouſſure exactement ſur toute la ſurface en le pliant, où par le moyen du feu, ou par quelques traits de ſcie pouſſez au travers du fil du bois, du côté interieur caché, à diſtance de 5. ou 6. pouces plus ou moins, pénétrans juſques au tiers ou à la moitié de l'épaiſſeur du bois, en ſorte qu'il ne s'y faſſe pas des côtes.

On auroit pû chercher un plus grand nombre de points du dévelopement des arcs hyperboliques, ſuivant la methode que nous avons donné au problème 7. du 3e Livre ; mais il ſuffit dans le cas preſent, de voir à peu près l'effet & la ſaillie du bombement qui n'eſt pas aſſez conſidérable pour tirer à conſéquence dans l'exécution.

Il faut remarquer que ce panneau de dévelopement doit être tracé ſur

ſur la ſurface intérieure de la Menuiſerie, qui s'aplique contre la doële de maſſonerie, parce qu'il faut avoir égard à l'épaiſſeur du bois & au délardement des bords des batis, qui doivent être coupez en chanfrain, les uns pour être apliquez à la feuïllure, les autres au parement du mur à plomb, où l'épaiſſeur du lambris & ſon joint avec la maſſonerie, eſt ordinairement recouvert par un chambranle. Fig. 138.

Les biveaux du délardement de devant & de derriere ſont donnez au profil, & même au plan horiſontal en qg N^x obtus de la face avec la doële & ſon ſuplément gqV, pour le maigre de la feuillure. Les autres angles mixtes aux impoſtes, ſont donnez à l'élevation en H G G^x pour être apliquez ſur les faces, & non pas perpendiculairement a l'arête de l'angle, ſuivant l'uſage ordinaire des biveaux.

Revêtement de la ſeconde & troiſiéme eſpece d'Arriere vouſſure Conique.

Nous joignons ici l'arriere vouſſure bombée & ébraſée à ceintres excentriques, avec celle de Marſeille, parce qu'il n'y a de la difference pour le Trait, qu'en ce que la ſurface de cette derniere eſt plus gauche que la précedente, d'une quantité qui ne provient que du plus ou moins de grandeur de l'arc de feuillure à l'égard du ceintre de face.

Premierement, pour la ſeconde eſpece, tout étant diſpoſé à la fig. 138. comme il a été dit pour la coupe des pierres. Il faut chercher la valeur de la longueur donnée du Batis en projection verticale & horiſontale, ce qui eſt une opération inverſe de celles de la coupe des pierres, où les projections étant données, on cherche leur valeur. Ici tout au contraire la largeur inclinée du batis eſt déterminée par l'ouvrier, & pour donner à ſon bois la hauteur & l'épaiſſeur convenable pour y élegir ſon batis; il faut qu'il cherche une Courbe verticale, & une horiſontale, ce qui ne ſe peut faire que par le moyen de pluſieurs profils qu'on fera en auſſi grand nombre qu'on voudra avoir de points de ces courbes; nous nous bornerons ici à deux pour ne pas embrouiller la figure. Fig. 138.

Il faut obſerver auparavant, que puiſqu'on veut que les batis ſoient partout d'une égale largeur, il faut que leur meſure ſoit priſe perpendiculairement à l'arc de leurs arêtes intérieure & extérieure, parce qu'il eſt clair que toute autre ligne qui ſeroit inclinée à ſa tangente, donneroit une plus petite largeur; ce qui fait voir la fauſſeté de tous les Traits du Livre de maître Blanchard, qui prend ſes meſures ſur des profils obliques à cette tangeante.

D'où il ſuit que pour chercher les largeurs des projections, avec une ſcrupuleuſe exactitude; il faudroit faire des profils exprès pour les Traverſes des batis de chaque poſition, ſur la face & ſur la feuillure. Ainſi il faudroit tirer les ſections qui doivent donner les baſes des profils, les unes du centre C pour la feuillure, les autres du centre X pour la face, ou pour ne pas multiplier ces baſes, les tirer du milieu M de ces deux centres, ce qui ne peut produire aucune difference ſenſible.

Ayant tiré du point M autant de lignes qu'on voudra de points des courbes qu'on cherche, qui couperont les ceintres de face F *n* G & de feuillure I *b* K, on prendra les lignes compriſes entre ces deux arcs, pour autant de baſes de profil, par exemple, *b n* au milieu, & I 9 près de l'impoſte, & les ayant porté à part comme *b n* en *f n* de la fig. 143. & I 9 en I 9 de la fig. 143. on portera l'épaiſſeur E *d* de la voute à angle droit en *n* & en 9, aux points *n'* & *i* des profils, & l'on tirera les lignes *n' f* & *i* I, les triangles *f n n'* & *i* 9 I, ſeront les profils des ſections faites par les points pris à volonté *b* & I, non pas exactement, parce que les ſections de la doële provenant de tout autre point que S ne ſont pas des lignes droites, mais ſuffiſamment pour la pratique la plus exacte, parce que cette courbure ſe trouve diviſée en trois parties, dont deux ſont les largeurs du batis fort étroites, & la troiſiéme qui eſt au milieu, eſt celle du panneau qu'ils enferment.

On ajuſtera à ces triangles les profils de la Menuiſerie, poſez parallelement aux hypotenuſes, comme *cd*, *op* fig. 143. pour les traverſes du haut & du bas, au milieu de la clef, & *ab* LK pour celles du profil au-deſſus de l'impoſte I. Puis on menera par les points donnez *a b*, *c d*, &c. des horiſontales *x b z d*, & des perpendiculaires *a x*, *c z*, qui ſe couperont en *x* & *z*. Les largeurs *x b*, 7 K ſeront portées au plan horiſontal de la fig. 138. en 9° *x* ſur la projection 9° B de la ſection I 9, & en B *y* de la même ſection. Enſuite on portera les largeurs *z d*, *yp* du profil 143. en M *m* 3 & C *m*, & par les points trouvez *x m* 3, *ym*, & quelques autres qu'il faudra chercher entre deux, on tirera des lignes courbes *y m* & *x m* 3, qui ſeront les épaiſſeurs du bois meſuré de niveau pour y élegir les batis.

On en uſera de même pour la hauteur, en portant les épaiſſeurs *o y c z*, ſur la ligne *n b* de l'élevation, & *l y*, *x b*, ſur la ligne I 9. de l'élevation, ainſi des autres points qu'il faudra chercher entre deux, & l'on aura la hauteur du bois du batis, y ajoûtant l'épaiſſeur *a g* ou *b* I.

Comme la figure eſt petite à cauſe de la grandeur de la planche, à laquelle on eſt aſſujetti, nous ajoûterons ici une planche exprès, pour

le Trait du revêtement de l'arriere vouſſure de Marſeille, qui ſervira d'explication à ce que nous venons de dire.

Revêtement de la nouvelle Arriere-Vouſſure de Marſeille, *Réguliérement Conique.*

Soit (fig. 151.) le trapeze ABDE, le Plan horiſontal de l'arriere vouſſure, & BFHGD*b*, ſon élevation faite comme il a été dit pour la maſſonerie, avec la courbe de la naiſſance de l'arriere vouſſure, ſur ſon piedroit ébraſé DE, laquelle eſt tracée dans toute ſon étenduë en $D1^e\ 2^e\ 3^e\ g$, & en projection verticale en $D1^i\ 2^i\ 3^i$ G. Plan. 51. *Fig.* 151.

Il s'agit de chercher les épaiſſeurs de niveau, & les hauteurs des piéces de bois, dans leſquelles on veut élegir les batis de l'aſſemblage du revêtement qu'on ſe propoſe de faire, comme on le voit exprimé au dévelopement de la fig. 154. & comme ces batis ſont gauches, en ce qu'ils ſont toujours inégalement inclinez à l'horiſon, depuis l'impoſte juſqu'au milieu de la clef, leur largeur horiſontale augmente depuis l'impoſte, où les batis ſont les moins inclinez en ſurplomb, juſqu'à la clef, où ils ſont à leur plus grande inclinaiſon; auquel endroit il peut arriver que leur ſurface s'incline ſi fort, qu'elle devienne tout-à-fait horiſontale, lorſqu'en cet endroit il n'y a point d'ébraſement.

D'où il ſuit que l'épaiſſeur du bois deſtiné à tailler une traverſe de batis par équarriſſement, ſera terminée d'un côté par une ligne droite BD ou AE ſur les arcs de feuillure & de face; mais par une ligne courbe du côté du panneau, par exemple, $x^e\ z^m\ x^e$, & $y^e\ z\ y^e$, dont il faut chercher les points par des profils pris à volonté, en autant d'endroits qu'on voudra avoir de ces points à chaque batis.

Premierement, au milieu de la clef, il eſt toujours néceſſaire d'y faire un profil qui ſera rectiligne, parce que la ligne *b*H paſſe par le ſommet du cône S. On ſera donc ce profil comme au trait précedent, en portant à part la hauteur H*b* de la fig. 151. en *b*H de la fig. à gauche de 152. puis lui ayant tiré une perpendiculaire HH' égale à la profondeur de l'arriere vouſſure CM, on tirera la ligne H' *b*, le triangle rectangle *b* HH' ſera le profil du milieu, ſur lequel on ſera celui des batis, dont on portera la largeur ſur l'hypotenuſe en *bk* & *l*H', par les points *b* & *l* on tirera les horiſontales *bi*, *lm*, & par les points *k* & H' les aplombs H, *m* & *ki* qui couperont les horiſontales en *i* & *m*, qu'on portera au

plan horiſontal en $C z^m$, & en $M z$ ſur CM pour avoir les premiers points du milieu de ces courbes en z^m & Z.

Les profils de ces deux traverſes de batis qui ont été faits ici en une ſeule ſection, ne peuvent ſe faire de même dans la ſuite de l'arriere vouſſure, ſi l'on veut opérer exactement, parce que les largeurs des batis doivent être meſurées perpendiculairement aux arêtes courbes qui les terminent, & comme ces arêtes courbes ſont excentriques, la perpendiculaire ſur l'une eſt oblique à l'autre dans l'élevation.

Pour le faire auſſi exactement qu'il eſt poſſible, il faut tirer la ligne de baſe des profils du milieu des centres des deux arcs excentriques, par exemple, pour les batis au-deſſus de la feuillure dont les arcs ont pour centre l'un le point C l'autre le point I, dont le milieu eſt o, on tirera de ce point o par un point pris à volonté, par exemple T, la ligne Ts, qu'on portera à droite de la fig. 152. en Ts; puis prenant la largeur horiſontale $C\,1^m$, de ces deux arcs, on la poſera perpendiculairement à Ts au point s, & l'on tirera $T\,1^m$, ſur laquelle on portera la largeur du batis $a\,b$ de la fig. 154. ou bk de la fig. à gauche de 152. en TK, & l'on tirera Ks parallele à $S\,1^m$; la largeur sK étant portée au plan horiſontal en sk, donnera un point k^x de la Courbe qu'on cherche, qui paſſera par z^m. On cherchera de même un troiſiéme point x^p & plus ſi l'on veut, & l'on tracera avec une régle pliante la courbe $x^o\,z^m\,k^x\,x^p$ qui ſera celle que l'on cherche au plan horiſontal.

A l'égard de l'élevation, on portera la hauteur $x\,k$ du petit profil que nous venons de faire ſur la ligne Ts de la fig. 154. de T en s^x, qui donnera un point s^x à la circonference de la courbe de hauteur. Ainſi ſupoſant la hauteur $b\,1$ égale à la hauteur $m\,H^x$ du profil de la fig. 152. & un troiſiéme point X trouvé comme le ſecond s^x, on tracera avec une régle pliante la courbe $1\,s_x$, qui ſera la hauteur du batis que l'on cherche au-deſſus de l'arc bTD qui eſt ſon arête inferieure.

Si l'on vouloit mettre les deux profils des batis ſur une ſeule ſection, il faudroit la tirer du milieu de l'intervale des centres les plus éloignez C & Hd qui eſt en 2e, ce qui donneroit la ſection QR, ſupoſant qu'on la tire par un point Q ou R pris à volonté, alors on auroit, par les pratiques expliquées aux traits précedens, ce profil QRR^e à droite de 152. dont la ligne QK/R^e eſt courbe en ſection conique, ſuivant les points trouvez, comme il a été dit à la formation des panneaux de la *Corne de Vache.*

Sur cette ligne courbe qui eſt une ſection de la doële, on y ajuſtera les profils des deux traverſes de batis de devant & de feuillure,

comme on voit en QK, LR, pour avoir les hauteurs inégales Kx & Ry, & les largeurs ou épaiſſeurs auſſi inégales Qx & ly, leſquelles meſures inégales de hauteur & de largeur, proviennent cependant de la largeur du batis qu'on ſupoſe toujours égale aux lignes *a b* & *u*R de la fig. 154.

Mais comme cette opération ne peut donner exactement les valeurs de la largeur du batis qu'on veut être toujours égale; il ſuit que cette opération ne peut être tolerable que vers le milieu de l'arriere vouſſure Hb, & qu'elle devient de plus en plus fautive à meſure que la ſection choiſie à volonté aproche de l'impoſte; nous ne la donnons ici que pour ſervir d'introduction à la preuve des erreurs de Maître Blanchard.

Erreur des Traits du Livre de la Coupe des Bois de Maître Blanchard.

J'ai dit ci-devant que le publie étoit obligé aux Artiſans qui lui faiſoient part des ſecrets de leurs arts; ainſi je crois que l'on doit plutôt les encourager à les publier, que les réprendre lorſqu'il leur arrive de faire des fautes de peu de conſéquence; mais comme celles du Livre de Maître Blanchard ſont trop conſidérables pour pouvoir les diſſimuler, je me crois obligé de les rélever, d'autant plus qu'il ne s'agit pas d'une ſeule erreur échapée, puiſqu'elle eſt répetée dans la plus grande partie de ſon Livre.

Pour trouver les points des courbes d'épaiſſeur & de hauteur des batis, il fait toujours des ſections verticales par des points pris à volonté, & en auſſi grand nombre que l'on veut, dans leſquelles il place les largeurs de ſes batis en profil ſans les augmenter ni les diminuer; d'où il réſulte que ces ſections verticales, étant toutes inégalement inclinées aux arcs des ſurfaces des arrieres vouſſures, elles doivent néceſſairement donner des largeurs de batis inégales contre ſon intention, & contre la beauté de la menuiſerie, qui exige ordinairement des largeurs égales de batis, en ce qu'ils ſont comme autant de bordures des panneaux, ſurtout dans les traverſes; car pour les piéces de batis poſées en entretoiſes, il peut arriver dans les revêtemens Sphériques ou Coniques, dans leſquelles elles tendent au pole, qu'on doit les diminuer de largeur à meſure qu'elles en aprochent.

Cela ſupoſé, il faut montrer dans la circonſtance préſente, combien l'erreur ſeroit grande ſi on ſuivoit ſa pratique, au lieu de faire la ſection du profil deſtiné à chercher un point de la courbe perpendiculaire au

milieu des arcs, ſoit pour la projection horiſontale qui doit régler l'épaiſſeur, ſoit pour la verticale qui doit déterminer la hauteur du bois deſtiné à tailler un batis par équarriſſement.

PREMIEREMENT, c'eſt une verité ſenſible à tout le monde, ſans le ſecours de la Geometrie, que les largeurs des ſurfaces doivent être meſurées perpendiculairement à leurs côtez ; que toute meſure oblique peut autant varier les largeurs que l'angle d'inclinaiſon de la ligne ſur laquelle on prend cette meſure.

SECONDEMENT, il eſt démontré dans les Elemens de Geometrie, que la plus courte de toutes les lignes tirées d'un point à une ligne donnée, eſt la perpendiculaire à cette ligne, par conſéquent, ſi l'on place obliquement à une ligne la longueur de cette perpendiculaire entre deux lignes paralleles, elle n'arrivera pas à la ſeconde ; mais ſon extrémité reſtera entre les deux, d'où il ſuit évidemment qu'elle marquera une moindre largeur.

Fig. 151. CELA ſupoſé, ſi l'on fait paſſer une ſection verticale par le point R pris à volonté ſur l'arc HG, l'extrémité inférieure de cette ſection tombera en Y, où elle fait un angle aigu avec l'arc *b*YD, & d'autant plus aigu que cette ſection aproche du point D ; par conſéquent la même meſure donnée pour largeur de batis, étant toujours de plus en plus inclinée à cet arc, marquera par ſon extrémité une largeur toujours moindre.

POUR rendre cette verité ſenſible aux yeux auſſi bien qu'à l'eſprit, nous avons tracé à la fig. 154. le dévelopement de la ſurface de la doële de l'arriere vouſſure, laquelle étant exactement Conique peut être, ſans contredit, dévelopée ſur une ſurface plane, comme il a été dit au Corol. du probléme VI. du 3e Livre.

PUISQUE la courbe b^4 D^4 eſt le dévelopement de l'arc circulaire *b*YD, le point Y ſur le dévelopement doit être auſſi éloigné du point du milieu b^4, qu'il l'eſt du point *b* à la fig. 151 ; par la même raiſon le point R de la fig. 154. doit être autant éloigné du point H^4, que le point R de la fig. 151 l'eſt du point H ; ainſi la ligne YR ſera le dévelopement d'une portion de l'hyperbole faite par un plan coupant le Cône paralelement à ſon axe par la ligne RY, laquelle ſera un angle curviligne aigu, avec la courbe b^4 *a* YD^4, ce qui eſt évident, en ce qu'elle eſt divergente de la ligne du milieu b^4 H^4, bien loin de lui être convergente. Et quoique la ligne RY ſoit courbe dans le vrai dévelopement, cette courbure eſt ſi peu ſenſible qu'elle ne peut preſque pas changer l'angle qui ſe fait en Y, comme on a pû le voir au probleme VII.

de 3e Livre fig. 266. & 267. de la planche 22. ſupoſant donc une largeur *ab* de batis donnée entre les arcs $b^d\ a$ Y D^d & K*b*X ; il eſt clair que ſi l'on prend ſur YR une longueur YN égale à *ab*, & que l'on tire *b*N, elle retreſſira le batis vers N.

Il eſt encore viſible que l'erreur ſeroit beaucoup moins grande, ſi l'on avoit pris la ſection en QR tirée du milieu 2^c des centres de feuillure & de face ; mais elle ſubſiſteroit encore, parce que cette ligne fait en *q* un angle aigu *a q*R.

D'ou il ſuit évidemment que *les Traits de Maître Blanchard, pour trouver les Courbes d'épaiſſeur & de hauteur des bois propres à y élegir des Batis de largeurs égales, & en trouver les arêtes par équarriſſement, ſont généralement tous faux* ; par la ſeule raiſon que toutes les ſections ſur leſquelles il fait ſes profils ſont paralleles entre elles, étant toutes verticales ; au lieu qu'elles ne devroient pas être paralleles, mais convergentes ; ce qui ne ſouffre aucune difficulté, puiſque toutes ces ſections ſont inégalement inclinées aux courbes des ceintres de face & de feuillure de toutes les arrieres vouſſures, excepté aux ſeules ſections par le milieu, lorſqu'elles paſſent par leur axe.

Nous avons donné la maniere de trouver les projections verticales & horiſontales des traverſes des batis qui ſe font ſur les faces & les feuillures, il nous reſte à donner celle de trouver des piéces qui les aſſemblent en façon d'entretoiſes du devant au derriere, leſquelles forment les naiſſances des ſurfaces de revêtement ſur les piedroits.

On tirera par les points D, p^1, p^2, p^3 des perpendiculaires au piedroit DE, qui couperont les tranſverſales $1^m\ p^1$, $2^m\ p^2$ $3^m\ p^3$, ME en des points *n* 2^v *n n*, par leſquels on élevela des verticales paralleles à CH qui couperont les arcs excentriques de l'élevation HG, 3 3^i, 2 2^i, 1 1^i aux points *o* 2^v *o o*.

Cette préparation étant faite, on formera des profils ſur chacune des perpendiculaires à DE, qui en feront des baſes horiſontales égales, mais dont les hauteurs élevées ſur les points *n* ſeront toutes inégales, étant les differences des hauteurs des points 1^i, 2^i, 3^i, G, & des points correſpondans de ſection des arcs en *o o*.

Mais comme ces profils ne donnent que deux points de chaque courbe, l'un en haut en *o*, l'autre en bas en *i*, il convient d'en chercher un troiſiéme entre deux, ce qu'il eſt facile de faire en ſouſdiviſant 1° les intervales de la projection D p^1, p_1 p^2, &c. par les ſouſdiviſions, deſquels on ménera des paralleles à CD. 2° on ſouſdiviſera de

même les intervales des centres des arcs de l'élevation C 1', 1' 2', & ceux des arcs depuis *b* juſqu'à H, pour tirer des arcs auſſi excentriques entre *b* D, 1 1' 1 2', &c. qui donneront des hauteurs differentes, par le moyen deſquelles on trouvera un troiſiéme point de la Courbe du profil, comme on les a repreſenté aux figures marquées †

On pourroit bien ajuſter à ces ſections de doële les profils des largeurs égales des batis, comme on voit aux mêmes figures, pour en faire une ligne de projection horiſontale courbe, comme on la voit en *y x'*, mais on retomberoit dans l'erreur que j'ai trouvé aux Traits du ſieur Blanchard, parce que quoique les baſes des profils ſoient perpendiculaires à la projection de l'arc de naiſſance ſur les piedroits D 1' *g*, elles ne ſont pas perpendiculaires à cet arc, c'eſt pourquoi pour trouver la vraye largeur de cette projection, il faudroit connoître de combien l'obliquité de la ſection augmente le profil de largeur du batis, ce qui démanderoit une nouvelle opération qu'on peut s'épargner par la pratique ſuivante.

Application du Trait ſur le Bois.

On commencera premierement par examiner à vûë d'œil ſur l'élevation, la courbure qu'il faudra donner à la piéce de batis qu'on ſe propoſe de faire, pour choiſir une piéce de bois de largeur convenable pour y tracer l'arc le plus concave, & pour s'en aſſurer on tirera une corde, par exemple *b* D, s'il s'agit du batis du côté de la feuillure *b* QD, ſur le milieu de laquelle on élevera une perpendiculaire, qui marquera la fléche qui eſt le creux de cet arc, & de plus celui de la courbe au-deſſus 1 Z X, qui eſt le bord ſuperieur de ce batis, à quoi il faut ajoûter l'épaiſſeur qu'on veut lui donner.

On en uſera de même pour la traverſe d'impoſte, en tirant une corde D*g* pour avoir ſa plus grande profondeur qui eſt vers le point 1', à laquelle profondeur on ajoûteroit la diſtance de ce point à la ligne X*y*, ſi elle étoit exactement tracée; mais comme on peut s'en paſſer, il n'y a qu'à y ajoûter environ la largeur du batis; nous allons ſuivre la conſtruction de cette piéce, après quoi nous reviendrons à celle de feuillure.

On commencera par dreſſer le côté de la piéce de bois qui doit être appliquée ſur le piedroit, puis on y apliquera le panneau de la courbe D 1' *g*, ſuivant laquelle on creuſera le bois dans ſon épaiſſeur à l'équerre, comme ſi l'on vouloit faire une portion de berceau, puis on portera ſur l'aréte courbe du même côté, les diſtances D 1' D 2' D 3'

D *g*

D*g* pour avoir des points de repaire, par leſquels on tracera à l'équerre ſur la face dreſſée, & dans la ſurface concave des lignes égales à celles du plan horiſontal D1ᵉ *p*¹ 22ᵉ, *p*² *n*, *p*³ *n*, ou ſeulement à leurs moitiez, ſi le bois *n* eſt pas aſſez épais.

On prendra enſuite avec la ſauterelle l'angle obtus DeG, & apliquant une régle ſur les extrémitez du bois en D & *g*, on fera couler une des branches de la ſauterelle le long de cette régle, & l'autre ſucceſſivement ſur l'extrémité de chacune des lignes tirées dans le creux au travers de l'épaiſſeur du bois; on tracera le long de cette ſeconde branche, des lignes droites qui ſeront en œuvre des verticales, ſur leſquelles on portera les hauteurs correſpondantes de chacun des profils marquez ✝ pour avoir des points, ſuivant leſquels on tracera avec la régle pliante une courbe, qui ſera une ſection de la doële; ainſi depuis cette courbe on débillardera le bois comme en chanfrin, juſqu'à celle qui a été tracée au côté opoſé ſuivant le panneau ou la cerche D1ᵉ *g*, & le parement de doële ſera fait; mais parce qu'il ne ſera pas de largeur égale comme il convient au batis, on en retranchera l'excédent qu'on marquera avec le Truſquin trainé ſur l'arc D1ᵉ *g*, ce qui fait voir qu'on peut ſe paſſer de la projection du plan horiſontal *y*ᵉ *x*ᵉ.

Venons préſentement à la conſtruction d'une piéce de batis des traverſes de face ou de feuillure, qui ſervira d'explication à la précedente, que nous n'avons pû accompagner d'une figure pour ſoulager l'imagination du Lecteur.

Soit une piéce de bois *b m* 1ᵢ Q (fig. 153.) deſtinée à former la moitié ſeulement d'une traverſe du batis de feuillure, qu'on ne peut faire d'une ſeule piéce, faute de bois aſſez large. Ayant dreſſé un parement pour le côté de la feuillure, on y tirera une ligne *b* D égale à la corde *b* D de la fig. 151. ſur laquelle on apliquera le panneau de l'arc *b* TD, pour en tracer le contour ſur le parement dreſſé exprès. *Fig.* 153.

Puis on coupera le bois à l'équerre ſuivant cet arc, pour former une portion creuſe cylindrique, dont on réglera l'épaiſſeur ſur les largeurs inégales de la projection horiſontale du batis CD *x*ᵉ 10 *z*ₘ, comme il ſuit.

On prendra autant de points que l'on voudra ſur la courbe *z*ₘ K *x*₀, par leſquels on ménera des paralleles à CH, qui rencontreront l'arc *b*TD aux points *x* 8 Q Y, puis ayant porté ſur le contour du bois creuſé en cylindre les longueurs des cordes *bx*, *b* 8, *b*Q, *b*Y, on tracera par tous les points de repaire, qu'elles donneront à l'arête du bois, autant de

lignes à l'équerre ſur le parement dreſſé, qu'on fera égales aux longueurs correſpondantes dans la projection C z=, er, 9 10, qK, D x', & l'on coupera le bois à l'équerre ſur le parement creux, ſuivant ces épaiſſeurs inégales. Enſuite par les points de repaires que ces lignes donnent ſur l'arête de la nouvelle ſurface courbe, on menera des lignes paralleles entre elles, & à la ligne de la tête *km* de la fig. 153. qui répond à la ligne H*b* de la figure 151. qui a dû être tracée avec le biveau mixte T*b*H, ou avec la ſauterelle dès le commencement, ſuivant l'angle obtus D*b*H, apliquant une de ces branches ſur la corde D*b* tracé au premier parement dreſſé comme D*bf* à la fig. 153.

Enfin ſur chacune de ces paralleles, on portera les hauteurs des profils correſpondantes, on y apliquera le panneau de la Courbe 1X, ſi elle a été tracée à l'élevation, quoique dans la rigueur cette maniere ſoit moins correcte, parce que la nouvelle ſurface étant courbe, il faudroit y employer un panneau fléxible.

Cette courbe de hauteur de l'arête ſuperieure du batis étant tracée, il ne reſte plus qu'à délarder le bois, ou comme diſent quelques-uns *débillarder*, depuis cette ligne à la premiere arête inferieure en maniere de chanfrin qui change continuellement d'inclinaiſon, comme l'on voit au profil *k*1' de la fig. 153. qui s'élargit tellement depuis le point 1" que la ſurface courbe juſqu'au point D, (qui eſt à la ſurface plane contre la feuillure,) que l'intervale du délardement eſt cinq ou ſix fois plus grand qu'il n'étoit en *k*, ce qui forme ce qu'on apelle le gauche du Batis, laquelle obliquité eſt en cet endroit plus grande qu'en aucun autre, il ne ſe preſente même preſque jamais dans la pratique de ſurface plus gauche à former; cependant ſon irrégularité qui eſt difforme dans une piéce ſeparée, diſparoit lorſqu'elle eſt en place, parce qu'elle eſt partie d'une ſurface regulierement Conique.

Nous ne parlons point ici des parties des aſſemblages qui ſont les tenons, les mortoiſes, les clefs, &c. Ni des précautions qu'on doit prendre lorſque la Coupe du bois traverſe le fil, de maniere qu'elle en ôte toute la force; c'eſt à l'Artiſan à prendre ſes précautions dans ces ſortes de choſes, qui ſont purement de ſon reſſort, nous nous en tenons à l'art de tracer l'ouvrage, laiſſant à l'ouvrier celui de l'exécution.

Si l'on vouloit faire le revêtement de bois plié, il faudroit faire le dévelopement de la doële, comme on le voit à la fig. 154. ſuivant la methode qui a été donnée au Problême VII. du 3e Livre, pour le dévelopement des Cônes ſcalenes.

On trouvera dans l'épure de la planche précedente 5. & dans celle-ci, tout ce qui eſt néceſſaire pour cette opération. Il s'agit de faire le dévelopement de la ſurface d'un cône ſcalene, repréſenté en petit à la figure 150. dont la ſection de plus grande obliquité par l'axe, eſt donnée au profil de la fig. 145. en $H^f S R$, & la moitié $H^f S M^f$ eſt à la fig. 151. de la planche 52. en $H^f S C^f$, il n'y a qu'à prolonger $H^f C^f$ d'une longueur égale, qui ſeroit hors de la planche, & tirer de ſon extrémité à ce point S une ligne qui donneroit le plus long côté du Cône, puis traçant ſur ce dévelopement celui de l'arc de feuillure BbD & de face FHG, comme il a été enſeigné au Problême cité, & les deux *Paraboles ou* hyperbolas, dont les projections verticales ſont FB, GD; il reſtera ſur le dévelopement de ce Cône, un quadriligne curviligne, tel qu'il eſt tracé à la figure 154. compris par quatre courbes $B^d D^d$, $G^d F^d$ inégales, & les égales opoſées $D^d G^d$, & $B^d F^d$.

Explication Démonſtrative.

On trouvera la *démonſtration* de cette opération au Problême cité du troiſiéme Livre.

Et celle de l'aplication du Trait ſur le bois, à la page 318. du méme Livre, dans lequel nous avons dit que pour tracer une courbe à double courbure, comme ſont celles des arêtes des Batis du côté du panneau, dans cette arriere vouſſure; il falloit pour y parvenir, ſupoſer une ſurface cylindrique, dont la baſe ſoit une des projections de la courbe à double courbure, laquelle projection donne ſouvent des courbes inconnuës, comme ici $z^m x$, qu'il importe peu de connoître dés-quelle eſt tracée, il ſuffit de porter ſur cette ſurface les diſtances de la courbe propoſée à cette projection, ſur des ligne parallele nettre elles, ce que nous avons fait en formant le cy-lindre ſur la courbe $z^m x^m$ de la fig. 151. ſuivant une cerche ralongée ſur la corde b D, & nous avons pris les diſtances de cette baſe de corps cylindrique aux points donnez ſur la courbe à double courbure.

REMARQUE.

Apres ce que nous avons dit des differentes Courbes, qui ſe forment aux joins de lit, & aux naiſſances de la plûpart des voutes Coniques; on peut juger de ce qu'avance l'Auteur du Livre de la *pratique de la Coupe des Pierres*, à la page 65. où il dit, *que la connoiſſance des ſections Coniques eſt plus propre à la [illegible]phique, à la Diophique, & à l'Aſtronomie qu'à la Coupe des Pierres*: puiſqu'on a vû;

Premierement, que l'Ellipſe qu'on y trouve preſque partout eſt

commune à toutes les voutes Coniques & Cylindriques, on verra dans la ſuite, qu'elle n'eſt pas moins frequente dans les Traits des voutes Sphériques & Sphéroides.

Secondement, qu'il n'eſt pas rare de trouver dans ces voutes Coniques, les plus ordinaires des portions de Parabole & d'hyperbole, puiſqu'elles ſont inſeparables de nos arrieres vouſſures. Ainſi l'on ne doit conſeiller à perſonne, de ceux qui veulent ſe rendre habiles dans l'Architecture, de régler leurs études ſur l'avis de cet Auteur.

Il n'eſt déja que trop rare de trouver parmi les gens qui s'en mélent, une théorie ſuffiſante pour une parfaite exécution des ouvrages qui s'y preſentent, ſans vouloir encore les détourner de celle dont ils ne peuvent ſe paſſer, qu'au riſque de faire des fautes groſſiéres, ou ſans perdre du tems & des materiaux, pour réformer ce qu'ils ont fait au hazard.

Ce ſont de pareils diſcours, qui ont ſemé chez les Artiſtes la fauſſe prévention, que la théorie étoit inutile; erreur qui à ſouvent coûté cher au Roy & aux particuliers qui font bâtir.

On ne doit pas exiger qu'un apareilleur, un Charpentier où un Menuiſier, ſoient de grands Géometres, leur éducation, & le beſoin qu'ils ont d'employer leur tems à un travail journalier pour leur ſubſiſtance, ne leur donne pas des moyens de s'inſtruire dans les ſciences; mais un Ingenieur, & même un Architecte né de parens aiſez, n'eſt pas excuſable d'ignorer les élemens des ſections Coniques, au point de n'en connoître l'utilité, & l'uſage dans les arts rélatifs à l'Architecture, & encore moins d'en vouloir établir l'inutilité.

Uſage des Voutes Coniques.

On fait rarement des voutes Coniques aſſez grandes, pour qu'on puiſſe les mettre au rang de celles qu'on apelle *Maitreſſes Voutes*, je n'en ſçai de cette eſpece, que celle du grand eſcalier du Vatican, que j'ai vû à Rome, laquelle diminuë de diametre à meſure qu'elle s'éleve par ſes impoſtes, de même que les rangs de colomnes qui la ſoûtienent, leſquels font une Architecture, en façon de perſpective; rare & ingenieuſe invention du Cavalier Bernin.

Apres cet unique exemple de grande voute Conique, on peut dire que les plus grandes qui ſe faſſent ſont les Lunettes ébraſées qu'on pratique dans les berceaux, pour tirer plus de jour des Vivaux, que par les Cylindriques, faiſant ainſi des eſpéces d'entonnoirs à la lumiere.

Les autres voutes Coniques, qui ſont les embraſures de Canonieres; les arrieres vouſſures, & les trompes ne ſont que de peu d'étenduë.

Les Trompes coniques, en bonne Architecture, ne doivent être miſes en œuvres que dans les cas de néceſſité, où l'on eſt obligé de menager la place d'un angle rentrant, & même lorſqu'on en peut occuper une partie, on doit leur préferer les trompes Spheriques, dont nous parlerons ci-après, par pluſieurs raiſons.

La premiere, eſt qu'en celles-ci on diminuë *le porte à faux.*

La ſeconde, parce que les Spheriques effacent l'angle rentrant, qui eſt moins agréable à la vûë qu'un arc de cercle.

La troiſiéme, parce qu'elles preſentent dans leur piedroit une place propre à y pratiquer une porte, s'il en eſt beſoin, comme à celle de l'Hôtel de Toulouſe, ruë des bons enfans à Paris.

On fait auſſi uſage des trompes dans les eſcaliers *Suſpendus & à Repas*, ou dans ceux dont les angles ſont arondis, comme à l'Obſervatoire de Paris; alors leurs impoſtes deviennent rampantes, & le ſommet du Cône eſt en bas. Nous parlerons de cette diſpoſition à la ſeconde partie de ce Livre.

Les Canonieres ſont moins fréquentes préſentement dans la nouvelle fortification que dans l'ancienne, parce qu'on ne fait plus gueres de ſoûterrain pour y placer du Cannon, à cauſe qu'il eſt difficile d'en faire dégorger la fumée. Cependant dans les forts Maritimes, & dans les fortifications par Amphithéatre, ſur des Rochers, l'occaſion d'en faire ſe préſente aſſez ſouvent.

Les plus uſuelles de toutes les voutes Coniques, ſont les arrieres vouſſures bombées, & celles de Marſeille; ces dernieres qui ſembloient n'être deſtinées qu'aux *portes Cocheres*, ou du moins aux *Batardes*, ſont devenuës préſentement à la mode, pour les fenêtres, depuis que les Architectes ſe ſont aviſez de ceintrer celles des maiſons, comme les vitraux des Egliſes.

Enfin la conſtruction des voutes Coniquues, eſt une bonne introduction à celles des Sphériques, dont les vouſſoirs peuvent être premierement ébauchez en portion de Cône, qui donne le contour des arêtes des doëles, & des lits dans leur place, par le moyen deſquelles il eſt facile d'achever de creuſer la portion Spherique de la doële, comme on va le voir au Chapitre ſuivant.

CHAPITRE VII.

DES VOUTES SPHERIQUES,

En termes de l'Art.

Des Voutes en Cu-de-Four.

LEs voutes Sphériques ſont ſi communes, & ſi ſouvent exécutées dans l'Architecture Civile, qu'il ſemble inutile de remanier cette matiére, pour en donner les *Traits* qu'on trouve dans tous les livres de la Coupe des Pierres. Cependant l'orſqu'on ſçaura leur imperfection, & les fautes groſſiéres qui s'y trouvent mélées, j'eſpere qu'on ne trouvera pas à redire que je la traite de nouveau.

On ſçait qu'il n'y a aucun corps plus ſimple, ni plus uniforme que la Sphère; que toutes les ſections qu'on en peut faire par des plans ne varient jamais dans la figure, mais ſeulement dans l'étenduë de cette figure; ce ſont toujours des cercles, les uns plus grands à meſure qu'ils aprochent de ſon centre, les autres plus petits, à meſure qu'ils s'en éloignent; cependant l'exécution des voutes Sphériques, n'eſt pas celle qui a le moins de difficulté lorſqu'on veut menager la pierre, & ne pas la prodiguer comme font la plûpart des Apareilleurs, qui en conſomment beaucoup en pure perte, en ſe ſervant d'une methode plûtôt que d'une autre, ſoit en les taillant par équarriſſement ou par les *Ecuelles*, de Mr. DE LA RUE.

La premiere raiſon de la difficulté des voutes Sphériques, vient de ce qu'elles ont une double courbure à l'égard de leur ſituation, ſçavoir, une horiſontale, & une verticale, c'eſt-à-dire, qu'elles ſont courbes en tout ſens. De ſorte qu'on ne peut faire le dévelopement de leur ſurface pour en former des panneaux, à quoi il faut ſupléer par des ſupoſitions de Cônes tronquez, ou de Polyédres inſcrits dans leur ſurface concave, ou circonſcrits à la convexe, afin de venir par gradation à la formation de leur double courbure horiſontale & verticale; d'où il ſuit qu'on ne peut facilement les tracer & tailler du premier coup.

La ſeconde, c'eſt que dans la conſtruction de ces voutes, il ne s'agit pas ſeulement de la formation d'une ſurface Sphérique, compoſée de pluſieurs parties raſſemblées; mais quelquefois de deux ſurfaces inégales, l'une concave, l'autre convexe, lorſque la voute eſt extradoſſée, & de plus de pluſieurs portions de Cônes tronquez inégaux, les uns con-

UNIV OF MICH

caves, les autres convexes, les unes plus grandes, les autres plus petites. PLAN. 53.

Pour expliquer cette remarque, ſoient fig. 155. deux quarts de cercles Concentriques AGP, LFH, dont le centre commun eſt en C, leſquels ſont diviſez par les rayons CG, CK, dont les parties CF & CI, ſont communes; ſi l'on fait mouvoir cette figure au tour du rayon CP, le mouvement des deux quarts de cercles produira les ſurfaces de deux Hemiſphères APB, LHM, & celui des deux rayons inclinez CG & CK, produira deux Cônes G C*g*, K C*k*, qui ont leur axe dans le rayon CP; & ſi l'on conſidére la Couronne du cercle APB MHL, comme l'épaiſſeur de la voute, on reconnoîtra que ces Cônes n'y ſont compris que dans leur partie GF, IK, *gf ik*. Donc ils ſont tronquez de toute la partie produite par la révolution des lignes CF, CI, & parce que ces Cônes tronquez doivent s'apuyer les uns ſur les autres; il ſuit que leur ſurface ſuperieure doit être concave pour recevoir l'inferieure du vouſſoir, c'eſt-à-dire ſon lit de deſſous, qui eſt convexe; tels ſont des Cornets emboitez les uns dans les autres, leſquels diminuent toujours de grandeur de baſe, à meſure que la ligne du joint de tête FG ou IK aproche du point P, qui eſt le pole de la Sphère. *Fig.* 155.

D'ou il ſuit que chaque vouſſoir eſt compoſé de ſix ſurfaces, dont il n'y a d'égales que les deux qui ſont planes, toutes les autres étant courbes & inégales.

Ces ſurfaces ſont 1°. Ces deux planes qui ſont les têtes des joins, montan comme GFIK, & des portions de Couronne de cercles égales.

2°. Deux portions ſphériques, l'une concave qui eſt la doële, l'autre Convexe, l'extrados, qui apartiennent à des Sphères d'inégale grandeur.

3o. Deux portions coniques, l'une Concave, l'autre Convexe, qui apartiennent à des Cônes inégaux, pour les deux lits de deſſus & de deſſous.

La troiſiéme raiſon de difficulté dans la conſtruction des voutes Sphériques, vient des differentes diſpoſitions des joins des vouſſoirs, auſquels on donne certains arrangemens par aſſiſes reglées. 1o. Tantôt verticales, 2o. tantôt horiſontales. 3o. Quelquesfois inclinées à l'horiſon ou tournées vers pluſieurs poles. 4o. Enfin quelques fois dans un tel ordre que la projection de leurs joins de lit, trace un Poligone regulier ou irregulier, ou d'autres figures rectilignes.

Cette complication de differentes figures dans une même Pierre a

donné lieu à pluſieurs eſpeces d'épures, & de manieres de tracer, & tailler les vouſſoirs des voutes Sphériques. On en trouve trois dans les Livres, auſquelles j'en ajoûterai une quatriéme après que je les aurai expliqué, & fait mes remarques ſur leurs avantages & deſavantages.

PROBLEME XVI.

Faire une Voute Sphérique de rangs de vouſſoirs horiſontaux ou verticaux.

Premiere diſpoſition, en termes de l'Art.

Faire une Voute en Cu-de-Four, par aſſiſes de niveau.

On peut réſoudre ce Problême de quatre manieres.

1°. En commençant par former un ſegment de Sphère, dans lequel on inſcrit les arcs des joins de lit & de doële, qui terminent chaque vouſſoir.

2°. En réduiſant la Sphère en Cylindres inſcrits.

3°. En réduiſant la Sphère en Cônes tronquez, inſcripts ou circonſcrits à ſes ſurfaces.

4°. En réduiſant la Sphère en Polyëdres inſcrits, dans la ſurface concave, ou circonſcrits à la ſurface convexe.

Premiere Methode,

Par la formation d'un ſegment de Sphère, dans lequel on inſcrit les côtez des Vouſſoirs.

Fig. 156. Soit (fig. 156.) la demie Couronne de cercle AHB, EbD, la ſection verticale d'une Sphère, par ſon axe HC, laquelle repreſente l'épaiſſeur d'une voute Sphérique, & doit ſervir de ceintre primitif. Ayant fait à l'ordinaire, la diviſion des vouſſoirs, aux points 1, 2, 3, 4, de la doële, tiré du ceintre C, les joins de tête 1·5, 2·6, 3·7, 4·8, & abaiſſé ſur le diametre AB, les aplombs de leurs extrémitez 5*p*, 1*p*' 6*p* 2*p*, on tracera du centre C par tous les points *p* des cercles qui ſeront les projections horiſontales des joins de lit à la doële, & à l'extrados. Nous n'avons beſoin pour cette premiere methode que de ceux de doële; ceux d'extrados ſerviront pour la ſuivante.

Ensuite, on fera la projection horiſontale de chaque vouſſoir que l'on veut faire, en menant du centre C à quelques points F & I, pris

à

à volonté ſur le joint du lit de deſſous, d'une aſſiſe quelconque qu'on ſe propoſe de faire ; les projections des joins de tête F*d* ; I*e*, leſquelles déterminent la longueur du vouſſoir entre ſes deux lits de deſſus & de deſſous ; ainſi la projection horiſontale de ſa doële eſt le trapeze mixte Fl*ed*, dans lequel on tirera la diagonale F*e* d'un angle à ſon opoſé, dont il faudra chercher la veritable longueur, parce qu'elle eſt racourcie par la projection. On la trouvera en portant la longueur F*e* en *p*' Z, la ligne Z 1 ſera celle que l'on cherche. Cela étant fait, & ayant coupé une cerche ſur un arc du demi cercle D*b*E, on aura tout ce qu'il faut pour tracer la pierre.

Application du Trait ſur la Pierre.

Ayant dreſſé un parement ſur une pierre (fig. 157.) on y tracera un cercle d'un rayon & d'un centre pris à volonté. Il faut ſeulement avoir atention de le faire aſſez grand, pour qu'on puiſſe y inſcrire la doële du vouſſoir. fig. 157.

On creuſera enſuite dans ce cercle un ſegment de Sphère, ſuivant les préceptes du Problême II. avec la cerche du cercle majeur D*b*E, qui eſt celui de la doële.

Ce ſegment étant formé, on y inſcrira la figure quadrilatere de la doële, en la diviſant en deux triangles, dont tous les côtez ſont donnez ſur l'épure de la fig. 156. ſçavoir, les deux joins montans des têtes ſur l'élevation par l'intervale D1, les deux joins de lit ſur la projection horiſontale, par l'intervale de la corde FI, pour celui de deſſus, & *de* pour celui de deſſous, & la diagonale de ce quadrilatere, ſur l'élevation en Z 1, qu'on peut commencer à poſer la premiere dans le ſegment de la fig. 157. en *di*, parce qu'elle eſt la ligne la plus longue ; puis de ſes deux extrémitez *d* & *i* & de l'ouverture de compas des lits, & des joins montans, on fera des interjections d'arcs, qui donneront les points *f* & *e* pour former le quadrilatere *fied*.

Les ſommets des quatre angles de la doële étant trouvez. Il eſt queſtion de tracer dans ce ſegment de Sphère, les arcs de cercles qui conviennent à la ſection que font les plans des joints de lit & de tête ; or ces arcs ne ſont pas tous de même eſpece, par conſéquent ils ne peuvent être tracez avec la même cerche ; car ceux des joins montans apartiennent à des cercles majeurs qui paſſent par l'axe de la Sphère, & ceux des lits, apartiennent à des cercles mineurs, qui coupent cet axe perpendiculairement, il en faut ſeulement excepter celui de l'impoſte AD ou EB qui paſſe par le centre C, qui eſt par conſéquent

majeur, & l'équateur de cette Sphère. De ſorte qu'excepté pour la premiere ſection, il faut toujours trois cerches pour tracer les arcs qui comprennent la doële d'un voufſoir, ſçavoir, une pour les deux joins montans, laquelle eſt une portion d'un grand cercle, & deux pour les joins de lit, qui ont des rayons inégaux, leſquelles ſont formées ſur le plan horiſontal, ſuivant le contour des arcs de projections de lit, comme FI, *de* pour la premiere aſſiſe, où *de* au lit de deſſous, eſt un arc de grand cercle, & pour la ſeconde aſſiſe p^1 1, au lit de deſſous, & p^2 *n*, à celui de deſſus, qui ſont tous deux mineurs, dont les arcs doivent être poſez dans le ſegment de Sphère, de maniere qu'étant placez dans la voute, ils ſoient dans une ſituation horiſontale.

Or comme il eſt difficile de trouver cette poſition, quoique ſuivant les avertiſſemens de Mr. DE LA RUE, il ſuffiſe *d'incliner cette cerche de maniere qu'elle touche le fond de l'écuelle de toute ſa longueur*, cette précaution ne me paroît pas ſuffiſante pour déterminer exactement le contour de l'arc de la cerche ſur le ſegment de Sphère, elle eſt trop mécbanique & trop ſujette aux erreurs que peuvent cauſer les fautes que les ouvriers ont pû faire dans l'excavation de ce ſegment. Il faut poſer la cerche ſur les deux ſommets des angles donnez comme *f* & *i* fig. 157. & avec un biveau mixte à branches mobiles, prendre l'ouverture de l'angle de l'horiſon avec la doële, comme CD1, fig. 156. pour la premiere aſſiſe, & 9.12. pour la ſeconde; & ayant poſé la branche convexe ſur le milieu de la doële, on apuyera le milieu de la cerche ſur la branche droite du biveau, & dans cette poſition du plan de la cerche, on tracera ſuivant ſon contour l'arc qui doit marquer l'arête du joint de lit.

Pour la poſition des cerches des joins montans, on en uſera à peu près de même, en ſe ſervant des biveaux mixtes *d*FI, F*de*, dont la branche courbe convexe ſera poſée ſur les arcs des lits qu'on vient de tracer, & la branche droite apuyera la cerche des joins montans, en la tenant toujours dans le plan de la cerche des joins de lit, poſée comme nous venons de le dire. Je ne crois pas qu'on puiſſe s'aſſurer de la poſition des arêtes de ces joins, ſans ces précautions.

Il eſt encore un autre moyen plus ſûr, & moins embarraſſant de poſer les cerches ſuivant l'inclinaiſon qui leur convient, c'eſt de chercher un troiſiéme point de chaque arc, qu'il faut inſcrire dans le ſegment, en prenant des diagonales ſur le milieu des projections des joins de lit & de tête, comme K*e*, dont on cherchera la veritable longueur, de la même maniere qu'on a trouvé celle de F*e*, on diviſera l'arc D1 au point *g* en deux également, on abaiſſera ſon aplomb, $g\frac{1}{2}$, par lequel

on menera l'arc horiſontal $\frac{1}{2}$K, juſqu'à l'interſection de la projection du joint *d* F au point K. On prendra l'intervale K*e* que l'on portera ſur le diametre BA, prolongé de $\frac{1}{2}$ en W, par où on tirera la ligne W*g* 4 qui ſera la diagonale, qu'on cherche pour avoir le milieu de l'arc *df*, ou *ei* de la fig. 157. qui doit être inſcrit dans le ſegment de Sphère; car ſi des points *e* & *d* pour centres, & de l'intervale *g w* pour rayon, on fait des arcs de cercles 9 10, *g* 11, & que des mêmes points pour centres, & de l'intervale D*g* (de la fig. 156.) pour rayons, on faſſe des arcs 9 12, *g* 13, qui couperont les précedens aux points 9 & 9, ces points ſeront les milieux des arcs dont on cherche la poſition dans le ſegment de Sphère, par le moyen deſquels on tracera les arcs propoſez, en apuyant le contour de la cerche ſur les trois points donnez *d*, 9, *f*; *i*, *g*, *e*; de ſorte qu'en paſſant par ces points, on ne pourra donner une fauſſe inclinaiſon à la cerche; & par conſéquent tracer un faux arc, ce qui arrivera dans toute autre poſition, quoiqu'on ſuive exactement le contour de la cerche.

Ce que nous avons dit des joins montans, peut s'apliquer avec la même facilité aux joins de lit, en tirant des diagonales à leur milieu, comme de F à *m* & de *d* à *n*, dont on cherchera les veritables longueurs, comme on a fait aux précedentes, & en formant des triangles dans le ſegment, avec les trois côtez donnez.

Comme nous avons pris notre exemple, pour un vouſſoir de la premiere aſſiſe, nous avons porté les longueurs des cotez, & des diagonales racourcies par la projection ſur le diametre AB, qui paſſe par les impoſtes de la premiere aſſiſe; mais s'il s'agiſſoit de la ſeconde, les projections horiſontales du vouſſoir, dont on cherche les vrais côtez, & leurs diagonales, ſeroient portées ſur l'horiſontale 1, 4, depuis l'aplomb 2 2', pour profiter ſi l'on veut de l'angle droit 2 2' 4; car rien n'empêche dans l'un & l'autre cas, qu'on ne faſſe un angle droit à part où l'on voudra, pour porter ſur un de ſes côtez la hauteur 2 2', & ſur l'autre la projection du côté racourci, dont on cherche la veritable longueur, qui eſt celle de l'hypotenuſe de ce triangle rectangle, comme nous l'avons dit aux Livres précedens.

Les contours de la doële d'un vouſſoir étant exactement tracez par les arcs de cercles qui conviennent à leurs joins montans, ou à ceux de lit, il n'y aura plus qu'à abattre la pierre avec les biveaux de lit & de doële formez ſur l'angle mixte D·1·5 ou 2·1·5. (fig. 156.) leſquels ſeront toujours égaux, à cauſe de l'uniformité de la Sphère. On aura ſeulement attention que les branches droites & courbes, ſoient toujours dirigées perpendiculairement (autant qu'il eſt poſſible) à l'aréte du

joint, comme nous l'avons dit au 2e Livre, dequoi on peut s'affurer ſi l'on vouloit agir avec une ſcrupuleuſe préciſion, en prenant des parties égales ſur l'arête de chaque côté du lieu où l'on poſe le biveau, & de ces parties comme centres, & d'une ouverture de compas priſe à volonté, faire des interjections d'arcs, comme ſi l'on vouloit tirer une perpendiculaire ſur une ſurface plane, mais aux gens accoûtumez au deſſein, le coup d'œil en décide ſuffiſamment, pour ſe conduire dans la pratique.

L'Architecte de la Rotonde, qui eſt hors des murs de Ravenne en Italie, s'eſt débarraſſé du ſoin d'en former la voute de pluſieurs rangs de vouſſoirs, par une maniere inimitable, en la faiſant toute d'une ſeule pierre. Je répete ici ce fait, parce qu'à la page 30 de ce tome je l'ai revoqué en doute ſur le recit de quelques incrédules, qui pour diminuer cette merveille, la réduiſent à la formation d'une clef de dix pieds de diametre, cependant comme le témoignage de Scamozzi que j'ai raporté, ſe trouve apuyé de celui de Miſſon à la 19e Lettre de ſon voyage d'Italie, que j'ai lû depuis peu, je crois que je dois citer ici ce qu'il en dit, comme une eſpece de réparation de l'injure que j'ai pû faire à la mémoire de Scamozzi. Le lecteur ne me ſçaura pas mauvais gré de cette petite digreſſion, qui eſt aſſez intéreſſante par la rareté de l'ouvrage.

„ Hors des Murs de Ravenne (dit Miſſon) près de l'ancien port, „ il y a un Mauſoléé qu'Amalazonte avoit érigé pour ſon Pere Theo- „ doric, Roy des Oſtrogots, qui faiſoit ſon ſéjour à Ravenne. On „ a fait de ce bâtiment une petite Egliſe, à laquelle on a don- „ né le nom de Rotonde; & ce qu'il y a de plus remarquable, c'eſt „ la pierre taillée en coupe renverſée, de laquelle cette Egliſe eſt couverte. „ *J'ai meſuré* cette pierre, & j'ai trouvé qu'elle *a trente-huit pieds de* „ *diametre*, & quinze d'épaiſſeur. * Cette pierre (ajoûte-t'il en marge) „ n'eſt pas percée par le milieu, comme quelques-uns l'ont écrit; „ on dit à Ravenne qu'elle peſe plus de *deux cens mille livres*, ce que je „ crois aiſément.

* Il veut dire aparemment avant qu'elle fût creuſée.

„ Le Tombeau de Theodoric étoit ſur le haut, & au milieu de ce „ petit Dome, entre les Statuës des douze Apôtres qu'on avoit poſé „ ſur le bord tout au tour, ce qui ne ſubſiſte plus.

Si ce Tombeau a été bâti par Amalazonte, qui eſt mort en l'année 534. ce bâtiment eſt beaucoup plus ancien que ſon changement en Egliſe, que j'ai datté de l'année 757. ſur une deſcription de Ravenne. Revenons à notre ſujet.

Remarque ſur cette premiere Methode de la formation des Voutes Sphériques.

Mr. de la Rue eſt le premier qui ait donné la maniere de tracer les vouſſoirs des voutes Sphériques, par l'inſcription de leurs angles, dans les ſegmens de Sphère, à laquelle il veut donner la préference ſur toute autre méthode d'exécuter ces ſortes de voutes, blâmant beaucoup & avec quelque raiſon celle de Mathurin Jouſſe, de Philibert Delorme, & du P. Deran, qui ſe ſervent de Panneaux. Nous devons lui ſçavoir gré d'avoir ajoûté cette méthode aux anciennes, cependant il nous a laiſſé encore quelque choſe à ajoûter.

Premierement, à prendre des précautions pour en rendre l'exécution bien correcte dans la formation de ſon *Ecuelle* entiere, & encore plus dans celle qui eſt ébrechée comme on a pû le voir au commencement de ce Livre, lorſque nous avons parlé de la formation des ſegmens, & des portions de ſegmens de Sphère; je trouve même que le P. Deran page 356. conduit mieux l'ouvrier dans les portions de ſegment que lui (page 60.) mais ni l'un ni l'autre n'ont pris le moyen de le faire correctement.

Secondement, à prendre des moyens plus ſûrs que ceux qu'il donne, pour poſer les Cerches deſtinées à inſcrire dans *l'Ecuelle* les arcs de cercles qui ſont les contours des joins des vouſſoirs, parce que ce n'eſt pas aſſez de donner les deux points des extrémitez, car nous avons montré dans les Lemmes du Ch. 1. qu'on peut faire paſſer une infinité d'arcs de cercles de differens rayons, par deux points donnez dans une Sphère, & que ces arcs de cercles ſont entre eux en raiſon réciproque de leurs fléches.

Troiſiemement, je voudrois pour la poſition des angles, me ſervir d'un panneau de doële plate, parce que ſi la ſurface concave de *l'Ecuelle* n'eſt pas correctement creuſée, elle peut faire faire des ſections d'arcs, qui donneront des angles mal placez. J'y trouverois encore une ſûreté pour l'exécution, parce que le Tailleur de pierre ne pourroit pas s'y tromper.

Quant à ce qui concerne la méthode en elle même, elle a comme les autres *ſes déſavantages*.

Le premier, en ce qu'elle n'eſt propre que pour les voutes parfaitement Sphériques, car notre Auteur ne l'aplique point aux Sphéroïdes qu'il renvoye à celle de l'équarriſſement. J'ai bien fait voir qu'on

pouvoit auſſi l'étendre à la formation des vouſſoirs des Cu-de-fours, ſur un plan Ovale ; mais on a pû remarquer par la multiplicité des opérations, qu'elle ne ſeroit convenable qu'au défaut d'une plus ſimple.

Le ſecond, c'eſt qu'elle cauſe une perte de pierre conſidérable, particulierement dans les vouſſoirs qui ſe reſſerrent beaucoup, & ceux qui ſe terminent en pointe, comme les premiers des enfourchemens des Sphériques formées en Polygones, d'un petit nombre de côtez, quoiqu'on puiſſe la ménager par d'autres moyens, comme on le verra ci-après.

Au reſte, on doit fort louër Mr. de la Rue, d'avoir tâché de corriger la méthode des *Panneaux* dont on ſe ſervoit avant lui, *parce que les côtez de ces Panneaux, qui ſont les joints montans ſont droits, au lieu qu'ils doivent être courbes*, comme l'avoit déja remarqué *Déſargues*, au raport de *Boſſe*; cependant cette raiſon n'eſt pas ſuffiſante, pour qu'on doive la rejetter totalement. *Ces joints droits* des Panneaux étant dans le même plan de coupe que les courbes de ceux de la ſurface concave dont ils ſont les Cordes, ſont un moyen très commode pour parvenir à la formation de la ſurface concave de la Sphère, & de plus à celle des Sphéroïdes, avec la même facilité ; ce qui ne ſe rencontre pas dans la méthode de la formation des vouſſoirs, par l'inſcription dans les ſegmens. Nous allons tâcher de rectifier cette ancienne pratique ſi mépriſée, dont nous tirerons bon parti.

Seconde Méthode de former les Voutes Sphériques, Apellée *par Panneaux.*

En réduiſant la Sphère en Cônes tronquez, inſcrits ou circonſcrits à ſa ſurface.

Nous avons expliqué au troiſiéme Livre, comment on pouvoit développer la ſurface de la Sphère, en une infinité de portions de Couronnes de cercles, qui ſont conſiderées comme les développemens d'une infinité de ſurfaces de *Cônes tronquez* d'égales longueurs de côtez, ſi l'on veut, mais dont les angles du ſommet & les diametres des baſes ſont inégaux. Il ne s'agit ici que de faire l'aplication de ce principe, à la conſtruction de nos voutes Sphériques, qu'il ne conduit pas à leur perfection, dans les petites hémiſphères, où la largeur des vouſſoirs a un grand raport au diametre de la voute ; mais qui en aproche ſi

fort dans les grandes, que la difference devient inſenſible dans l'exécution.

Suposons pour exemple une voute Sphérique, de grandeur aſſez ordinaire comme de 30. pieds, & $\frac{1}{2}$ de diametre, & la largeur de la doële de chaque rang de vouſſoir qu'on apelle *Aſſiſe* d'un pied meſuré à la Corde, qui ſera égale à la longueur des joins montans, ces cordes des arcs d'un cercle majeur de la Sphère, formeront un Polygone de 96. côtez. Or la difference du côté d'un tel Polygone, avec l'arc de cercle dans lequel il eſt inſcrit, eſt ſi petite, qu'elle eſt abſolument imperceptible dans la pratique, puiſqu'elle l'eſt à peine aux Geometres qui ont cru pouvoir la mépriſer dans le raport qu'ils ont cherché entre le diametre & ſa circonference, ce qui eſt connu par l'hiſtoire du calcul d'Archimedes, qui a trouvé ce raport égal à celui de 7 à 22, en ſupoſant un Polygone de 96. côtez, inſcrit au Cercle.

Je ſcai bien que ce raport n'eſt pas exact, puiſque le calcul pouſſé plus loin, donne des fractions ſans fin; mais auſſi je ſçai qu'elles ſont trop petites pour tirer à conſéquence, pour l'exactitude néceſſaire en Architecture; ce qui ſuprime ou du moins, excuſe l'erreur que Mr. de la Rue reproche à l'ancienne Méthode. Le P. Deran n'y étoit pas tombé par ſurpriſe ni par ignorance, ſi l'on en juge par ce qu'il dit „ dans ſa Préface. „ On ne peut exiger (dit-il) en nos opérations une „ rigueur telle qu'on la recherche d'ordinaire, és matieres de Géometrie „ purement ſpéculative, car outre qu'enſuite de cette contrainte, nos „ pratiques ſe trouveroient ſouvent plus embarraſſées, cela d'ailleurs ſeroit „ tout à fait inutile, vû que ſans ſe rendre exact à ce point, on ne „ laiſſe de conduire heureuſement à chef les ouvrages des voutes, „ comme la Pratique journaliere le fait voir, & partant on prend „ quelquefois ce qui aproche du vrai pour le précis, comme „ *la Corde d'un arc pour l'arc même*, ou au contraire, & ce lors „ ſeulement que ni la curvité de l'arc, ni ſa quantité, ne ſont pas bien „ grandes ni conſidérables.

Je conviens que la Corde d'une voute Sphérique d'un petit diametre, comme de dix pieds, dont les aſſiſes ont un pied de largeur de doële, differe trop ſenſiblement de ſon arc, pour qu'on n'y doive faire aucune correction, parce qu'elle s'en éloigne au milieu d'une fléche d'environ trois lignes; alors il eſt à propos de faire une correction à la méthode des Cônes tronquez dont nous parlons; mais cette correction eſt facile, puiſqu'elle ne conſiſte qu'à une repriſe d'opération; ainſi que nous allons l'expliquer, en donnant les moyens de ſe ſervir

de cette méthode ſuivant les loix de la Géometrie ; même avec plus d'exactitude que celle où les ouvriers peuvent atteindre, parce que nous cherchons à contenter l'eſprit, en n'admettant rien qui ne ſoit exactement juſte dans ſon principe ; en fera uſage qui voudra.

Fig. 161. Soit fig. 161. le demi Cercle majeur APB, la ſection verticale de la Sphère, par ſon centre C, & le pole P de ſes diviſions de joins de lits horiſontaux. Ayant diviſé ce ceintre en ſes vouſſoirs, par exemple en ſept, aux points 1, 2, 3, 4, 5, 6, & abaiſſé de ces points des perpendiculaires ſur ſon diametre AB, qui le couperont aux points p^1 p^2 p^3, &c. On décrira par ces points autant de cercles concentriques $p^1 E\, p^6$, $p^2 F p^5$, qui ſeront les projections des joins de lit.

On tirera enſuite les cordes des diviſions de la doële, qu'on prolongera juſqu'à ce qu'elles rencontrent l'axe CD prolongé. Ainſi A1 rencontrera l'axe au point S^1, duquel pour centre & pour rayon S^1 A, on décrira un arc AE terminé en Æ à volonté, d'où on tirera au centre S^1 une ligne Æ $1d$, du même centre S^1, & pour rayon S^1 1 on fera un arc parallele au précedent, qui coupera la droite Æ 1^d au point 1^d, la portion de couronne de cercle A Æ 1^d 1 ſera le Panneau de dévelopement de la ſurface conique de la premiere aſſiſe, inſcrite dans la Sphérique.

On fera de même le dévelopement de la ſeconde aſſiſe, en prolongeant la Corde du ſecond vouſſoir 1, 2 juſqu'à ce qu'elle rencontre l'axe prolongé au point S^2, duquel comme centre, & pour rayon les longueurs S^2 1, S^2 2, on décrira les arcs paralleles 1 1^1, 2 2^d, qu'on terminera à volonté par une ligne 1^1 2^d, tirée du centre S^2, ainſi des autres parties de la doële juſqu'à la clef, dont la doële n'eſt plus une portion de ſurface de Cône tronqué, mais celle d'un cône entier, qui a pour baſe le cercle dont le diametre eſt la corde 3, 4, pour côté la corde de l'arc 3P, & pour hauteur d'axe, la fléche n P, mais cette obſervation n'eſt d'aucun uſage, la clef ſe fait ſans Panneau comme nous le dirons ci-après.

Si par un cas extraordinaire, on faiſoit une voute extradoſſée, après avoir tiré la corde A 1, il faudroit lui mener une parallele par le milieu m de l'extrados, laquelle ſeroit une tangeante T t, qu'il faudroit prolonger de même que la Corde A1, juſqu'à ce qu'elle rencontrât l'axe prolongé en un point, d'où comme centre, on décriroit les arcs te, T 1e, qu'on termineroit par une ligne $t1^e$ tirée au même centre ; cette portion de Couronne de cercle ſeroit le dévelopement du Cône tronqué, circonſcrit à la Sphère ; mais ce Panneau eſt inutile, à moins qu'il ne s'agit uniquement que d'une ſurface Sphérique convexe, parce-

que

que lorſqu'on fait une doële, on s'épargne le panneau de l'extrados, en faiſant des arcs ſur les lits & joins montans, parallelement à ceux des arêtes de la doële.

Nous ne propoſerons point de panneaux pour les lits parce qu'ils ſont inutiles, en ce qu'on les forme très-bien par le moyen des biveaux, & que d'ailleurs étant des dévelopemens d'autres ſurfaces coniques tronquées, on ne pourroit en faire uſage qu'après que le lit ſeroit formé; & alors ils ne ſerviroient tout au plus que pour verification. Au reſte, il eſt viſible par la figure 155. que le centre C eſt le ſommet commun de tous les Cônes des lits GF, *gfj*, IK, *ik*; & leurs côtés CG, CF, CK, CI, tous égaux aux rayons extérieurs & intérieurs de la Sphère, & par conſéquent que tous les panneaux de lit dévelopez ſont des portions de couronnes de cercles égales en largeur, qui eſt la différence des rayons de doële & d'extrados DHEI, APB*g*, mais inégales en longueur de contour, qui diminuë à meſure que les lits approchent de leur pôle P, où eſt la clef, dans le raport des contours des cercles de la projection horiſontale des rayons inclinez Cp^1, Cp^2, Cp^3, c'eſt-à-dire dans le raport des lignes CA, W1, G2, *n*3.

On remarquera que nous avons tracé les panneaux de doële hors de la Voute, pour ne pas embrouiller le Trait; ils pouvoient être tracez en dedans ſans aucun inconvénient, comme en A*a d* 1; car leur poſition ne décide de rien dans l'épure.

Les panneaux étant tracez; nous ne prétendons pas nous en ſervir comme d'un modéle immédiat pour former la doële de la Sphère, nous retomberions dans la faute qu'on reproche à cette méthode que Mathurin Jouſſe, les P. Deran & Dechalles ont tirée de Philibert Delorme; mais ſeulement nous en ſervir pour former une des concavitez de cette doële ſuivant la direction horiſontale, dans laquelle nous trouverons plus facilement le moyen de la creuſer une ſeconde fois ſuivant ſa direction verticale; c'eſt-à-dire que nous ferons premiérement une ſurface Conique, dans laquelle nous apliquerons ces panneaux tracez ſur une matiere fléxible, pour avoir dans cette ſurface par le moyen de leur contour, celui des arrêtes des joins de lit de deſſus & de deſſous, & les cordes des arcs des joins montans de la doële.

Pour parvenir à la formation de la premiere ſurface conique de la doële, on commencera par déterminer dans le Plan la longueur du Vouſſoir qu'on ſe propoſe de faire, dont on fera le Plan horiſontal comme dans la méthode précédente, par exemple le trapeze mixte *noqs*, on diviſera la corde *qs* en deux également en M par où on tirera du centre C la ligne du milieu *m*R, qui donnera les fléches *mr* & MR, qu'on portera au profil ſur les horiſontales 61, 52; ſçavoir MR de 6 en *u* & *mr* de 5 en V, & l'on tirera la ligne *u*V;

enfin du centre C on menera par le point V la ligne V*z* qui coupera 6 5 prolongée au point *z*, & l'épure ſera faite; il ne reſte plus qu'à en faire l'application pour tracer la pierre & la tailler.

Application du Trait ſur la Pierre.

Fig. 162. Soit, fig. 162. un quartier de pierre *a b c d g* deſtiné (par exemple) pour un Vouſſoir du deuxiéme rang, on commencera par lui faire un parement *b c d e*, au milieu duquel, ou à peu près, on tirera une ligne droite M*m*, ſur lequel par un point pris à volonté comme *u*, à peu près éloigné de *b c* de la longueur M N du Plan horiſontal, on tirera une perpendiculaire *q s*; puis prenant le biveau de l'angle V *u* 6 du profil, on abattra la pierre ſuivant cette ligne, tenant ſes branches toujours d'équerre ſur *q s* pour former la ſurface plane *b i s q*, ſur laquelle on apliquera le panneau du ſegment de cercle *q* R *s* du Plan horiſontal en Q*u*S; enſuite ayant pris au profil la longueur *u* V, on la portera ſur la ligne du milieu de la pierre, & l'on tirera par le point V une parallele à *q s*, ſur laquelle on portera de part & d'autre du milieu *m* les moitiés de la corde *no* & *nn* du Plan horiſontal en VK & VL, où faiſant une cizelure creuſe ou plumée, on apliquera la cerche du ſegment *n r o* inclinée en angle aigu, ſuivant la branche TV du biveau obtus TV*u*, que l'on poſera d'équerre ſur la ligne du milieu M*m*, en ſorte que l'inclinaiſon de cette cerche ſoit le ſuplément du biveau obtus dont on ſe ſert, & l'on tracera l'arc de cercle de la cerche dans le creux de la cizelure, ſuivant lequel & l'opoſé QS on abattra la pierre à la régle pour former une ſurface conique entre ces deux arcs de cercles, ſur leſquels on la fera couler comme nous avons dit au Chap. I. Ou bien à cauſe que l'obliquité de la cerche peut devenir incommode aux vouſſoirs qui aprochent de la clef, on pourra en faire une qu'on poſera perpendiculairement ſur la ſurface *b d*, comme il ſuit.

Fig. 163. On portera à part, fig. 163. la corde *n o* du *Plan* 161, ſur le milieu de laquelle ayant fait une perpendiculaire, on y portera pour fléche la longueur V*z*, au lieu de la fléche du cercle *m r*; & par ces trois points on tracera à la main une courbe qui ſera un arc elliptique dans les premieres aſſiſes, un arc parabolique plus haut, & un hyperbolique vers la clef; ces trois points ſuffiſent pour la pratique. Mais ſi l'on vouloit opérer plus juſte, il faudroit tranſporter le Triangle V Z 5 à part, mener à l'arc *n o* du Plan horiſontal pluſieurs perpendiculaires, & les porter ſur V 5, puis par ces points mener des paralleles à *z* 5 en des points *x*, ſur leſquels élevant des perpendiculaires, on porteroit les ordonnées à la fléche *m r*; mais cette préciſion eſt inutile, parce que les vouſſoirs comprennent une trop petite partie de la Sphère, pour qu'on ait beſoin de cette exactitude.

Apres avoir creuſé la ſurface conique entre les arcs donnez, on y apliquera le Panneau de doële 1 Q 2 O pris dans une partie des arcs de 1, 11, & 2, 2', qu'on ſupoſe être coupé ſur une ſurface fléxible comme du carton, pour être apliqué dans le creux de la doële conique, dans laquelle on tracera le contour de ce Panneau.

On remarquera qu'un ſeul Panneau peut ſuffire à tracer tous les vouſſoirs du même rang, quoiqu'on les faſſe de longueurs inégales, parce qu'on peut prendre la moitié de chaque vouſſoir, & la porter ſur ce Panneau où l'on tracera une ligne par le milieu, ſi le Panneau n'étoit pas aſſez long pour le vouſſoir entier; & ſi le vouſſoir eſt plus court que le Panneau, on fera des repaires de la longueur des arcs du lit de deſſus & de deſſous, qui ſerviront à terminer la doële, ou en retournant le Panneau bout pour bout, à commencer de la diviſion où ces longueurs ſe prendront par petites parties au Plan horiſontal ſur la projection des joins de lit, & ſe porteront en même grandeur & nombre ſur le contour du Panneau.

Le contour du Panneau étant tracé dans la ſurface conique, on formera les lits avec les biveaux 658 & 569, qui ſeront égaux, ſi la voute eſt exactement Sphérique, & inégaux, ſi elle eſt ſurhauſſée ou ſurbaiſſée; car cette méthode convient aux unes & aux autres, en tenant ces biveaux d'équerre ſur les arêtes des lits, & à diſtance proportionelle. Par ce moyen on formera ſans Panneau les ſurfaces coniques, concaves & convéxes, qui ſont les lits des vouſſoirs.

Ensuite on formera les têtes ou joins montans avec le biveau 658 ou 1AD, poſant la branche courbe ſur l'arête du lit, & la droite ſuivant le biveau de doële conique, & par les trois points 5, 6, 9, on fera paſſer une ſurface plane, ſur laquelle on apliquera le Panneau de tête 9658 pour avoir les arcs des joins montans, ſuivant leſquels on doit creuſer la ſurface Sphérique qui eſt la véritable doële demandée.

Pour mieux ſe conduire dans cette excavation, on ſe ſervira d'une cerche d'un arc du cercle majeur APB, de telle grandeur qu'on jugera à propos, ayant ſoin de la poſer toujours perpendiculairement aux arêtes des lits de deſſus & de deſſous, & à une diſtance proportionelle de leurs angles; par exemple, ſi on la met au milieu, au tiers, ou au quart du lit de deſſous, elle doit être auſſi au milieu, au tiers, ou au quart du lit de deſſus, & le vouſſoir ſera achevé.

DEMONSTRATION.

SI l'on ſupoſe que le quart de cercle APC ſe meut autour de ſon axe CP, il eſt clair que les cordes A1, 1·2, 2·3, 3P décriront par ce mouvement des portions des Cônes Droits, que décriroient les lignes inclinées à l'axe AS, 1S, 2S, 3P, puiſque chacune des cordes eſt partie d'une de ces lignes.

Nous avons auſſi démontré que le dévelopement d'un Cône Droit eſt un ſecteur de cercle, duquel retranchant le dévelopement d'une de ſes parties parallelement à ſa baſe, il reſte pour dévelopement du Cône tronqué une portion de couronne de cercle, telle qu'on voit à la fig. 161, A1 1d Æ, & les autres au deſſus; de ſorte que ſi le contour des arcs de cette couronne eſt égal à celui de la projection, cette couronne envelopera toute la Sphère d'une Zone conique. Or puiſque les cordes qui forment les côtés des Cônes tronqués ſont inſcrites dans les arcs de cercles des diviſions du quart AP, il eſt clair que l'une & l'autre Zone conique & ſphérique ſeront terminées par des cercles communs & paralleles à l'équateur AB (par le Théor. XII. du premier Livre.

QUE ces cercles ſoient communs, on peut le démontrer de deux manieres: Premiérement, parce qu'ils ſont formez par la révolution d'un même rayon AÇ ou 1W, 2G & 3n.

SECONDEMENT, ſi l'on conſidére les arêtes des lits à la doële comme les ſections de la Sphère coupée par les ſurfaces coniques des lits, il eſt démontré que cette ſection eſt un *cercle* (par le Th. XII. du premier Liv.) puiſque l'axe du Cône Droit paſſe par le centre de la Sphère (par la conſtruction.)

ON peut auſſi démontrer que celles des Cônes tronquez de la doële, pénétrez par les Cônes tronquez des lits, ſont encore des cercles, par le Théor. XXVIII. du premier Livre, puiſque ces Cônes ont leurs axes dans une même ligne CP, quoique tournez en ſens contraire, en ce que le ſommet commun des Cônes des lits eſt en C vers le bas, & leur baſe du côté de P. Ceux des doëles au contraire ont leur ſommet vers P & au deſſus, & leur baſe en bas du côté de C; donc les lignes des arêtes des lits de la doële conique ſont les mêmes que celles de la ſphérique. Ainſi on peut former en même tems leur contour commun, mais non pas les angles rectilignes & mixtes des ſurfaces qui ſont inégaux, celui de la doële ſphérique avec le lit étant plus aigu que celui de la conique avec le même lit.

CELA ſupoſé, il eſt clair que notre aplication du Trait ſur la pierre eſt un moyen ſûr pour la bien tailler; car nous la ſupoſons coupée hori-

ſontalement par une ſurface plane *biſq* qui repréſente celle du profil *tu 6 o*, dans laquelle nous avons tracé le ſegment de cerche horiſontal *qRs*, qui eſt la projection de l'arête du joint de lit de deſſous, dont la fléche RM donne la diſtance horiſontale de cet arc à une ſurface plane qui paſſe par ſa corde *qs*, & qui eſt repréſenté au profil par le point *u*; & le milieu *m*M du Plan horiſontal par la ligne V*u* du même profil. Fig. 161. & 162.

Il eſt encore viſible que ſi l'on poſe le ſegment *nro* du Plan horiſontal, ſuivant l'angle obtus *u*VT à l'égard de V*u*, il ſera poſé parallelement au ſegment *qrs*, par conſéquent il ſera à la baſe du Cône retranché dont il ſera une ſection circulaire; donc il ſera la baſe ſupérieure de la partie de ce Cône reſtant tronqué.

Ou bien ſi l'on coupe le Cône par un Plan perpendiculaire à *u*V en prolongeant 6 5 juſqu'à la ligne V*z*, il eſt viſible que l'une & l'autre ſection auront pour corde commune la perpendiculaire ſur le Plan *u*V5 dont la projection verticale eſt le point V; donc ces ſections qui ont une ordonnée commune ſeront entre elles comme leurs abſciſes V5 & V*z*; ainſi en diviſant ces abſciſes proportionellement comme on a fait, & élevant ſur ces diviſions des paralleles à l'ordonnée commune, on aura la courbe de la ſection paſſant par V*z* qui ſera à la ſurface du même Cône, ſoit qu'elle ſoit elliptique, parabolique, ou hyperbolique; car elle peut être de ces trois courbes différentes. Aux premieres aſſiſes, V*z* donnera une Ellipſe, aux autres au deſſus elle peut donner une Parabole, & vers la clef une Hyperbole; mais on la trouvera par la méthode que nous avons donnée, ſans avoir beſoin de la connoître.

Le reſte du Trait concernant la maniere de faire les lits & les têtes, eſt commun avec les autres méthodes, & n'a pas beſoin de démonſtration.

Troiſiéme Méthode de former les Voutes Sphériques ou Sphéroïdes,

En réduiſant la Sphère en Polyédre.

Ayant tracé l'épure comme à la ſeconde méthode des Cônes tronquez pour la Sphère (fig. 161.) ou pour un Sphéroïde aplati, alongé, ou ſurhauſſé, & ayant fait la projection horiſontale *noqs* d'un vouſſoir du ſecond rang donné pour exemple, lequel eſt marqué au profil en 5, 8, 9, 6, on portera, comme à la méthode citée, les fléches MR Fig. 161.

& *mr* du Plan horiſontal en 5V & 6*u* du profil, & l'on tirera la ligne V*u* qui ſervira à tracer le Panneau de doële plate, laquelle eſt une des ſurfaces du Polyédre qu'on va décrire à la fig. ✠ à côté de 159. On tirera ſur une ligne droite *m*M, qu'on fera égale à V*u* de la fig. 156. deux perpendiculaires indéfinies *no sq*, ſur leſquelles on portera de part & d'autre des points *m* & M les grandeurs *mo* & M*q* du Plan horiſontal de la fig. 156. en *mn* & *mo* & *ms* & MQ, & l'on tirera les lignes *ns* & *o*Q, le trapeze *no*Q*s* ſera le Panneau de la doële du vouſſoir repréſentée en racourci dans le Plan horiſontal *noqs* de la fig. 156.

Aplication du Trait ſur la Pierre.

Fig. 159. On commencera, à l'ordinaire, par dreſſer un parement, comme à le fig. 159. *bcde*, capable de contenir le Panneau de doële & l'engraiſſement du lit; enſuite ayant tracé le contour du Panneau de la figure ✠ ſur le parement qui lui eſt deſtiné, on prendra le biveau de l'angle de *Fig.* 156. la doële plate V*u* avec l'horiſon *u*O, & avec cet angle V*u*O on abattra le Priſme triangulaire *babcfg*.

On tracera enſuite ſur le nouveau parement *abcf* l'arc *qr*S par le moyen de la cerche SR*q* de la fig. 156. ou plûtôt par le moyen d'un Panneau de lit horiſontal ſupoſé K*s*R*q*L, qu'on apliquera ſur ce parement en *k*SRQ*l*, & par les trois points donnez *l*Q*o* & *k*S*n*, on fera paſſer (par le Probl. I.) une ſurface plane qui ſera celle de chaque tête, ſur laquelle on tracera l'arc 3·4 & les joins de lit 37, 48 par le moyen d'un Panneau 7·3·4·8 de la fig. 156. en poſant le point 4 ſur le point Q, & le point 3 ſur le point *o*, pour avoir les joins de tête & de lit.

On creuſera la doële avec le biveau mixte de doële creuſe & de l'horiſon 3×4O (de la fig. 156. ou de la fig. 161. s'il s'agit d'une voute parfaitement ſphérique) en tenant toujours ſa branche droite perpendiculaire à la courbe S*r*Q; enſuite ayant porté la corde Q*o* en *ry* ſur le milieu de la doële, on poſera la cerche *nro* de la fig. 156. ſur les trois points *oyn* de la fig. 159. & l'on tracera l'arc de cercle qui forme l'arête du lit ſupérieur. Enfin avec les biveaux mixtes de lit & de doële courbe 84×3 & 73×4 on abattra la pierre excédante ſur les arêtes des lits marquées à la doële, auſquelles on tiendra la branche droite toujours perpendiculaire. Ainſi on formera deux ſurfaces coniques, une convexe au lit inférieur, & une concave au lit ſupérieur, & l'on aura un vouſſoir exactement formé.

Explication Démonſtrative.

Puisque les quatre angles du Sphéroïde ou de la Sphère ſont dans un même Plan, comme nous l'avons prouvé à la page 5. le trapéze *snoQ* de la fig. ✣ peut & doit les toucher tous, puiſque les côtez *no*, *sQ* ſont les cordes des arcs de cercles horiſontaux des lits, & les côtez *m*, *oQ*, celles des arcs verticaux qui paſſent par les joins montans de la doële.

Il eſt auſſi clair par la conſtruction, qu'ayant fait l'angle RM*m* égal à l'angle O*n*V, le trapéze du panneau de la fig. ✣ qu'on a tracé ſur la pierre à la fig. 159. eſt incliné à la ſurface *lqsk* du vouſſoir, comme le même trapéze conſidéré dans la voute, l'eſt au Plan horiſontal; donc la projection horiſontale *ornSRq* de la fig. 156. ou 161. convient à cette ſurface.

Troisiemement, puiſque les Plans des joins montans ſont perpendiculaires au Plan horiſontal, & qu'ils ont une direction tendant au centre C, les lignes S*k* & *ql* de la fig. 159. & 161. ſont dans ces Plans de même que les points *o* & *n*, par conſéquent en faiſant paſſer des Plans par les points donnez *k*S*n* & *l*Q*o* de la fig. 159. on aura les ſurfaces des joins de tête.

Enfin puiſque les arêtes des lits ſupérieurs & inférieurs ſont dans des Plans horiſontaux paralleles entre eux, il eſt clair que les intervales de leurs parties aliquotes, compriſes entre des Plans verticaux, ſeront égaux entre eux; donc le point *y* du milieu de l'arc *on* doit être à même diſtance du point *r* du milieu de l'arc Q*r*S, que les cordes Q*o* & S*n*; or puiſqu'on a trois points donnez dans le cercle horiſontal du joint ſupérieur *oyn*, on aura la poſition de l'arc *nro* de la fig. 156. Donc l'arête du lit ſupérieur ſera bien tracée, & par conſéquent auſſi les lits qui ſont formez ſur cette arête par le moyen du biveau de lit & de doële, *ce qu'il falloit faire.*

Quatriéme Méthode de former les Voutes Sphériques par l'inſcription des Cylindres.

En Termes de l'Art, quoiqu'impropres.

Par Equarriſſement.

La premiere Méthode que nous avons donnée pour former les voutes ſphériques, n'eſt guères propre qu'aux voutes exactement ſphériques; la ſeconde & la troiſiéme s'étendent aux Sphéroïdes, dont les baſes ſont circulaires.

Cette quatriéme eſt générale pour toutes ſortes de Sphères, de Sphéroïdes & de Conoïdes, comme nous le ferons voir en ſon lieu. Il ſuffit préſentement d'en faire l'aplication à la Sphère. *Fig.* 161.

Soit, fig. 161. le cercle APB*g* le Plan horiſontal de la voute, dont nous conſidérons la moitié APB comme ſon profil, & l'autre moitié A*g*B comme ſon plan horiſontal.

Ayant diviſé le ceintre APB en ſes vouſſoirs, par exemple en ſept aux points 1, 2, 3, 4, 5, 6, on abaiſſera de chacun de ces points des perpendiculaires qui couperont le diametre AB aux points p^1, p^2, p^3, &c. par leſquels du centre C, on fera paſſer des cercles concentriques à AgB, $p^1 E p^6$, $p^2 F p^5$, $p^3 G p^4$, qui ſeront conſidérez comme les baſes d'autant de Cylindres Droits, & qui ſont les projections des joins de lit, inſcrits dans la Sphère par les aplombs $1p^1$, $2p^2$, $3p^3$, leſquels Cylindres ont pour axe commun CH.

On tirera enſuite du centre C les joins de tête à l'ordinaire 4·7, 5·8, 6·9, & le Trait ſera fait. Il ne s'agit plus que d'en faire l'aplication ſur la pierre, ce qui eſt très-aiſé.

Aplication du Trait ſur la Pierre.

On prendra ſur le Plan horiſontal la plus grande longueur qu'on veut donner au vouſſoir par ſon lit de deſſous, par exemple, pour la ſeconde aſſiſe *ik*, puis on tirera par le centre C les lignes *oi* & *nk*, qui couperont la projection du lit de deſſus en *no*, & la queuë du lit de deſſous en *ik*, ce qui donnera le quadriligne mixte *noik* pour une portion de la baſe d'un Cylindre, dans laquelle eſt compris le vouſſoir que l'on veut faire.

Ayant

Avant dreſſé un parement pour ſervir de lit *n*Q de ſupoſition horiſontale, on y apliquera le panneau de la figure *noik*, dont on tracera le contour, ſuivant lequel on abattra la pierre quarrément, ce qui formera une eſpece de coin émouſſé, tel qu'on voit à la figure en NQ, lequel ſera compoſé de deux ſurfaces planes, & d'une portion cylindrique creuſe N O*on*, qu'on formera avec la cerche *nro* du Plan horiſontal. Fig. 160.

On portera enſuite la hauteur de la retombée 5*t* ſur les arêtes *o*O, *n*N, de *o* en 5, de *n* en 2, & la retombée *t*6 ſur les arêtes *o*Q & *n*K de *o* en *q*, & de *n* en *p*; enſuite on poſera ſur les plans des joins montans le panneau de tête 9658, & ſur le lit horiſontal le panneau *qiks* en *qp*KQ, pour tracer l'arc *qp* de l'arête du joint de lit de deſſous avec la doële, ce qui ſe fait auſſi plus ſimplement, mais moins correctement, en traînant *np* ſur *no* perpendiculaire à l'arc *no*.

L'arete du lit de deſſus ſe tracera par les points 2 & 5, parallelement à celle de la baſe *no*, avec une régle pliante; ainſi les quatre côtez de la doële qu'on doit creuſer ſeront donnez; il ne s'agit plus que d'abattre la pierre de l'un à l'autre, s'aidant d'une cerche faite d'une portion du cercle majeur, dont on tiendra le plan perpendiculaire à l'arc de la baſe *pq*; enſuite on abattra la pierre pour former les lits avec le biveau mixte 658.

On peut auſſi, avant que de creuſer la doële, former les lits avec le biveau d'aplomb & de coupe *t*58 pour le lit de deſſus, & celui de l'horiſon & de la coupe *t*69 pour le lit de deſſous, tenant une de ſes branches parallele aux arêtes *n*N, *o*O, & l'autre perpendiculaire aux arcs 25, *no*; par ce moyen on s'épargne la peine de faire un biveau mixte pour le doële & les lits. Il ſuffira d'une cerche pour la doële, dont la poſition n'eſt pas indifférente, comme nous l'avons dit cy-devant; il faut avoir grand ſoin de la tenir dans la ſituation d'un méridien, perpendiculairement aux plans paſſans par les joins de lit, & dans une direction qui tende à l'axe de la Sphère.

On peut auſſi ſans le ſecours des biveaux faire le lit de deſſus, ſi l'on s'eſt donné la peine de faire un lit parallele à *n*Q en N S, & qu'on y trace par le point 8 un arc 89 parallele à ON, parce qu'on pourra abattre la pierre à la regle comme pour une portion conique ſur les arcs 25 & 98.

Explication Démonſtrative.

Si l'on ſupoſe la Sphère coupée par des plans horiſontaux paſſans par les points les plus élevez de l'extrados, comme 9, 8, 7, ils couperont les

aplombs prolongez en des points x, y, z, qui donneront la plus grande hauteur du vouſſoir ſur ſa retombée, & l'on inſcrira par ce moyen le vouſſoir 9 6 B E portion de Sphère, dans un cylindre de même hauteur $x p^6$ E e; car faiſant mouvoir le parallelograme C e autour de l'axe C c, il eſt évident qu'il formera un cylindre, dont ôtant le cylindre inſcrit C p^6 x c, il reſte une couronne de cylindre formée par l'angle qui eſt exprimé au plan horiſontal par la couronne de cercle, dont $p^6 p^9$ KS eſt une partie, & à cauſe que le mouvement qui forme la Sphère dont le vouſſoir eſt une partie, ſe fait autour d'un axe commun, il ſuit que lorſqu'on a celle du cylindre, il ne reſte plus qu'à abattre la pierre d'une maniere uniforme pour en retrancher les ſolides courbes priſmatiques, formez l'un par le triangle x 96 rectiligne qui eſt une portion de Cône, l'autre par le triangle mixte 6 B p^6, qui eſt une portion de Sphére circonſcrite au cylindre vuide, dont le côté eſt 6 p^6, ou ce qui eſt la même choſe inſcrite dans l'anneau ſolide.

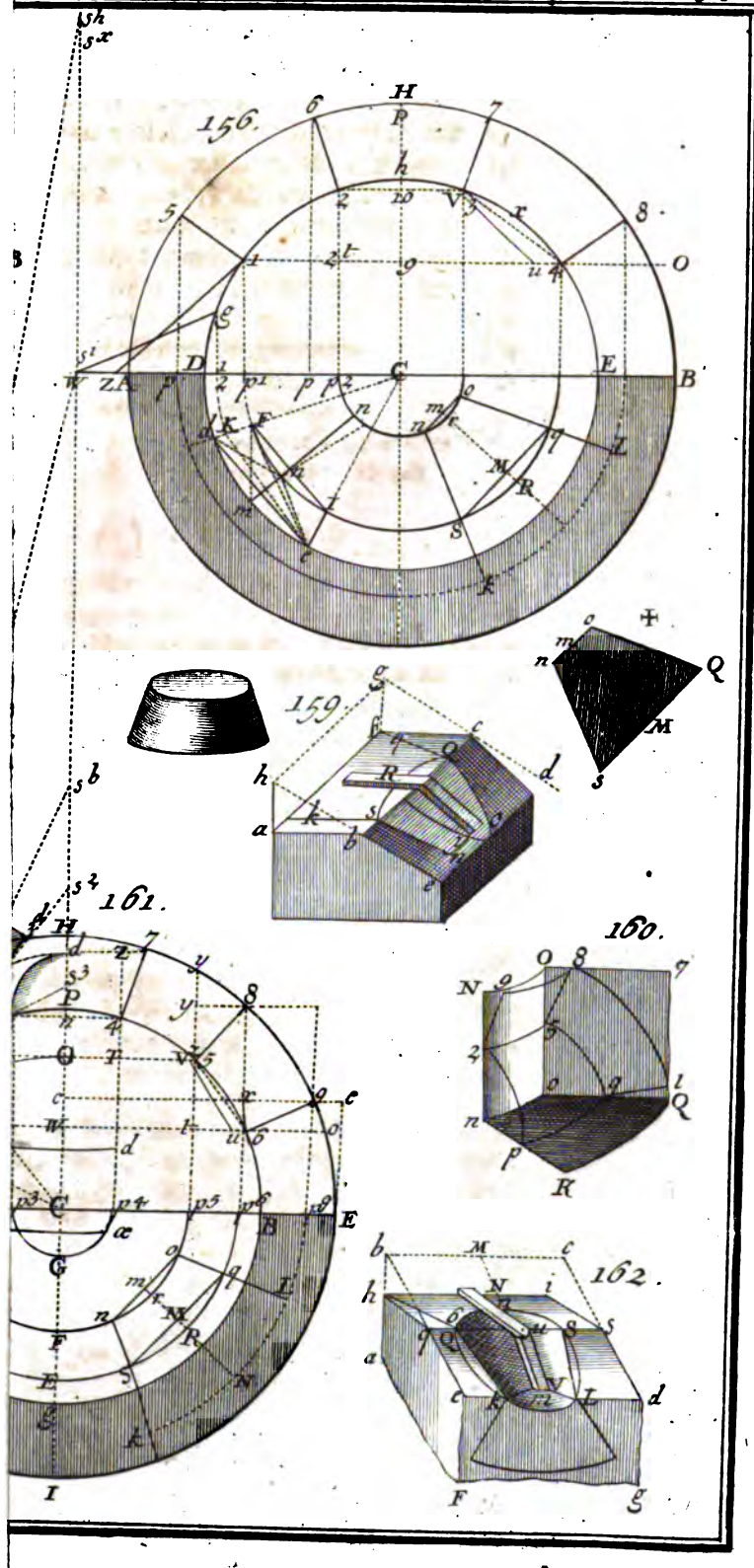
COROLLAIRE.

Il eſt clair que cette méthode eſt également propre à la formation d'un Sphéroïde dont l'axe eſt vertical, qu'à la Sphère, puiſque la formation de ce ſolide eſt la même que celle de la Sphère & du cylindre par la révolution d'une courbe A-d Elliptique autour d'un axe commun, car ſi au lieu de l'arc circulaire 6 B, & de la coupe 69 on ſubſtituë un arc Elliptique & une coupe plus ou moins inclinée, on aura toûjours un raport conſtant de la figure qui en réſultera, à celle du cylindre inſcrit; mais nous en parlerons ailleurs en traitant des Sphéroïdes.

Remarque ſur les quatre Methodes de former les Voutes Sphériques & Sphéroïques.

Nous avons déja dit que la premiere méthode par les ſegmens de Sphère n'étoit pas générale, mais particuliere à la Sphère, & qu'elle occaſionnoit beaucoup de perte de pierre, d'où nous pouvons conclure que c'eſt la moindre de toutes.

Nous avons auſſi fait voir que la ſeconde *par l'inſcription des Cônes tronquez* étoit plus générale, puiſqu'elle peut s'appliquer aux voutes Sphéroïdes, de même qu'aux Sphériques, & de plus aux Annulaires comme nous le dirons en ſon lieu; mais elle eſt plus propre aux grandes voutes qu'aux petites, & lorſque la difference de la concavité du Cône tronqué & de la Zône de Sphère ou de Sphéroïde eſt aſſez peu ſenſible pour qu'on puiſſe la négliger dans la pratique; car dans les petites voutes où il faut reprendre le parement de la doële conique



UNIV. OF MICH.

pour le creuſer en Sphérique, elle n'a aucun avantage ſur la quatriéme méthode.

La quatriéme par *l'inſcription des Cylindres* eſt ſans contredit la plus étenduë & la plus ſûre pour l'exécution, mais elle cauſe beaucoup de perte de pierre, particulierement vers l'élevation de 45 dégrez, d'où il faut conclure que la troiſiéme eſt la plus commode, & celle qui cauſe le moins de perte de pierre, pour les Sphères & les Sphéroïdes alongez ou aplatis verticaux; mais elle n'a pas le même avantage pour les Conoïdes que la précédente, qui non ſeulement ſuprime l'uſage des biveaux de lit & de doële variables pour le même lit, mais qui peut encore ſervir pour les doëles gauches qui n'ont pas leurs quatre angles dans un même plan, de ſorte que le Sphéroïde Conoïde ne peut être réduit en Polyédre de ſurfaces quadrilateres, mais ſeulement triangulaires, ce qui rendroit cette méthode trop compoſée, quoique toûjours bonne dans ſon principe.

Seconde diſpoſition des Vouſſoirs.

Des Voutes Sphériques lorſque leurs rangs ſont dans une ſituation verticale.

Il ne ſera pas néceſſaire d'entrer dans le détail de la conſtruction des Voutes Sphériques, dont les vouſſoirs au lieu d'être dans une ſituation horiſontale, ſont rangez en Arcades verticales, parce que l'on ſent bien du premier abord que ce n'eſt que la même choſe tournée differemment, comme on voit à la fig. 183. de la planche 57. c'eſt-à-dire que les joins de lit ſont devenus les joins de tête, & que les pôles de leurs cercles qui étoient dans un axe vertical, l'un au ſommet de la voute, l'autre dans le vuide au deſſous, ſont icy dans la baſe horiſontale diametralement opoſez; la ſeule difference qu'il y a de cette diſpoſition à la précédente, c'eſt qu'une partie de la voute peut être élevée ſans l'autre, & ſe ſoutenir, au lieu que dans la précédente il faut que chaque rang horiſontal ſoit continué dans le pourtour, de ſorte qu'on ne peut faire un tiers ou un quart de Sphère comme dans cette derniere; de là vient qu'on en fait principalement uſage pour les Niches qui ne ſont que des quarts de Sphères, mais nous parlerons ailleurs de ces mutilations.

* * *

Troiſiéme diſpoſition des Vouſſoirs.

Des Voutes Sphériques dont les rangs ſont inclinez à l'horiſon, en termes de l'Art, *en Coquilles.*

Nous traiterons de cette eſpéce d'arangement des Vouſſoirs des Voutes Sphériques lorſque nous parlerons des tronquées, parce qu'il n'eſt d'uſage, comme le précédent, que pour les Niches.

Quatrieme diſpoſition des Vouſſoirs.

Des Voutes Sphériques, où ils ſont arangez de differente maniere dans la même Voute.

Quoiqu'il ſoit de la délicateſſe de l'Art, de cacher autant qu'il eſt poſſible, les joins des pierres qu'on employe à la formation des voutes; cependant comme il eſt impoſſible de les cacher entierement ſans les couvrir d'un enduit, qu'on ne peut apliquer ſolidement ſur la pierre de taille, les Architectes ſe ſont aviſez d'affecter certains arangemens de vouſſoirs qui font des figures agréables à la vûë, tirant ainſi une décoration de l'imperfection de l'Art, qui ne peut faire les voutes d'une piece.

Ils prennent pour baſe de cet arangement une figure rectiligne diviſée par des paralleles, qui forment en differens ſens des rangs des vouſſoirs verticaux; tel eſt un Poligone regulier inſcrit dans le cercle horiſontal, comme un Triangle, un Quarré, un Pentagone, un Exagone, &c. cette diſpoſition s'apelle *voute de four fermée en Triangle, en Pentagone*, &c. les rangs diſpoſez ſuivant chaque côté du Poligone ont un pole à l'horiſon entre les deux angles inſcrits dans le cercle de la baſe horiſontale, comme on peut le voir à la figure *166.* ou bien aulieu de placer les angles du poligone à l'horiſon, il n'en ont placé qu'un à ſon pole, d'où abaiſſant des quarts de cercles verticaux ſur les diviſions de l'horiſon en certain nombre de parties égales comme en 3, 4, 5, 6, &c. ils ont fait des rangs de vouſſoirs verticaux, qui ſe rencontrent & ſe penetrent les uns les autres ſuivant autant de diagonales, ce qu'ils ont apellé *voute Sphérique faiſant le plan d'une voute d'arête triangulaire, quarrée, pentagone*, &c. comme on peut voir à la figure 180 de la planche 56.

PLAN. 54. *Fig.* 166.

De la premiere eſpece de Variations.

Des Voutes Sphériques fermées en Poligones.

Ces Voutes peuvent être conſiderées comme compoſées de deux parties, l'une qui eſt celle de chaque rang vertical conduit tout uniment

comme s'il étoit dans une voute ſimple, qu'on apelle la Coquille ou la Trompe, telle eſt la partie AHET fig. 166, l'autre qui eſt la rencontre de deux rangs qui ſe croiſent & ſe terminent à un cercle majeur, qui les coupe obliquement dans le plan de la diagonale de leur projection horiſontale; & parce que cette rencontre des deux rangs ſe forme d'une ſeule pierre E*i*, qui a deux branches comme une fourche, cette partie s'apelle *l'enfourchement*. La premiere partie des voutes Sphériques compoſées, n'a aucune difficulté, puiſqu'elle eſt la même que celle des voutes Sphériques à rangs de vouſſoirs verticaux, dont nous avons parlé cy-devant à la ſeconde diſpoſition.

Toute la difficulté conſiſte donc à la formation des vouſſoirs d'enfourchement qui ſont communs à deux rangs differens.

PROBLEME. XVII.

Faire une Voute Sphérique compoſée de rangs de Vouſſoirs de differentes directions.

Premiere Diſpoſition.

En termes de l'Art,

Faire les Vouſſoirs d'enfournement des Voutes Sphériques ou Sphéroïdes formées en Poligone.

On peut réſoudre ce Problême de trois manieres, la prémiere par l'analyſe de la projection du Polygone inſcrit dans le cercle de la baſe horiſontale, en faiſant par ſon moyen l'élevation des arcs verticaux, dont elle donne les diametres ou parties de leurs diametres.

La ſeconde, qui eſt fondée ſur la réduction de la Sphère en cônes tronquez, c'eſt d'en aſſembler les ſurfaces dévelopées qui ſe coupent obliquement ſuivant une diagonale, & d'en former le panneau d'enfourchement.

La troiſieme, c'eſt par la médiation des doëles plates.

Premiere Méthode, par l'inſcription de l'enfourchement dans un ſegment de Sphère.

Soit (fig. 164.) le cercle horiſontal I 5 O 15, qui eſt la baſe de la voute Sphérique dans laquelle on veut inſcrire un Polygone, par exemple un Quarré, ayant tiré par le centre C les diametres I O & 5 15 à angle droit, on tirera par leurs extrémitez les lignes I 5, 5 O, O 15, 15 I, on diviſera enſuite deux de ces côtez en deux également en *k* & K, par où l'on menera par le centre C deux diametres P *p* & P^2 p^2, qui ſeront les axes des quatre ſegmens de Sphère que retranchent les côtez du quarré

Fig. 164.

inſcrit, ſçavoir IP 5, 5 P² O, &c. On diviſera enſuite chacun de ces ſegmens en autant de parties égales que l'on voudra avoir de rangs de vouſſoirs, comme par exemple icy en cinq aux points o, 1. 2. 3. 4. & 5, & par ces diviſions on menera des paralleles aux côtez du quarré I 5 & O 15, qui couperont les diametres I O & 5, 15, aux points 6. *d*, *e l*, *g f*, 8 7, par leſquelles on menera des parelleles aux côtez du quarré entre ſes diagonales, comme 68, *d* 7, *e* 9, *l f*, & d'autres dans les ſegmens comme 4. 1. 14. 11 &c. 3, 2, 13, 12, & l'on aura la projection de tous les joins de lits des rangs de vouſſoirs qui ſont dans une ſituation verticale, c'eſt-à-dire, à la circonférence des cercles verticaux, qui auront pour diametre les lignes inſcrites dans le grand cercle horiſontal, où eſt la naiſſance de la voute.

Il s'agit à preſent de former les Vouſſoirs d'enfourchement dans leſquels conſiſte toute la difficulté de ces voutes, renvoyant le lecteur, *aux voutes ſimples formées par des rangs verticaux*, pour la formation des vouſſoirs compris entre les enfourchemens. On commencera par déterminer dans la projection horiſontale, la largeur du vouſſoir ſur les côtez du quarré, comme I *a* & I a, ſuivant la grandeur de la pierre qu'on veut employer, & par les points donnez *a* & *a*, on tirera les lignes *a b*, a b paralleles à ces mêmes côtez, leſquelles détermineront la direction des joins de tête & donneront pour la projection horiſontale du vouſſoir le rectiligne de ſix côtez I *a b d* b a I, dont les côtez I *a* & I a expriment les lits de deſſous, *d b* & d b ceux de deſſus, & les deux autres *a b*, a b les joins montans de la doële; comme cette figure eſt diviſée en deux également par la diagonale, I *d* nous ne parlerons que de la moitié qui eſt le trapeze I *d b a*, parce que ce que nous en dirons s'apliquera facilement à l'autre.

Il s'agit 1°. de trouver la grandeur d'un ſegment de Sphère capable de contenir le vouſſoir, & les côtez de la figure de la doële pour y inſcrire les ſommets des angles, & les arcs compris entre deux, ſuivant la méthode que nous avons donné pour les voutes Sphériques à lits horiſontaux ſimples; mais avec un peu plus de compoſitions dans cette eſpéce.

Pour y parvenir il n'y a qu'à examiner dans quels cercles de la Sphère doivent ſe trouver les lignes de la projection; ſi étant prolongées elles paſſent par le centre C de la fig. 164, elles apartiennent à des cercles majeurs; & ſi elles n'y paſſent pas, elles apartiennent à des cercles mineurs, mais auquel des deux qu'elles apartiennent, leur terminaiſon à la circonférence du cercle I 5. O 15. donne toûjours le diametre du cercle dont les joins du vouſſoir font partie, & la ligne de

la projection eſt toûjours une abſciſſe de ce diametre, laquelle donnera l'ordonnée qui eſt l'aplomb d'un des angles du vouſſoir ſur ſon plan horiſontal.

Ainsi du point *d* de la projection, on élevera la perpendiculaire *d* D ſur le rayon I C, laquelle coupant l'arc I 5 au point D, donne l'arc I D pour celui du milieu du vouſſoir, dont la projection & en même tems l'abſciſſe, eſt la droite I *d*; de ſorte que tranſportant ſa corde ID dans le ſegment de Sphère (fig. 165.) de D en I, on aura la poſition de deux des angles du vouſſoir, ſçavoir le ſaillant qui eſt la naiſſance de la voute au point I de la fig. 164, & le rentrant *b d* b du lit ſupérieur. Il faut à preſent ſe ſervir de cet intervale D I pour trouver la poſition des angles *a* & a, comme de la baſe d'un triangle dont il faut trouver les côtez; pour cela il faut diviſer la projection en triangles, en menant une droite de *d* en a, que l'on prolongera de part & d'autre juſqu'à la rencontre du cercle horiſontal de l'impoſte I 5, O 15, qu'elle coupera en F & G, & ayant diviſé F G en deux également en *m*; du point *m* pour centre, & *m* F pour rayon on décrira un arc de cercle F *a*^{2} *d*^{2} indéfini, & par les points *a* & *d* on élevera des perpendiculaires *a a*^{2}, *d d*^{2}, qui couperont l'arc de cercle aux points *a*^{2} *d*^{2}, dont l'intervale *a*^{2} *d*^{2}, qui eſt la longueur de la corde, eſt déja un des côtez que l'on cherche, avec laquelle comme rayon, & du point D de la fig. 165, pour centre, on décrira un arc de cercle dans le ſegment de part & d'autre de la ligne ou corde DI en *a v* & *a u*. Enſuite pour avoir le troiſieme côté, dont I *a* ou I a ſon égal, eſt la projection, on tracera du point *k* millieu de la ligne I 5, dont I *a* eſt une partie, l'arc indéfini I H, & élevant au point *a*, la perpendiculaire *a* A, qui coupera cet arc en A, l'intervale IA, qui eſt la corde de cet arc, ſera le troiſieme côté que l'on cherche; de ſorte que portant avec le compas cet intervale dans le ſegment de la fig. 165; du point I pour centre, on décrira un arc qui coupera *a v* au point *a*, & a v au point a, qui eſt le ſommet de l'angle du joint de lit de deſſous, & de celui de la doële.

Il ne reſte plus à trouver que les deux angles *b* & b des joins du lit de deſſus avec celui de doële, en cherchant de la même maniere les arcs qui répondent aux lignes de projection *a d* & *b d*, ce qui eſt facile à concevoir après ce que nous venons de dire. Il ne s'agit de même que de prolonger de part & d'autre la ligne *d b*, juſqu'à la circonférence du grand cercle qu'elle coupera aux points E & 4, & de ſon milieu L décrire un arc EB, puis élevant des perpendiculaires *b* B & *d d*^{2} ſur ſon diametre en *d* & *b*, l'intervalle B *d*^{2} ſera une des cordes des triangles D *a b* de la fig. 165. avec laquelle pour rayon, & du point D pour centre, on décrira un arc de part & d'autre en *b* 6

Fig. 164. & 165.

& *b* 6 ; enfin ſur *a b* prolongée de part & d'autre en *z*, & en *ff*, & du point R pour centre, on fera l'arc *z* 2 *a* 6, puis élevant aux points *a* & *b* des perpendiculaires à 2 *a b* 6*b*, l'intervale 2 *a* 6*b*, ſera le troiſieme côté, lequel tournant ſur le point *a* ou a, pour centre, coupera l'arc 6 *b* en *b*, où ſera le ſommet du dernier angle que l'on cherche, & l'on aura dans le ſegment les angles du vouſſoir I *a b* D *b a*.

Il ne reſte plus qu'à placer entre ces angles les arcs de cercles dont on a trouvé les cordes, & ſur leſquels on aura coupé & formé les cerches pour les tranſporter dans le ſegment de Sphère creuſe dans la pierre. Ce qui ſe fera avec les mêmes précautions que nous avons marquées dans la conſtruction des voutes ſphériques ſimples faites ſuivant cette méthode, dans laquelle nous avons dit que le moyen le plus ſûr étoit d'avoir trois points à chaque arc, pour y placer la cerche, afin que ſon plan ne puiſſe être dans une fauſſe inclinaiſon ; ainſi pour le côté I *a*, on prendra à volonté un point *n* vers ſon milieu ; d'où tirant par le point *d*, un diametre *q s*, qu'on diviſera en deux également en *r*, on fera avec le rayon *r q* l'arc QN ; enfin élevant ſur I *a* du point *n* la perpendiculaire *n* n^2, ſi avec les cordes I n_2 & N d_2 pour rayons, & les points N & D pour centres, fig. 165. on fait des arcs de cercles, leurs interſections donneront les points n^1 d'un côté & n_2 de l'autre, leſquels détermineront la poſition de la cerche, formée ſur l'arc I A. On en uſera de même pour les autres côtez, afin que le plan de leurs cerches étant ſitué dans celui de la ſection de la Sphère, elles n'y donnent pas de faux contour, obſervant d'abattre les arêtes de la planche dont la cerche eſt formée juſques vers le milieu de ſon épaiſſeur en chanfrain, afin que cette épaiſſeur ne ſoit pas un obſtacle pour la pancher comme elle doit être ſans s'éloigner du ſegment creuſé dans la pierre.

Les arcs des arêtes des joins étant tracez, on leur apliquera perpendiculairement les biveaux de lit & de doële pour abattre la pierre ſuivant l'éxigence, & former une figure de ſolide, telle qu'on la voit à la fig. 168, ou pour le premier rang, ou pour le ſecond, comme à la fig. 167, qui paroît à moitié taillée & à moitié tracée.

On a vû par l'exemple du premier vouſſoir, comment on trouvoit la poſition des angles des joins, en diviſant la projection en triangles, & pour montrer qu'il n'importe de quelque maniere que ſe faſſe cette diviſion, nous en avons repréſenté une differente dans le ſecond vouſſoir, fig. 164, en tirant une perpendiculaire 10. 19, ſur la diagonale 9. 8, & faiſant avec le rayon M G pris ſur 10. 19. prolongée en *g* l'arc du cercle *g* 17. 16, qui donnera la cerche traverſante 17. 16, laquelle ſera portée dans le ſegment de 7. en 7 (figure 167) pour donner le plus grand arc d'un des angles à l'autre

On a marqué dans la fig. 168, comment le premier vouſſoir de la fig. 165, & celui de la fig. 167, ſe poſent l'un ſur l'autre,& combien le premier eſt plus grand que le ſecond, quoique dans la projection fig. 164, les lignes de leur milieu I *d*, & *d l*, ſoient à peu près égales, & même inégales en ſens contraire, puiſque I *d*, qui repreſente I 8 de la fig. 168, eſt plus petite que *d l*, qui repreſente la hauteur 8, 9, laquelle eſt cependant plus petite que I 8; la fig. à côté *d n i* eſt la cerche qui a ſervi à tracer l'arc *d n* I, en apliquant les points *d* en *d*, *n* en *n* & *i* en I.

A l'égard des autres rangs de vouſſoirs dont on en repreſente un à la fig. 169, marqué 4ⁱ *pᵇ*, c'eſt celui qui eſt marqué en plan horiſontal de la fig. 164. en 3 *b b* 4, & celui qui eſt à côté en portion de Cône tronqué, dont la petite baſe eſt marquée 3 P 2, eſt celui qu'on apelle *trompillon*, qui ſeroit la moitié de la Clef d'une voute Sphérique, dont les joins de lit ſeroient horiſontaux,

Tous ces differens vouſſoirs ſe voyent raſſemblez dans la moitié d'une Voute Sphérique, deſſinée en perſpective au nombre 166, laquelle montre comment les joins des rangs de vouſſoirs, répondent au quarré inſcrit dans le cercle horiſontal qui comprend leur projection. *Fig.* 166

L'ide'e de ce genre de conſtruction de Vouſſoirs d'enfourchemens, par l'inſcription de leurs angles dans un ſegment de Sphère, apartient à M. de la Ruë, je n'ai fait ici que de la rendre plus ſimple, & plus exacte pour l'exécution, parce qu'il ne donne qu'une maniere de tâtonnement méchanique très incertaine, pour la poſition des cerches, qui eſt de voir ſi elles joignent au fond du ſegment, qu'il apelle *écuelle*.

Explication Démonſtrative.

La juſteſſe de cette méthode ſera facile à apercevoir, ſi l'on ſe repreſente toutes les lignes de la projection, ſur leſquelles nous avons décrit des arcs de cercles, comme autant de portions de diametres de cercles élevez ſur le plan horiſontal I 5 O, 15. à angle droit, & les perpendiculaires tirées ſur ces lignes, comme autant de verticales, qui ſont les ordonnées de chacun de ces cercles, dont les lignes de projection ſont les abſciſſes, leſquelles ſont formées par l'interſection des differens plans qui ſe croiſent dans la Sphère, & la coupent en differentes zônes & ſegmens, qui ont autant de Poles, que le Polygone inſcrit dans le cercle de la baſe, a de côtez; Or comme tous ces cercles majeurs & mineurs ſont verticaux, ils ſont tous exprimez dans la projection horiſontale, par des lignes droites ſuivant le Théoreme I. du 2ᵉ. livre; de ſorte que pour connoître la grandeur de leurs arcs, correſpondans aux lignes de

la projection, il faut en faire une élevation, comme ſi l'on couchoit le plan vertical, dans lequel ils ſont, ſur le plan horiſontal, parce que le diametre eſt commun à l'un & à l'autre plan, dont il eſt l'interſection; Ainſi la figure 164. eſt un mêlangle de Plan Ichnographique, & d'élevation ou Ortographie, pour ne pas multiplier le nombre des figures, & en conſerver plus facilement le raport, & avoir des points communs à la projection horiſontale, & à la ſection verticale de la Sphère, faite par ces points dormez dans le Polygone, inſcrit au cercle de l'impoſte, ou naiſſance de la voute; En quoi on peut s'aider l'imagination, par des morceaux de papier ou de carton, découpez & apliquez à l'équerre ſur le plan horiſontal.

Seconde Méthode, de faire les Vouſſoirs d'enfourchement, *par* le moyen *des Panneaux de doële plate.*

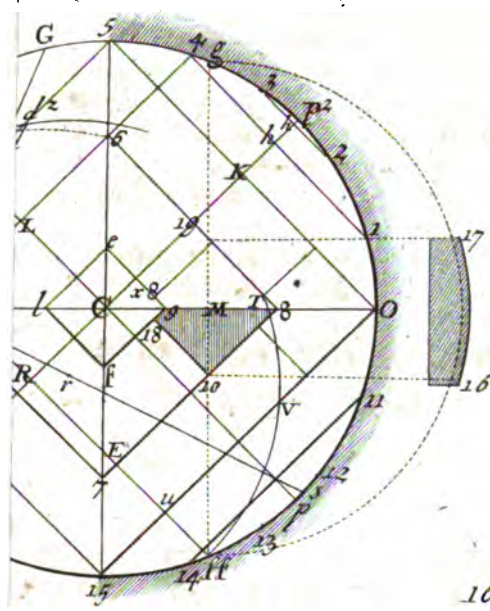
La perte de pierre eſt ſi conſidérable en ſuivant la méthode précédente, particulierement pour le premier Vouſſoir à branches, que j'ai cru devoir en propoſer une autre, plus propre au menagement auquel on eſt ſouvent forcé, & même plus préciſe; car au lieu de former un ſegment entier, on ne formera que le triangle ſphérique; dans lequel ſe trouve le vouſſoir d'enfourchement, par le moyen d'une doële plate.

PLAN. 55. *Fig.* 170. Soit, (fig. 170.) le cercle A P B *p* D, le plan horiſontal de la voute ſphérique, qui eſt proprement celui de ſon impoſte, dans lequel on a inſcrit un Polygone à volonté, par exemple ici un triangle équilateral A B D, on menera par le centre C, les diagonales A C N, B C *s*, D C S, prolongées indéfiniment, qui couperont le cercle A B D, aux points P *p p*, où ſeront les pôles des joins de lit de chaque ſecteur A C D, A C B, B C D.

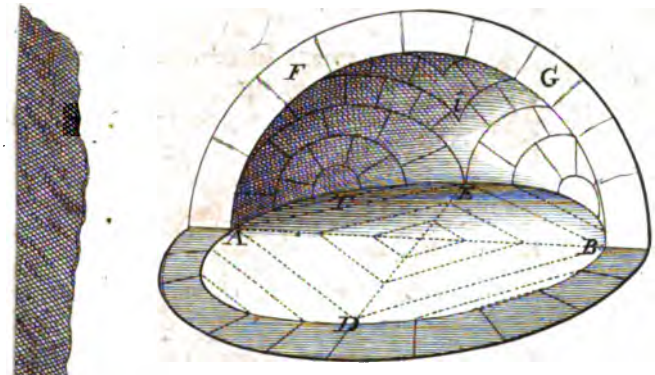
On diviſera enſuite les arcs A P, ou B *p*, en autant de parties égales, qu'on voudra avoir de rangs de vouſſoirs dans les ſegmens A B, ou B D, que retranchent les côtez A B, ou B D, du Polygone inſcrit, plus une moitié de partie 5 *p*, pour le trompillon, comme ici en $4\frac{1}{2}$, aux points 2, 3, 4, 5, *p*, par leſquels on menera des paralleles à 2, 9; 3, 8; 4, 7; 5, 6: qui ſeront les projections des joins de lit des vouſſoirs, compris dans la partie de la Sphère, qui eſt hors du Polygone.

Pour avoir celles des Vouſſoirs, qui ſont au dedans du Polygone, il n'y a (dans la figure préſente,) qu'à tirer des mêmes diviſions 2, 3, des paralleles à B A, 2. E, 3 *d*, juſqu'à la diagonale A C, ou bien lui tirer par le centre C, une parallele C *s*, qui coupera le cercle en *s*, & diviſer l'arc *s* B, en deux parties & demie, ou plus, ſi on le juge à propos, aux points 2, 3, ou en d'autres, ſi cet arc donne de plus grandes

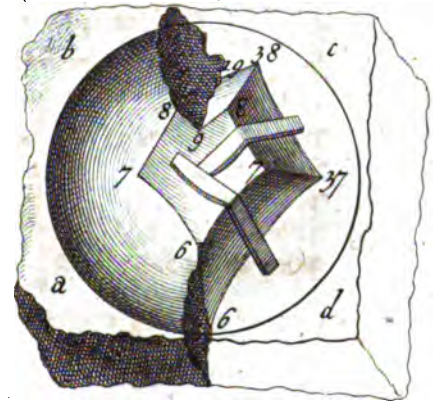
164.



166.



167.



168.

ou de plus petites diviſions, & par les points où ces lignes couperont les diagonales E r°, d° q°, on menera des paralleles aux autres côtez du Polygone, qui en formeront de ſemblables à A B D, leſquels ſeront les projections des joins de lit des vouſſoirs, compris dans le Polygone inſcrit.

Presentement pour former le *panneau de doële plate* du premier vouſſoir d'enfourchement à l'angle A, on menera par le point E, qui eſt la projection de ſon angle rentrant au lit de deſſus, la ligne H K, perpendiculaire à la diagonale A C, qui ſera terminée aux côtez A B en H, & A D, en K; puis ſur A B comme diametre, & du milieu m°, pour centre, ayant décrit un arc indéfini A b, on élevera ſur A B, la perpendiculaire H b, qui coupera cet arc au point b, & l'on tirera la corde A b, qui ſera un des côtez de la doële plate, qu'on décrira comme il ſuit.

D'un point A pour centre, mis à part, comme à la fig. 171, & de l'intervale de cette corde A b pour rayon, on décrira un arc de cercle, dans lequel on inſcrira la ligne k b, égale à K H du plan horiſontal de la fig. 170, & l'on tirera les lignes A k, A b, le triangle A k b, ſera la doële plate que l'on cherche, qui eſt ſuffiſante pour l'uſage qu'on en veut faire, car la véritable eſt un quadrilatere qu'on trouvera facilement ſi l'on veut.

Des points k & b, de la fig. 171. pour centre, & de l'intervale H b, de la fig. 170. pour rayon, on ſera des arcs qui ſe couperont en y, d'où comme centre & du même rayon, on décrira un arc de cercle k m b; ſi du milieu m de cet arc, on tire des lignes aux points k & b, le quadrilatere k m b A, ſera la doële plate qui touche en quatre endroits une portion de Sphère, qui eſt la doële du tronc de l'enfourchement des premiers rangs de vouſſoirs verticaux.

Comme il convient à la bonne conſtruction d'ajoûter quelques commencemens de branches à ce tronc d'enfourchement, au lieu de tirer la ligne H[illegible], de la fig. 170. par le point E, il faut la tirer un peu plus près du centre C, ſuivant que l'on veut faire ſes branches longues, ou courtes, par exemple en L, & alors faiſant l'opération comme il a été dit ci-devant, au lieu du point F, on aura un point l, & au lieu du point b ſur l'arc A b, on aura un point u, & une corde A u, au lieu de A b, dont on ſera le même uſage.

La doële plate étant tracée, comme à la fig. 171, il faut chercher le biveau de cette doële, avec les plans verticaux, où ſont les arcs formez par les ſections, ſur les diametres donnez A B, & A D, afin de poſer les cerches de l'arc A b, dans leur ſituation à l'égard de cette doële plate.

Des points *k* & *b* pour centres, fig. 171. & de l'intervale H A, de la fig. 170. pour rayon, on fera des arcs vers *a* & a indéfinis, & du point A pour centre de l'intervale *b* H, de la fig. 170 pour rayon, on décrira de part & d'autres des arcs qui couperont les précédens, aux points *a* & a, & l'on tirera les lignes *a* A, *ak* & a*b*, a A, ces trois triangles de ſuite ſeront le developement des ſurfaces d'une pyramide renverſée, dont on cherchera les angles des plans par le Probl. XII. du troiſiéme livre.

Par un point D pris à volonté ſur A *b*, ou A *k*, il n'importe, on tirera à cette ligne une perpendiculaire *b* N, qui coupera les côtez A *k* & A a en *b* & en N, on portera A N, ſur A *a* en A *n*, & l'on tirera *n b*, puis du point *b* pour centre, ayant fait un arc *u x*, & du point D auſſi pour centre, un autre N *x*, qui coupera le précédent en *x*, l'angle *b x* D, ſera celui du biveau que l'on cherche, & *b x v* ſon ſuplemennt, dont on fera uſage, comme il ſuit.

Application du Trait ſur la Pierre.

Ayant dreſſé un parement B C D E, fig. 174, on y tracera le triangle de la doële plate A *k b*, de la fig. 171, ou ſi l'on veut le quadrilatere A *k m b*, puis ayant pris avec la fauſſe équerre l'angle *b x v*, de la fig. 171, & une cerche formée ſur l'arc A *f i b*, de la fig. 170, on fera une plumée ou rigole le long d'un côté A K, de la fig. 174, pour y apliquer cette cerche, & pour lui donner l'inclinaiſon de l'angle aigu qu'elle doit faire avec la doële plate, on poſera la fauſſe équerre ouverte comme nous l'avons dit perpendiculairement au côté A K, & l'on apuyera la cerche contre la branche qui eſt en bas dans cette poſition, on formera exactement la plumée, & on tracera de même l'arc A H.

Au lieu de prendre l'angle du ſuplément *b x v*, de la fig. 171, on auroit pû prendre l'angle naturel *b x* D, mais alors on auroit été obligé de couper les branches du biveau, à la longueur de la flêche *f l*, de l'arc A *b* de la fig. 170, pour pouvoir l'apliquer dans la plumée, comme on l'a repréſenté ſur la ligne A K, de la fig. 174, ce qui eſt moins expéditif.

On en fera autant ſur le côté A H, de la fig. 174, puis avec la cerche de l'arc *k m b*, de la fig. 171, polée avec le biveau A F *z*, de la fig. 170, on tracera un troiſiéme arc K M H, à la fig. 174, qui terminera le triangle ſphérique du tronc de l'enfourchement, ſuivant leſquels on creuſera la doële ſpérique, dans laquelle on aura les quatres points A K M H, repréſentez à la projection de la fig. 170, par les points

AKEH, & l'arc du milieu, qui eſt une portion du cercle majeur dont la cerche ſe formera ſur le cercle A B D, de la grandeur de l'arc qui conviendra, qui eſt au moins A F, pour le tronc, & plus, ſi on y ajoute des branches comme il convient, au moins un peu, pour former l'angle rentrant du lit de deſſus, qui doit recevoir l'angle ſaillant du lit de deſſous du ſecond vouſſoir.

Il ne reſte plus qu'à retrancher de ce triangle ſphérique, un autre petit triangle qui excede la direction du joint en lit, qui doit faire le couſſinet du rang de vouſſoirs élevez ſur le diametre A B, lequel triangle étant exprimé à la projection par le rectiligne E I H, il faut chercher la valeur d'un de ces trois côtez ſur les profils, qui eſt celle de I H, laquelle eſt donnée ſur l'arc A *b* en *i b*, on la portera à la fig. 174, ſur l'arc tracé H A en H *i*, puis ayant poſé une regle pliante ſur les points *i* & *m*, on tracera dans la ſurface concave de la doële, l'arc *i* M, qui donnera l'arête du lit de deſſus du tronc de l'enfourchement, ſur lequel s'établit le premier vouſſoir ſimple du rang vertical, ſur le côté A B du Polygone A B D, dont on formera la coupe avec le biveau A *i d*, de la fig. 170.

Nous ſupoſons ici que le point M, ſoit celui du ſommet de l'angle d'enfourchement du lit de deſſus, de ſorte que ce premier vouſſoir n'eſt que le tronc, d'où partent les branches que forment les deux rangs de vouſſoirs qui en ſortent, dirigez l'un ſur A B, l'autre ſur A D; il eſt aiſé de voir que ſi ce même vouſſoir formoit déja un commencement de ſes branches, il ſeroit aiſé de retrancher la partie de l'angle rentrant qui ſeroit à leur origine, en traînant la longueur de la corde A *g*, de la fig. 170, ſur l'arc A H, de la fig. 174, & ſur l'autre arc A K, perpendiculairement à ces arcs, l'interſection de la trace de ces cordes donnera dans la doële ſphérique creuſée, l'angle de la naiſſance du ſecond vouſſoir d'enfourchement qu'on abattra, ſuivant le biveau formé ſur l'angle de coupe A P S, dans le milieu de l'angle d'enfourchement, & les branches ſuivant les biveaux de lit & de doële du rang A B 2 G, comme s'il s'agiſſoit d'une voute ſimple à rangs de vouſſoirs verticaux; cet angle rentrant convient pour y placer l'angle ſaillant du vouſſoir d'enfourchement, qui doit être poſé au deſſus, parce qu'il en aſſujettit la pointe ſur la diagonale du premier.

Ce ſecond vouſſoir doit auſſi avoir des branches, & ſe formera tout comme le premier, prenant ſa naiſſance inférieure au point F, du profil qui eſt repréſenté en projection par le point E, & la corde F Q^2 pour la diagonale, ſi le vouſſoir étoit ſans branches commencées, ou F c^1, ſi on vouloit que ſes branches euſſent pour longueur la moitié du rang

E M, & pour avoir la valeur de l'arc dont la projection eſt E M, on fera un profil ſur le diametre G 2, comme on l'avoit fait pour le premier vouſſoir ſur A B, en retranchant de ce ſecond profil la hauteur I *i* du premier, ce qui eſt facile après les exemples que nous avons donnez de pareils profils, à la conſtruction précédente des voutes ſphériques, par la méthode des ſegmens de Sphère, aux figures 164, 165, 167 & 168.

Explication Démonſtrative.

Pour former le premier vouſſoir d'enfourchement, qui eſt le concours des deux rangs élevez ſur les côtez A B & A D du Polygone inſcrit, nous avons commencé par ſupoſer un triangle, apliqué à la ſurface concave de la Sphère qu'il touche en trois points, dont les projections ſur le plan horiſontal, ſont A, H & K, les côtez de ce triangle ſont les cordes de trois arcs trouvez par les profils, comme nous avons fait à la méthode précédente, ſçavoir a *b*, valeur de la projection A H, & de ſon égale A K, par la conſtruction, & parce que la corde H K eſt horiſontale, la valeur en eſt toute trouvée, c'eſt pourquoi nous l'avons inſcrit dans l'arc *k b* de la fig. 171, où il eſt clair que le triangle A *k b*, eſt la valeur de la projection A K H, de la fig. 170.

Cette ſurface étant ſupoſée apliquée dans la Sphère, entre les plans verticaux des joins de la voute, exprimez par les lignes A B & A D, qui en ſont les projections, eſt un côté de Pyramide triangulaire renverſée, dont la pointe eſt à la naiſſance de la voute en A, & la baſe dans un plan horiſontal imaginaire paſſant par le point F, qui exprime en profil la corde dont la projection horiſontale eſt H K ; de ſorte que la hauteur de cette Pyramide renverſée, eſt une verticale élevée ſur le point A, qui eſt égale à la ligne H *b*, plus à l'excès de la hauteur E F, ſur H *b*. Ainſi nous avons les quatre triangles qui comprennent cette Pyramide, ſcavoir, 1°. (fig. 171) A *k b*, qui couvre la partie de la ſurface concave de la Sphère où eſt la doële du vouſſoir, 2°. deux triangles qui ſont les ſections des plans verticaux, coupant la Sphère par les lignes A B & A D, & le triangle horiſontal A H K, qui la coupe par les points K & H, un peu au deſſous de la hauteur F. Ainſi par le Problême 12 du 3e. livre, nous avons pû chercher les angles d'interſection de ſes ſurfaces entre-elles, qui ſont les vrais biveaux de la doële plate avec les plans verticaux, où ſont les arcs montans des joins de lit, tournans de A en B & en D ; mais comme ces plans ne continuent pas au delà de ces arcs, dans la coupe qui doit faire un angle obtus mixte avec la doële concave, ces biveaux ne ſervent qu'à trouver la poſition de cerches de ces arcs, leſquels étant tracez en angle rentrant,

deviennent enſuite une arête ſaillante de lit & de doële, dont le biveau eſt celui de l'angle mixte, fait par un arc de cercle majeur avec ſon rayon prolongé.

Il eſt viſible que cette diſpoſition de Trait eſt plus générale, que celle des *écuelles* ou ſegmens de Sphère, puiſqu'elle ne convient pas ſeulement aux voutes exactement ſphériques, mais auſſi aux culs-de-four ſurhauſſez ou ſurbaiſſez ; En effet, ſi l'on ſubſtituoit des arcs Elliptiques, aux circulaires élevez ſur A B, ou A D, il ne ſurviendroit aucun changement à la maniere de trouver les biveaux de doële plate avec les plans de ces arcs ; or ces arcs étant tracez ſur la doële, le reſte de la conſtruction ſuit le train ordinaire des coupes convenables aux joints & aux lits des ſphéroïdes.

Troiſiéme méthode de faire les Vouſſoirs d'enfourchement, par Panneaux fléxibles, *ſuivant le ſiſtême de la réduction de la Sphère en Cônes tronquez.*

Quoique la maniere dont Philibert De Lorme & ſes ſectateurs, Jouſſe, Deran, & Dechalles, ont tracez les Panneaux des enfourchemens des Voutes Spériques fermées en Polygones, ſoit très fautive, comme l'a fort bien remarqué M. de la Rue, il ne s'en ſuit pas, ainſi qu'il le croit, qu'on ne puiſſe en faire de plus juſtes, ſuivant le même ſiſtême de la réduction de la Sphère en Cônes tronquez, en faiſant quelques changemens à leur conſtruction. Nous avons déja prouvé que ce ſiſtême n'eſt point fautif dans ſon principe, mais ſeulement qu'il ne pouvoit conduire l'opération, à l'entiere perfection de la formation d'une ſurface ſphérique, en ce qu'il étoit borné à celle d'une conique inſcrite dans la Sphère ; la même vérité ſubſiſte, ſoit que les Vouſſoirs ayent des branches comme ceux des enfourchemens, ou qu'ils n'en ayent point ; qu'ils ſoient triangulaires, ou qu'ils ayent leurs côtez paralleles ; ainſi nous l'avons purgée du reproche de *l'erreur* intrinſeque. A l'égard de celui de l'incommodité de l'exécution, en ce que *l'éloignement des centres des arcs à décrire, peut cauſer de l'embarras pour la place*, comme le remarque l'Auteur cité, nous y avons pourvû au Problême VIII. du 3e. livre.

La projection horiſontale des joins de lit étant faite, comme il a été dit aux deux exemples précédens du quarré inſcrit, fig. 164, ou d'un triangle équilateral, fig. 179, on prolongera les cordes des arcs G A, & *g* A, juſqu'à ce qu'elles rencontrent les diagonales D C, en S, & B C, en *s*, où ſeront les ſommets des Cônes A S N, A *s* N, dont les rangs de vouſſoirs verticaux G A B 2, & *g* A D 9, ſont des parties tronquées, leſquels deux Cônes égaux ſe pénetrent ſuivant une ſection, dont Fig. 170.

A N eſt la projection horiſontale ; par conſéquent pour avoir le développement de ces Cônes tronquez, on décrira du centre S, & des intervales S G, & S A pour rayons, la portion de Couronne de cercle indéfinie A G W *a*, & du centre *s*, & des intervalles *s g*, *s* A pour rayon, une autre portion de Couronne égale A T *t g*, qui croiſera la précédente de *x*, en X, la figure *x a* W X *t* T *x*, eſt celle que les Auteurs citez, prenoient pour Panneau de leur doële très mal à propos, comme on va le démontrer.

Erreurs de l'ancien Trait.

Premierement, on ne peut faire ce panneau d'une ſeule piece, il faut néceſſairement qu'il ſoit de deux, parce que l'enfourchement eſt un composé de deux ſurfaces coniques, qui ſe rencontrent dans un angle rentrant.

Secondement, le contour de la ligne du milieu, n'eſt pas une ligne droite comme dans l'ancien Trait l'eſt *x* X, mais une ligne courbe qu'il faut tracer comme il ſuit.

Troiſiémement, la ligne X *x* diagonale du Panneau eſt trop courte, ainſi il faut réformer & rejetter cet ancien Trait.

Correction & réforme de ce Trait.

Ayant abaiſſé du point E, ſommet de l'angle de la projection du lit de deſſus du premier vouſſoir de l'enfourchement, une perpendiculaire E *e*, ſur la ligne G 2, on décrira du point M, pour centre, & de la longueur M G pour rayon, un arc G *e*, qui coupera E *e*, au point *e*.

On diviſera cet arc G *e*, en autant de parties égales qu'on voudra avoir de points de la courbe, comme ici en quatre aux points 1, 2, 3, d'où l'on abaiſſera des perpendiculaires ſur G E, qu'elles couperont aux points *b*, *b*, *b*, par leſquels on tirera des lignes dirigées au point S, qui couperont la ligne A E, aux points 2^1, 2^2, 2^3, par leſquels on menera des paralleles à G E, qui couperont la corde A G, aux points v *u*. On portera enſuite les intervales de chacune des diviſions de l'arc G *e*, ſur l'arc de developement G W, aux points 1, 2, 3, e^4, par leſquels on tirera des lignes dirigées au point S, comme 1. 1^1, 2. 1^2, 3. 1^3, indefinies ; puis du point S, pour centre, & des intervales S v, S *u*, pour rayons, on décrira des arcs de cercles qui couperont les droites ci-devant, aux points 1^1, 1^2, 1^3, par leſquels on tracera à la main, une courbe A 1^1, 1^2, 1^3, e^4, qui eſt une portion d'Ellipſe dévelopée ſur le Cône ; laquelle eſt le développement de celle

du

du milieu de l'enfourchement, de ſorte que le triangle mixte diſtingué par une hachure A e^4, 1^4, eſt le panneau de la moitié du premier vouſſoir, laquelle moitié eſt repréſentée au plan horiſontal, par le triangle rectiligne A E I. L'autre moitié du panneau étant en tout égale à celle-cy, le même demi panneau retourné en ſens contraire, ſervira à tracer le reſte de la ſurface du premier vouſſoir d'enfourchement, ce qui demande une préparation ſur la pierre, & des attentions particulieres pour l'y apliquer; mais il faut auparavant connoître & tracer la courbe, qui ſe forme à l'angle rentrant des deux ſurfaces coniques, pour en former une cerche.

Ayant prolongé les lignes S B & A C, juſqu'à ce qu'elles ſe rencontrent en N, & diviſé en deux également A N en *n*, on tirera par ce point *n* la ligne 1^4, 1^5, parallele à A B, qui coupera les lignes S A, S B, prolongées aux points 1^4, 1^5, puis ayant tiré à cette ligne une perpendiculaire *n* 1^6, du point Q^4, milieu de 1^4, 1^5, pour centre, & de cette moitié pour rayon, on décrira un arc 1^5, 1^6, qui coupera *n* 1^6, au point 1^6; la ligne *n* 1^6, ſera le demi petit axe conjugué au grand A N, par le moyen deſquels on décrira à part, (fig. 175.) la demie Ellipſe A 2^6 N.

Ensuite ayant porté le demi diametre A C, de la fig. 170, de A en C, de la fig. 175, on décrira le demi cercle A *e p*, qui coupera la demie Ellipſe A 2^6 N au point *e*, l'arc Elliptique A *y e*, eſt celui ſur lequel on doit former le contour de la cerche du milieu de l'enfourchement, qui eſt un angle rentrant formé par la rencontre de deux portions de ſurfaces coniques; c'eſt pour quoi la cerche doit être délardée en chanfrain, ſur l'épaiſſeur de la planche dont elle eſt faite.

Il faut encore tracer par la même maniere une demie Ellipſe *g s o*, fig. 175, dont le grand axe ſe trouvera en menant par *g*, une ligne *g o*, parallele à A N, fig. 170, & le petit ſera la moyenne proportionelle, entre 4^3 *d* & *d* 3, de la ligne menée par le milieu *d*, parallelement à A B, obſervant de poſer le point *g*, à diſtance de A, de la longueur de la flêche de la corde G *g*, de la fig. 170, qui eſt ſi petite icy, qu'on n'a pas pû la marquer correctement, & par le point *o* de l'Ellipſe A N, on tirera une ligne au point *c*, qui coupera l'Ellipſe ſur *g o*, en un point *x*, dont on fera uſage, comme on le va dire.

Application du Trait ſur la Pierre.

Ayant dreſſé un parement G l *i g*, fig. 172, de la largeur au moins de la corde G *g*, de la fig. 170, & de la longueur au moins de la corde A F, on portera ſur la ligne du milieu A *e*, la longueur de la corde A *b*, puis

aux deux côtez de cette ligne, on en tirera deux autres paralleles G I, *i g*, à diſtances égales à la demie corde G *g*, de la fig. 170, on prendra enſuite la longueur de la fléche de la corde G *g*, pour la profondeur d'un enfoncement de repaire, qu'on fera ſur le trait du milieu en A, & la diſtance *e x*, pour un pareil repaire qu'on fera en *e*, puis on creuſera une plumée le long de cette ligne du milieu, avec la cerche formée ſur l'arc Elliptique A *e*, de la fig. 175, poſée ſur les deux repaires & perpendiculaires au parement dreſſé : On en creuſera deux autres ſur les lignes G I, *i g*, avec la cerche formée ſur l'arc Elliptique *g x*, tenuë auſſi perpendiculairement au même parement, & on formera à la regle apuyée ſur deux plumées une ſurface conique, comme il a été dit au commencement de ce livre, de chaque côté du milieu, laquelle fera avec la conique de l'autre côté un angle rentrant.

Ces deux ſurfaces coniques étant faites, on y apliquera le panneau fléxible de carton, ou autre choſe, découpé ſur le triligne mixte A *e*^{1}, 1^{1}, de la fig. 170, pour en tracer le contour d'un côté & d'autre du milieu, en le retournant de droite à gauche, comme on voit à la fig. 172. à chaque moitié.

Il ne reſte plus pour achever la doële, que de la recreuſer un peu ſur les milieux de chaque portion conique, pour effacer l'angle rentrant du milieu A *e*, en y apliquant une cerche de l'arc G ^{1} *g*, d'un cercle majeur A B D, que l'on fera mouvoir ſur les arcs tracez A 1^{1}, A I, comme nous l'avons dit pour la formation des ſurfaces ſphériques. Enſuite de quoi on formera les lits & les coupes, avec les mêmes biveaux qu'aux deux méthodes précédentes.

Quoique je propoſe ici une application du trait ſur la Pierre dans l'éxactitude Géométrique, ce n'eſt que pour en montrer la poſſibilité, & même la facilité, car on peut ſe relâcher de cette grande préciſion dans la pratique, ſans qu'il en puiſſe réſulter aucune erreur ſenſible, dans les voutes où il y a pluſieurs rangs de vouſſoirs, entre les angles du polygone & leurs pôles.

Alors on peut s'épargner la peine de tracer les arcs Elliptiques A N & *g o*, de la fig. 175, en leur ſubſtituant ſans façon, un arc de cercle majeur formant une zône de Sphère, ou un triangle ſphérique indéfini, où l'on apliquera le panneau fléxible de part & d'autre, d'un arc de cercle majeur tracé au milieu du vouſſoir, parce que l'arc circulaire A *z e*, eſt ſi peu enfoncé au deſſous de l'Elliptique A *y e*, que la difference eſt preſque imperceptible, & que la largeur du demi panneau, pliée dans la ſurface ſphérique, ne peut donner une difference de largeur qu'on puiſſe apercevoir, étant comparée à ce qu'elle étoit ſur la

ſurface conique dans la partie étroite vers A, elle pourroit ſeulement en donner à l'endroit où le paneau a toute ſa largeur, comme en E I; mais quelle difference de longueur y a-t'il entre la corde A G, dans cet exemple & ſon arc, qui n'eſt que d'environ 13. dégrez? elle eſt ſi petite qu'on peut la négliger. Il n'en étoit pas de même dans l'ancien trait, où le panneau avoit le double de cette largeur en R *r*, fig. 170.

Ainsi pour faciliter cette conſtruction ſans inconvenient, on peut tout d'un coup former une ſurface ſphérique, & y appliquer les panneaux de dévelopement. En effet après avoir formé à la rigueur les deux portions de ſurfaces coniques; on trouvera que pour y faire paſſer une ſurface ſphérique, il n'y aura preſque pas de ragrément à faire qui en vaille la peine, pour peu que la voute ſoit grande, & ce ragrément ſera d'autant moindre, que la largeur du vouſſoir ſera petite, à l'égard de la circonférence du cercle majeur de la Sphère; & ordinairement dans les voutes qui auront plus de 15. à 20. pieds de diamatre, il ſe réduira preſque à rien.

Nous ne dirons rien des branches des vouſſoirs qui excedent la longueur de la partie commune A E, qu'on peut apeller le tronc, on peut les alonger autant qu'on le jugera à propos, ſuivant la grandeur de la pierre avec laquelle on fait le vouſſoir d'enfourchement, cette partie de branche qui excede le tronc, ne differant en rien des vouſſoirs des parties de voutes, dont les rangs ſont verticaux, deſquelles nous avons parlé cy-devant. Le joint de doële & de lit du panneau doit toujours être tiré au ſommet S, comme W *w*, *l b*[1] &c.

La doële creuſe étant formée en portion de Sphère, & les joins montans tracez, on abattra la pierre avec les biveaux de doële & de lit, comme il a été dit pour toutes ſortes de voutes ſphériques, ſoit que les joins de lit ſoient en ſituation verticale ou horiſontale.

La ſeule attention que l'on doit avoir, c'eſt de tenir toujours le biveau perpendiculairement à l'arête du joint, tant ſur la doële que ſur le lit.

Aplication de ce Trait aux Voutes Sphéroïdes, ſurhauſſées ou ſurbaiſſées.

Nous avons montré, ci-devant, que le ſyſtême de l'inſcription des Cônes tronquez dans la Sphère, pouvoit auſſi bien convenir aux cul-de-fours ſurhauſſez ou ſurbaiſſez, qu'aux ſphériques à ſimples rangs de Vouſſoirs, pourvû qu'ils ne ſoient pas ſur un plan ovale, c'eſt-à-dire, que ce ne ſoit pas un Conoïde de baſe Elliptique. Il ſera aiſé de faire voir auſſi que ſi les rangs de Vouſſoirs ſont variez dans leurs di-

rections, les panneaux d'enfourchemens peuvent être faits par la même
Fig. 170. méthode que nous venons d'expliquer, ſi au lieu des arcs de cercles verticaux A F, A *b*, G *e*, qui ont ſervi à faire les profils des hauteurs des points E & H de la projection, on leur ſubſtituë des arcs Elliptiques ſur hauſſez, ſi le cul-de-four excéde le plein ceintre; ou ſur baiſſez s'il eſt plus bas, parce que nous avons donné au 2e. livre, la maniere de trouver les Ellipſes de toutes les ſections d'un Sphéroïde, & nous en parlerons encore ci-après au chapitre ſuivant en parlant des Voutes Sphéroïdes.

Il eſt cependant vrai qu'en ce cas, les Cônes tronquez n'étant pas Droits ſur une baſe circulaire, mais ſur une baſe Elliptique, leurs dévelopemens ne ſeront plus des Couronnes de cercles, mais des Zônes compriſes par deux courbes ondées, telles que ſont celles des dévelopemens des Ellipſes perpendiculaires à l'axe d'un Cône ſcalene, dont nous avons parlé au 3e. livre, page 327, ainſi la conſtruction devient beaucoup plus compoſée; c'eſt pourquoi, ſi l'on a de pareilles voutes à faire, je conſeille plutôt la méthode précédente de l'uſage des doëles plates, que de-celle ci, parce qu'elle ſera mòins compoſée, plus expéditive & plus ſûre; mais de telles ſortes de voutes tombent rarement dans la pratique, un Architecte qui formeroit de pareils deſſeins, ſe tailleroit inutilement de la beſogne difficile.

Explication Démonſtrative.

La premiere partie de la conſtruction qui concerne la formation des Cônes tronquez, & de leur dévelopement a déja été expliquée ci-devant, lorſqu'on a parlé de la formation du Trait des Voutes Sphériques, par le moyen de ce ſyſtême.

Il s'agit ici d'expliquer ce qu'il y a de particulier à cette eſpece de Voute, dans la variation de ſes joins.

Il eſt viſible que les rangs de Vouſſoirs étant tournez differemment, autant de fois que le Polygone inſcrit a de côtez, il ſe forme auſſi autant de Cônes tronquez, qui ſe pénetrent ſuivant les diagonales, A C, B C, D C, qu'il y a de rangs de Vouſſoirs enfermez dans le Polygone A B C, ainſi en les ſupoſant prolongez, on peut conſiderer autant de Cônes égaux qui ſe pénetrent, dont les axes ſe croiſent au point C; Or nous avons démontré au Theoreme 27. du premier livre, qu'en pareil cas les courbes faites par leur pénétration étoient planes, & qu'elles ſuivoient la nature de la poſition de la diagonale A C N, conſiderée comme un plan qui coupe ces Cônes perpendiculairement à leurs triangles par l'axe A S N, A *s* N; ici cette diagonale AN, coupe les deux

côtez du Cône S A, & S N, par conſéquent elle forme une Ellipſe, & non pas un cercle comme l'a cru M. de la Rue, avec les Auteurs qu'il critique, dont il n'a connu qu'une partie de l'erreur; car ce cas de ſection circulaire ne peut arriver dans aucun Polygone inſcrit, mais ſeulement ſur une ſeule diagonale, lorſque les axes des Cônes ſe confondent, comme il a été démontré au Théoreme cité du premier livre.

Dans les Polygones au deſſus du quarré, cette courbe eſt une hyperbole, ou bien une parabole, ce qui ne pourroit arriver que par un grand haſard.

Quelle que ſoit cette courbe, formée à l'angle rentrant par la pénétration des deux Cônes, il eſt clair que ſon dévelopement, ſur une ſurface conique étenduë ſur une plane, ne peut être une ligne droite, mais une courbe dont la convexité eſt tournée vers la baſe, par conſéquent deux de ſes arcs tournez du côté de leur convexité, ne peuvent ſe réünir dans un plan; donc cette courbe dévelopée ne peut être commune aux deux ſurfaces coniques opoſées, qui forment la doële de l'enfourchement. Donc il eſt impoſſible de faire un panneau d'une ſeule piece qui puiſſe s'y apliquer, ſi fléxible qu'en ſoit le carton, c'eſt pourquoi nous n'en faiſons qu'une moitié.

Sans nous embarraſſer de connoître cette courbe, nous la décrivons par notre conſtruction, en faiſant le dévelopement du triangle rectiligne G A E, qui repréſente la partie du Cône tronqué A B 2 G, reſtant de la pénétration du Cône tronqué A g 9 D, hors de la diagonale A E; car ſi on releve la portion de cercle G e E, ſur ſon côté G E, perpendiculairement au plan horiſontal A B D, on connoîtra que c'eſt une partie de la baſe du Cône tronqué G 2 B A, laquelle ayant été diviſée à volonté en pluſieurs parties égales 1, 2, 3; ſi l'on ſupoſe des plans verticaux paſſans par ces diviſions, & par le ſommet du Cône S, on aura ſur le plan horiſontal leurs projections en $b\,2^1$, $b\,2^2$, $b\,2^3$, qui donneront ſur la diagonale A E, des diviſions 2^1, 2^2, 2^3, correſpondantes à celles de la portion de baſe A e, aux points 1, 2, 3.

Presentement ſi l'on tire des paralleles à la baſe G E, par les points 2^1, 2^2, 2^3, elles couperont la corde G A, aux points v u u, par où, & du point S pour centre, ayant fait des arcs de cercles concentriques au dévelopement G W, de l'arc de cercle dont G 2 eſt la projection, chacun de ces arcs ſeront les dévelopemens des lignes droites $u\,2^1$, $u\,2^2$, $v\,2^3$; or puiſque nous avons déja fait l'arc G e^4, ſenſiblement égale à l'arc G e, par une operation Méchanique, (la Géometrie n'en fourniſſant pas d'autre,) & que ſes diviſions auſſi

égales, nous avons tiré des lignes droites au ſommet S du Cône ; il eſt viſible que ces arcs de dévelopemens ſont diviſez proportionnellement à ceux de la projection A E, par conſéquent que les points 1^1, 1^2, 1^3, répondroient exactement ſur 2^1, 2^2, 2^3 de la projection, ſi le dévelopement G e^4 A, étoit replié ſur la portion de Cône G A E, qui eſt hors de la ſection A E, par conſéquent la courbe A 1^2, e^4, eſt le vrai dévelopement de la diagonale A E, de l'interſection des deux Cônes tronquez, & le triangle mixte A e^4 i^4, ſera le vrai panneau de la moitié du tronc de l'enfourchement, qui eſt le dévelopement de la ſurface conique triangulaire, marquée au plan horiſontal A E I, *ce qu'il falloit faire.*

Ce Panneau étant ſupoſé bon, il eſt clair que l'aplication en a été bien faite ſur la pierre, car nous avons pris l'angle rentrant que font les cordes A G, & A *g*, qui ſont à la ſurface des deux Cônes tronquez qui ſe pénetrent au deſſus du point E, où elles font un angle un peu plus aigu que n'eſt l'angle *g* A G ; ainſi nous avons donné à chaque moitié du tronc de l'enfourchement l'inclinaiſon qu'elle doit avoir à l'égard de l'autre avec laquelle elle fait un angle rentrant, ſuivant la courbe A *y e*, de la fig. 175, comme nous l'avons dit. *Fig.* 175.

Apre's avoir démontré la juſteſſe de notre Trait, il eſt à propos de faire voir en quoi péche celui des anciens Auteurs de la coupe des pierres, pour montrer la fauſſeté du raiſonnement du Pere Déchalles qui l'avoit adopté, & ſupléer à la remarque de M. de la Rue, qui a bien indiqué la faute de leur Trait, mais non pas d'où elle venoit, ni en quoi elle conſiſtoit, car la *preuve* Méchanique qu'il a voulu donner par le moyen des piéces mobiles de papier découpé, n'eſt que l'expoſition d'un ſeul cas, qui ne conclut pas pour les autres, & qui n'éclaire point l'eſprit.

Démonſtration de l'erreur de l'ancien Trait des Panneaux d'enfourchement des Voutes Sphériques, fermées en Polygone.

On peut démontrer cette erreur par pluſieurs raiſons.

1°. Parce que le Panneau qui eſt la partie commune de deux Couronnes de cercles, qui ſont le dévelopement de deux Cônes tronquez, qui ſe croiſent en changeant de place, change auſſi de grandeur relative de l'envelopement, ou dévelopement.

2°. Parce qu'on ne peut faire ce Panneau d'enfourchement de doële, d'une ſeule piéce.

3°. Parce que la ligne du milieu de ce Panneau, ne peut être une ligne droite.

4°. Parce que supoſant qu'elle pût l'être, elle ſeroit trop courte pour ſe plier ſur l'arc de cercle de la Sphère, auquel elle doit s'apliquer d'un bout à l'autre.

La premiere ſource de l'erreur de Philibert De Lorme, inventeur des Panneaux de dévelopement des Doëles Sphériques en ſurfaces, aplicables aux Cônes tronquez, vient aparamment de ce qu'il a cru que puiſque la Couronne de cercle G W *a* A, étoit le dévelopement du rang de vouſſoirs G 2 B A, & que l'autre portion de Couronne *g t* T A, étoit celui du rang *g* 9 D A, la partie X R *x r*, commune à ces deux Couronnes devoit être le panneau de l'enfourchement, exprimé dans la projection horiſontale, par le Rhumbe A Q E *q*, qui eſt auſſi commun aux deux Cônes G B & *g* D, qui ſe croiſent.

Mathurin Jousse, le Pere Deran, & ce qui eſt encore plus ſurprenant le Pere Dechalles, qui étoit Mathématicien, ont donné dans la fauſſe lueur de ce raiſonnement, ſans s'apercevoit qu'il ne pouvoit conclure que pour un dévelopement, dont les parties demeuroient entre elles à même diſtance où elles étoient, ſur la ſurface du corps envelopé.

Or, il eſt clair que les deux Couronnes de cercles, qui ſont des dévelopemens des deux Cônes tronquez G B, *g* D, inſcrits dans la Sphère, n'ont pû être tranſportées ſur une ſurface plane, leurs côtez A G, A *g*, reſtans immobiles, ſans que leur partie commune change de place & de grandeur; donc elle ne peut repréſenter celle qui eſt commune aux deux Cônes, qui ſe croiſent dans la Sphère.

Pour prouver cette mineure, il ſuffiroit de montrer la figure 170, où l'on voit que les deux arcs A *b x*, A *d x*, qui ſont les dévelopemens des arcs A B, A D, s'écartent du point A avant que de ſe réünir au point *x*, d'où il ſuit que ce point *x*, ne doit plus repréſenter le point A, affecté à la naiſſance horiſontale des arcs de dévelopement, ni la ligne X *x*, la courbe d'interſection des Cônes en angle rentrant, exprimée à la projection par A E. *Fig.* 170.

Pour prouver ces dernieres conſéquences, j'établis le Lemme ſuivant.

LEMME.

Si l'on fait mouvoir deux Couronnes de cercles égales, qui ſe croiſent autour de leurs rayons ou diametres, comme ſur des axes de révolution, je dis:

1°. *Que plus les axes de révolution ſeront inclinez entre eux, plus l'interſection ſera éloignée de la ligne qui paſſe par les deux centres des Couronnes.*

2°. *Que plus l'interſection ſera éloignée de cette ligne, plus la diagonale qui lui eſt perpendiculaire ſera courte, & au contraire plus la diagonale de la partie commune des deux Couronnes, perpendiculaire à la précédente, ſera longue.*

Fig. 173. Soient (fig. 173.) deux portions de Couronnes de cercles égales, H g A I, A F K d, dont les rayons C g, T d, ſont en ligne droite; Soient auſſi deux autres Couronnes de cercles égales aux précédentes, H g A I, G A W u A, dont les axes C g, C² G, ſe croiſent en A, on tirera par l'interſection X, la ligne X o, perpendiculaire à la ligne C c², paſſant par les centres C, c'; je dis que X o, eſt plus grand que e A, & x X plus petit que e A.

La premiere partie eſt claire, car les lignes C X, & C e, ſont égales comme rayons du même cercle, & C o plus petit que C A, opoſée à l'angle droit C o A; or dans les triangles rectangles C o X, C A e, la ſomme des quarrez de C o, + o X, eſt égale à celle des quarrez de C A + A e, donc en retranchant le quarré de C o, plus petit que celui de C A, il reſtera X o, plus grand que e A.

Secondement, ſupoſant les Couronnes & la ligne X o prolongées, il eſt clair que o X = o Z, & o x = o A, par conſéquent X x = A z, par la même raiſon A e = A E. Or par la 31e. du 3e. livre d'Eucl, ou par la 15e. du même A E = A e, eſt plus grand que A z; donc A e eſt plus grand que X x, *ce qu'il falloit démontrer.*

Par la même raiſon, ſi l'on ſupoſe une autre portion de Couronne H I A g y Y, dont le centre eſt au point 4, qui coupe la précédente H g A I; on démontrera que la diagonale Y I, eſt plus petite que X x; car puiſque A y = Y I, & X x = A z, & que la ligne A y, s'aproche plus de la ligne C g, qui paſſe par le centre du cercle, A z, ſera plus grande que A y = I Y, donc X x = A z, eſt plus grand que I Y, *ce qu'il falloit ſecondement démontrer.*

Nous n'avons pas beſoin de démontrer que l'autre diagonale devient plus grande, pour le ſujet dont il s'agit, on peut le voir dans la figure, il nous ſuffit de conclure que ſi les axes diviennent paralleles, comme C g, C³ N, alors la diagonale de la partie commune aux deux Couronnes, qui paſſe par leurs centres, eſt la plus petite qu'il ſe puiſſe, parce qu'alors elle eſt égale à la différence du grand & du petit rayon de chaque Couronne; & que ſi les axes concourent en ligne droite, elle eſt plus grande, étant égale au Sinus droit de l'arc e g, dont cette difference

difference eſt le Sinus verſe, & qu'elle s'étend depuis le diametre à la circonférence extérieure, au lieu que les autres diagonales n'arrivent point au diametre.

Corollaire I.

D'ou il ſuit que plus l'angle que font les côtez des Cônes S A *s*, deviendra aigu, plus la diagonale S *s*, s'éloignera du point A, & de ſon équidiſtant *x*, par conſéquent plus l'intervale *x* X ſe racourcira; c'eſt-à-dire que l'erreur du premier panneau d'enfourchement ſera plus grande; or comme cet angle S A *s*, eſt égal à ſon opoſé au ſommet G A *g*, que font entre elles les cordes inſcrites G A, & *g* A, dans les rangs de vouſſoirs verticaux qui ſe croiſent; il ſuit que plus les rangs ſeront larges, les angles qu'elles feront entre elles en A, étant plus aigus, plus auſſi il y aura d'erreur, & par un raiſonnement contraire, plus ils ſeront étroits, moins il y en aura; de ſorte que s'ils étoient infiniment étroits, la diagonale ſe confondroit avec la tangente au point A, & alors l'erreur s'évanoüiroit avec le Paralogiſme du P. Déchalles, & toute la conſtruction du Trait.

Corollaire II.

Non ſeulement les differentes largeurs des rangs de vouſſoirs, changent les angles des arcs des Couronnes, mais encore le nombre des côtez du Polygone inſcrit dans le cercle, raprochant ou éloignant la diagonale S *s*, du point A, change auſſi la grandeur de la partie commune aux deux Couronnes de cercles, parce qu'elle racourcit ou alonge les rayons G S, *g s*; d'où il ſuit que plus le nombre de ces côtez eſt grand, plus ces rayons ſont courts, parce que l'angle A C S, qui eſt la moitié de celui du Polygone, devient plus aigu, & par conſéquent la largeur des Couronnes a un plus grand raport à ſon rayon. La corde A *g*, c'eſt-à-dire la largeur du rang de vouſſoir, reſtant égale, parce qu'elle fait toujours la même angle avec le rayon A C, du Polygone de quelques nombres de côtez qu'il ſoit.

La *ſeconde raiſon* qui condamne l'ancien Trait, eſt qu'on ne peut faire ce panneau de doële d'enfourchement d'une ſeule piéce, parce que les Cônes tronquez G B, *g* D, qui ſe croiſent en A E, font un angle rentrant ſolide curviligne, qu'on peut conſiderer comme une ſuite de ceux que feroient des pyramides d'une infinité de côtez. Or nous avons démontré au 3e livre, qu'on ne peut faire le dévelopement d'un angle ſolide d'une ſeule piece, qui n'eſt pas diviſée par quelque angle rentrant, pénétrant juſqu'au ſommet de l'angle ſolide; parce que (par la 21. prop. du 11e livre d'Euclide, les angles qui compoſent un

angle ſolide ſont moindres que quatre droits ; donc il eſt impoſſible de faire d'une ſeule piece un Panneau de ſurface ſur une matiere ſi fléxible qu'on voudra, qui puiſſe ſe plier & s'adapter parfaitement à l'angle rentrant de deux Cônes qui ſe croiſent ſans être plié en double, mais ſeulement de deux moitiez égales, comme nous le faiſons dans notre nouveau Trait.

La *troiſiéme raiſon* eſt que le dévelopement de la ligne d'interſection de ces deux Cônes, ne peut pas être une ligne droite ; car ſoit que cette ligne ſoit une Ellipſe, comme nous l'avons démontré au premier livre, d'un cas pareil à celui-ci, ſoit qu'elle ſoit d'une autre ſection conique ; il eſt clair, (par ce que nous avons dit au 3e. livre du dévelopement des ſections coniques ſur la ſurface du Cône,) qu'elle ne peut être une ligne droite. Or une telle courbe ayant ſa concavité tournée du côté du ſommet S, ou *s* du Cône, elle aura ſa convéxité tournée du côté de la baſe ; donc les deux arcs opoſez ne pourront ſe réünir en une ligne droite ni courbe, mais ſeulement ſe toucher en un point, d'où elles s'écartent l'une de l'autre ; par conſéquent les deux panneaux de chaque moitié dont la projection eſt A Q E, ou A *q* E, ne peuvent être aſſemblées en ſurface plane continuë, & ſi la concavité eſt tournée vers la baſe comme aux hyperboles, elles enfermeront un eſpace hors œuvre qu'il faut retrancher de la ſurface, ſur laquelle on les aſſemblera, & qui les diviſeroit encore en deux panneaux.

Fig. 170. Enfin *la quatriéme raiſon*, qui eſt le défaut dont M. de la Ruë s'eſt aperçû, eſt que la ligne du milieu du panneau X *x*, eſt trop courte pour être couchée ſur la Sphère, depuis le point A, au point F, auquel elle répond, comme on peut le voir en élevant ſur A C, au point E, de la rencontre de la projection des Cônes tronquez, une perpendiculaire E F, ſur le rayon A C, la ligne X *x* devroit être égale à l'arc A F.

Cette inégalité ne peut ſe démontrer que pour un cas particulier, & encore en ſupoſant la rectification du cercle, parce qu'elle eſt variable. 1°. Suivant la largeur des vouſſoirs qui donne un plus grand ou un plus petit raport de l'arc A *g*, à l'arc A F, ſecondement ſuivant le nombre des côtez du Polygone inſcrit dans la Sphère, qui donne une plus grande ou une plus petite diagonale A E ; car ſi au lieu du triangle A B D, on avoit inſcrit un exagone A P B *p* D p A, on auroit eu une diagonale B *f*, beaucoup plus petite que A E, & l'arc B 1^7, auquel elle répond, auroit eu un moindre raport à B *f*, & B 1 ou A *g* ſon égale, un plus grand raport à cet arc, par conſéquent une moindre erreur.

Ainsi lorſque M. de la Ruë détermine celle de la voute de four *ſur un quarré*, d'environ un ſixiéme, (ce qui ne s'accorde cependant pas avec la figure,) il ne peut le dire que dans la ſupoſition de l'exemple

qu'il en donne, où le quart de cercle horiſontal n'eſt diviſé qu'en cinq vouſſoirs ; car s'il l'avoit été en quinze ou en dix-neuf, comme il le ſeroit pour une Voûte de 21. pieds de diametre, l'erreur diviendroit ſi peu ſenſible, que l'Apareilleur ne s'en apercevroit peut-être pas.

Il importe peu de connoître cette erreur préciſement, puiſqu'il faut rejetter ce Trait ; cependant comme il ſe peut trouver des gens curieux d'éxactitude, je vais donner le moyen de la trouver avec préciſion.

Soit l'arc A P B, ou A G D, diviſé en 9. vouſſoirs, cet arc étant le tiers du cercle, ſera de 120. dégrez, par conſéquent la 9e. partie ſera de 13 dégrez 20^l, ainſi ôtant 13^d 20^l de 180, il reſte pour l'arc G D *pr* 166^d 40^l, & pour l'angle G A C, 83^d 20^l, ou pour ſon ſuplément à deux droits 96^d 40^l, qui eſt l'angle C A S. *Fig.* 170.

Presentement, 1e. dans le triangle C A S, on connoît l'angle A C S, de 60^d ; l'angle C A S, de 96^d 40^l ; donc on connoîtra l'angle C S A, de 23^d 20^l. On connoît de plus le rayon C A, que nous ſupoſerons de 1000. parties ; ainſi on trouvera par la Trigonometrie le côté A S de 2186.

Secondement, dans le triangle A S *o*, rectangle en *o*, on connoît l'angle *o* A S, égal à ſon opoſé, au ſommet G A C, de 83^d 20^l, & ſon complément 6^d 40^l, qui eſt l'angle A S *o* ; ainſi on connoîtra le côté *o* S, de 2171, & *o* A, de 254.

Troiſiémement, il faut chercher la valeur de la corde A G, qui ſera la baſe d'un triangle iſoſcele G A C, où l'on connoît les deux angles à la baſe de 83^d 20^l, & l'angle A C G, de 13^d 20^l. On connoît de plus ſes côtez, qui ſont le rayon A C = C G ; ainſi l'on parviendra à connoître la corde A G, de 230.

Quatriémement, pour avoir le Sinus X *o*, de l'arc X R *n*, on ajoutera 230 au côté S A 2186, ce qui donnera le rayon S G de cet arc de 2416, du quarré duquel ôtant le quarré du Sinus du complément S *o* de 2171, il reſte pour le Sinus *o* X 1060 ; dont il faut retrancher *o x* = *o* A de 254, il reſtera pour la valeur de la ligne X *x* 806, *qu'il falloit premiérement trouver.*

Cinquiémement, pour comparer la longueur de cette ligne X *x* à l'arc A F, auquel elle doit s'apliquer, il faut chercher la valeur de ſa projection A E, par le moyen du triangle A G E, où l'on connoît l'angle A E G de 30^d, l'angle G A E de 83^d 20^l, par conſéquent le troiſiéme A G E de 66^d 40^l ; on connoît de plus le côté A G de 230.

Donc on parviendra à connoître A E de 422, qu'il faut ôter du rayon A C 1000, reſte 578, pour le Sinus du complément de l'arc cherché, dont on trouvera le nombre des dégrez par cette analogie, comme 1000 eſt au Sinus total, ainſi 578 eſt au Sinus de $35^d\ 19^l$, dont le complément eſt $54^d\ 41^l$.

PRESENTEMENT, il ne reſte plus qu'à rectifier cet arc d'environ 55 dégrez pour en connoître la longueur, & la comparer à la ligne trouvée X x; par l'analogie ordinaire; comme 100 eſt à 314, ainſi 2000 eſt à 6280, & enſuite comme 360, 6280 :: $54^d\ 40^l$, 952. Or nous avons trouvé X x de 806, ainſi cette ligne eſt à l'égard de l'arc ſur lequel elle doit ſe plier, comme 806, eſt à 952, où ce qui eſt la même choſe 403 à 476, aprochant comme 7 à $8\frac{1}{4}$.

PAR un ſemblable calcul, on trouvera que dans la Voute Sphérique *ſur le quarré* dont le quart de cercle horiſontal eſt diviſé en cinq parties, comme l'exemple de la Planche de M. de la Ruë, la ligne X x, ſera à ſon arc A F, comme 744, eſt à 873; ce qui eſt un peu different du raport du ſixiéme que cet Auteur a trouvé, car prenant pour 3e. terme 6. le quatriéme eſt $7\frac{15}{111}$.

SI l'on veut ſe contenter de trouver cette erreur ſur la figure du Trait, il n'y a qu'à rectifier l'arc A F, le porter en A z, & continuer l'arc X G, en Y; l'intervale Y Z, eſt la longueur qui manque au milieu du panneau X x, parce que la ligne S o, étant perpendiculaire ſur X Y, o X, eſt égal à o Y, & $o\,x = o$ A, donc A Y $= x$ X, cette maniére eſt plus exacte qne de porter l'arc ſur X x, parce que l'origine x, eſt moins ſenſiblement déterminée.

REMARQUE.

IL faut obſerver ici, qu'à examiner le Trait dans la rigueur Géométrique, la ligne X x, ou la notre A e^d du vrai panneau doit encore être plus courte, que celle du dévelopement de l'arc A F de la Sphère, parce que cette ligne eſt le dévelopement de l'Ellipſe d'interſection des deux Cônes tronquez A S N, A s N, laquelle eſt toute dans le cercle depuis le point A, juſqu'au point F, marqué e^f dans la fig. 175, au deſſous, lequel point F, eſt l'interſection des Cônes tronquez inſcrits dans la Sphère.

POUR le démontrer, ſoit A 2^b N l'Ellipſe d'interſection de ces Cônes, & A $e^f p$ le demi cerche majeur de la Sphère, qui coupe cette Ellipſe au point e^f. Ayant pris à volonté des points v & u, ſur A N, & élevé ſur ces points des perpendiculaires $v\,z$ u Z, elles couperont le cercle & l'Ellipſe, l'un en y en dedans, l'autre en z au dehors.

Par une des propriétez de l'Ellipſe, on aura A E N. A *u* N :: $\overline{E x}^2$. $\overline{u Y}^2$, mais $\overline{E x}^2$ = A E × E *p*, par la nature du cercle ; donc A E × E N. A *u* × *u p* :: A *u* × *u n*. $\overline{u Y}^2$, & A E × E *p*. A *u* × *u p* :: $\overline{E x}^2$. $\overline{u z}^2$, par la propriété du cercle ; or le raport de *p u* à *u* A, eſt plus grand que celui de *n u* à *u* A ; donc le raport de *u z* à E *x*, eſt plus grand que celui de *u* Y à E *x*, donc *u* Y eſt plus petit que *u z*, par conſéquent tous les points de l'Ellipſe, ſont au dedans du cercle, donc l'arc Elliptique A *y x*, eſt plus court que l'arc circulaire A *x*, *ce qu'il falloit démontrer.*

De la Seconde eſpece de Variation des Joins, inverſe de la précédente.

En termes de l'Art,

Des Voutes Sphériques faiſant le Plan d'une Voute d'Arête.

Ce qu'on apelle *Voute Sphérique, faiſant le plan d'une Voute d'arête*, n'eſt qu'un renverſement de la diſpoſition des joins des Voutes Sphériques fermées en Polygones. Dans celle-ci, fig. 176 & 177, l'ouverture des angles du Polygonne eſt diſpoſée du centre C, à la circonférence du cercle horiſontal, ou ce qui eſt la même choſe, du Pôle de l'horiſon à ce cercle de baſe, comme on peut le voir à la fig. 177 en perſpective, coupée à moitié dans ſon élevation ; & dans les Voutes Sphériques fermées en Polygone, les joins de lit ſont diſpoſez de la circonférence au centre ; non que dans l'une ou dans l'autre les angles des enfourchemens, ſoient tous au centre ou à la circonférence ; mais dans une ſituation parallele à ceux qui ſont au centre, ou à la circonférence. Ainſi dans cette eſpece de Voute, les enfourchemens dont la ſituation étoit d'avoir la pointe en bas, & les branches en haut, ſont au contraire tournez la pointe en haut & les branches en bas, ce qui ne change en rien la conſtruction que l'on a donné dans les articles précedens, puiſqu'il ne s'agit que de la renverſer.

D'ou il ſuit que l'on peut exécuter ces ſortes de Voutes de trois maniéres, comme celles qui ſont fermées en Polygone, ſçavoir.

1°. Ou par l'inſcription des arcs qui forment les côtez des Vouſſoirs dans un ſegment de Sphère, ſi la Voute eſt parfaitement Sphérique.

2°. Ou par les panneaux des Cônes tronquez dévelopez.

3°. Ou par la réduction de la Sphère en Polyëdre, c'eſt-à-dire par les panneaux de doële plate.

Il ſuit ſecondement, qu'en ſuivant la méthode des Auteurs qui en ont

écrit, parmi leſquels M. de la Ruë n'eſt pas compris, parce qu'il n'a pas parlé de cette eſpéce de Voute, on trouvera les mêmes erreurs pour les panneaux d'enfourchemens qu'on a expoſez en parlant des Voutes Sphériques fermées en Polygone, mais en ſens contraire ; car au lieu que dans celle ci le panneau étoit trop court, dans les Voutes Sphériques faiſant le plan des Voutes d'arête, ces panneaux ſe trouvent trop longs d'une ſamblable quantité ; ce qui eſt bien ſenſible, puiſque c'eſt
Fig. 176. la même conſtruction renverſée. Ainſi fig. 176., l'intervale b^4 P de la ligne du milieu, eſt plus court que R P trouvé ſuivant l'ancienne méthode, par l'interſection de l'arc L R, tiré du centre S, & de la diagonale G R, du Polygone qui eſt ici un Pentagone A D E G 5.

On pourroit ſe diſpenſer d'entrer dans le détail de cette conſtruction en renvoyant le Lecteur à la précédente qu'il ne s'agit que de renverſer, mais crainte de me rendre obſcur en affectant d'être concis, je vais l'expoſer au long, parce que l'une ſervira d'explication à l'autre.

Fig. 176. Soit pour exemple (fig. 176.) le cercle horiſontal A K B F, qui eſt la baſe ou l'impoſte de la Voute Sphérique dont on veut diſpoſer les joins, en ſorte que leur direction projetée, ſoit telle que le ſeroit celle d'une Voute de cinq arêtes. Ayant diviſé ſa circonférence en cinq parties égales aux points A, D, E, G, 5, on tirera par ces points & par le centre C, autant de diagonales A B, D F, E *g*, G P, 5 K, dont une moitié D C, A C, E C, &c. donnera la direction du milieu des joins de lit qui ſe trouvent dans les ſecteurs P C K, P C *g*, *g* C F, &c. & l'autre moitié du diametre donnera la diagonale de tous les angles d'enfourchement, comme P C, C *g*, C F, &c.

On diviſera enſuite chaque cinquiéme partie de la circonférence, comme P K, K B, &c. en autant de parties égales qu'on voudra avoir de Vouſſoirs, leſquelles doivent être en nombre impair, afin qu'il y en ait une au milieu, comme P *g*, en L, M, N, O, *g*, en ſorte que l'intervale M N, donne un rang de Vouſſoirs, dont le milieu ſoit ſuivant le rayon A C, qui diviſe l'arc P *g*, en deux également, afin qu'il y ait cinq rangs de Vouſſoirs qui ſe croiſent en C, d'où ils partent en forme de rayons d'étoile.

Le plan horiſontal étant ainſi tracé comme on voit dans la figure, on ſe déterminera au choix de la méthode, dont on veut ſe ſervir pour l'apareil.

Premiere Méthode.

Si la Voute eſt parfaitement Sphérique, on peut l'exécuter *par l'inſcription* des arcs de cercles, qui forment les côtez des Vouſſoirs d'en-

UNIV. OF MICH.

fourchement dans des ſegmens de Sphère, comme nous l'avons dit des Voutes fermées en Polygone. Il ne s'agit que de les chercher, en prolongeant les lignes droites de la projection, juſqu'à ce qu'elles coupent la circonférence de part & d'autre, & donnent par ce moyen leur diametre.

Ainſi pour avoir l'arc L 4, dont L H eſt la projection, on prolongera L H juſqu'en *l l*, & ayant diviſé L *l l* en deux également, en $\frac{1}{2}$, on fera au deſſus ou au deſſous de L H un arc indéfini, puis on élevera ſur L H une perpendiculaire H 4, au point H qui coupera cet arc au point 4, l'arc L 4 ſera celui d'un des côtez du Vouſſoir, & la valeur de la projection du côté L H, égal à H X; de même pour trouver l'arc du milieu de l'enfourchement, dont la projection eſt P H, on élevera en H, une perpendiculaire H Q, ſur le rayon H C, l'arc P D Q ſera celui du milieu que l'on cherche. On a auſſi dans l'horiſon l'arc L P X; ainſi par le moyen de leurs cordes on inſcrira ces arcs dans un ſegment de Sphère préparé, comme nous l'avons dit, pour y tracer le Vouſſoir du premier enfourchement, les ſuivans ſe trouveront de même.

Seconde Méthode, *par Panneaux fléxibles.*

Ayant diviſé l'arc L 4, formé comme il a été dit ci-devant, ſur le diametre L *l l*, en autant de parties égales qu'on voudra avoir de points au contour du Panneau d'enfourchement, on prolongera la corde L P, juſqu'à ce qu'elle rencontre la perpendiculaire C S, ſur le milieu du diametre L *l l*, au point S, où ſera le ſommet du Cône tronqué, dont L P eſt une partie de côté. De ce point S pour centre, & S L pour rayon, on décrira un arc L R, ſur lequel on portera les parties de l'arc L 4 ſucceſſivement, pour y avoir une même longueur de contour L b^4.

On tracera enſuite la courbe b^4 P du milieu de l'enfourchement, de la même maniére qu'on a tracé celle du premier Vouſſoir de la Voute Sphérique précédente fermée en triangle, en menant *premiérement* des perpendiculaires ſur L H, par les diviſions 1, 2, 3, 4 de l'arc L 4, qui tomberont ſur L H aux points *t* & T. *Secondement* par ces points *t* & T, des lignes droites au point S, qui couperont P H aux points *u* v. *Troiſiémement* par ces points *u* & v, des paralleles à L H, qui couperont la corde P L aux points *o n*. *Quatriémement* par ces points & du point S pour centre, on décrira des arcs indéfinis *o* 5, *n* 6, &c. dont les longueurs ſeront déterminées aux points 5, 6, & 7, par les interſections des lignes droites tirées des diviſions de l'arc L b^4, au point S, la ligne menée par les points b^4, 5, 6, 7, P, ſera le côté du demi panneau d'enfourchement, qui doit être apliqué au milieu du premier Vouſſoir, com-

me en P *b*, de la fig. 178. dans un angle rentrant de deux portions de Cônes tronquez qui ſe pénetrent, comme il a été dit au Trait précédent. Les Vouſſoirs ſuivant au deſſus ſe feront de même.

REMARQUE.

Il faut cependant remarquer dans cette méthode, que l'on ne peut faire des panneaux de doëles des rangs de Vouſſoirs qui ſont ſur les rayons A C, D C, E C, &c. parce que les cordes de l'arc M N, & de ſes ſemblables étant paralleles à la ligne C S, qui eſt l'axe commun des Cônes tronquez établis ſur les cercles, dont L H & M I ſont les projections d'une partie de leurs baſes, ces cordes, dis-je, ne peuvent rencontrer un tel axe, de ſorte que tous les rangs de Vouſſoirs, depuis l'impoſte juqu'au ſommet de la Voute repréſenté par le point C en projection, doivent être ébauchez comme des portions de Berceaux, & non pas de Cône, comme les autres Vouſſoirs faits ſuivant ce ſyſtême des Cônes tronquez inſcrits dans la Sphère, & enſuite creuſez en portions de Sphère, comme les rangs verticaux des Voutes Sphériques ſimples, où il n'y a pas de changement de direction des joins, à moins que l'on ne voulût diviſer la doële en deux portions de Cônes, tournez en ſens contraire, ce qui feroit ſe donner inutilement du travail, & s'amuſer à la bagatelle.

Troiſiéme Méthode, *par Panneaux de Doële plate.*

On formera un triangle iſoſcele avec trois côtez donnez, ſçavoir la corde L X, de l'arc horiſontal L P X, & les deux cordes égales à
Fig. 176. L 4, de l'arc vertical L 2 4, dont L H & X H ſont les projections, ce triangle repréſenté en L *b x*, de la fig. 178, ſera la doële plate du premier Vouſſoir d'enfourchement.

On cherchera enſuite le biveau de doële plate & du plan vertical, paſſant par chaque joint montant, en ſupoſant à peu près comme au Trait précédent, une pyramide triangulaire L p^b *x* H, dans le vuide de la Voute, mais en ſituation naturelle, la baſe en bas & la pointe en haut, au lieu qu'à ce Trait elle étoit renverſée. Ainſi ayant ajoûté de part & d'autre du triangle *l b x*, de la fig. 178, les triangles égaux A *l b*, *a x b* formez ſur ſes côtez, par l'interſection des lignes priſes pour rayons, & des points *l* & *b*, *x* & *b* pour centres, à la fig. 179. en L H & L 4, on trouvera par la même pratique l'angle E Y D, de la fig. 179, dont le ſuplément E D *u* eſt celui que l'on cherche, par le moyen duquel on aura la coupe *l x* X, de la fig. 178, qui réſultera de l'angle du plan vertical paſſant par H *x*, & du plan incliné de la doële plate L *b x*, qui eſt en ſurplomb ſur la baſe de ſupoſition L p^b *x*.

L'Aplication

L'Aplication du Trait ſera facile, ayant dreſſé un parement pour y apliquer le Panneau triangulaire de doële plate, on abattra la pierre pour former les joins montans avec le biveau E D *u*, de la fig. 179, & avec le biveau formé ſur l'angle Q z R, de la fig. 176, où l'on ſupoſe le point z au milieu de la corde L X, en dedans du point P, qu'on a ſupoſé ci-devant à la circonférence avec ce biveau poſé perpendiculairement ſur le côté L *x*, de la fig. 178, on abattra la pierre pour former le lit de deſſous.

Les Vouſſoirs d'enfourchemens qui doivent ſe poſer au deſſus ſe feront de même, avec cette difference, qu'on ajoûtera une partie de longueur au-deſſous de l'angle rentrant, pour avoir une partie de la naiſſance des branches qui ſont ici renverſées du haut en bas, au lieu qu'au Trait précédent elles s'ouvroient du bas en haut.

Les ſurfaces des joins montans étant faites, on y apliquera les cerches des arcs dont les arêtes de la doële plate ſont les cordes, qui ſont à la fig. 176; les arcs L 2 4, pour le joint *l z h*, de la fig. 178, & L P X, de la fig. 176, pour le lit L P *x*, de la fig. 178.

On trouvera auſſi la cerche du milieu de la doële, à la fig. 176, ſur l'arc P D Q, qui eſt déterminé par la droite H Q, perpendiculaire ſur le rayon P C, d'un cercle majeur paſſant par le point P, où eſt le milieu de la baſe horiſontale du Vouſſoir L X, & par le point H, où eſt le ſommet de la doële plate, repréſenté en L *h x*, de la fig. 178.

Le reſte s'achevera comme aux Voutes Sphériques à joins ſimples, en formant les lits & têtes par le moyen des biveaux de doële creuſe, & de lit ou de tête.

Pour donner une juſte idée de l'impoſſibilité du dévelopement des Panneaux d'enfourchement de cette Voute, comme à la précedente, ſuivant *l'ancien Trait*, nous avons tracé une partie du panneau A I z *h* L, dans la place où le Trait le donne, en $I^2\ b\ b^2\ l^2\ m^2$, que nous avons diſtingué par une hachure d'une moitié de ce panneau, laquelle anticipe ſur celle qui ne l'eſt pas $I'\ b^2\ x^2\ y^2$, d'une quantité exprimée par la ſaillie de l'arc $I^2\ b\ b^2$, & comme l'autre moitié avance autant ſur celle qui eſt hachée en *d*, il ſuit que la partie en fuſeau $I^2\ b\ b^2\ d$, eſt commune aux deux moitiez de panneau, par conſéquent double; donc il eſt impoſſible d'exprimer ce dévelopement par une ſurface ſimple, qui puiſſe s'étendre ſur une ſurface plane.

USAGE.

Cette diſpoſition des joins des Voutes Sphériques, ſe met rarement

en pratique dans toute la ſurface, mais elle eſt très commune vers le ſommet dans toutes les Rotondes décorées de Colomnes ou de Pilaſtres, dont la ſaillie eſt ordinairement en partie continuée dans la Voute, par des Arcs doubleaux, qui vont ſe réünir tantôt à la clef, tantôt à une bordure, qui renferme une Calotte, comme aux Chapelles du Dôme des Invalides à Paris, & ailleurs.

DES VOUTES SPHERIQUES, INCOMPLETES ET TRONQUE'ES.

Toutes les Voutes en cul-de-four, qui ſont moindres qu'un Hémiſphère, ou Hémiſphéroïde, peuvent être apellées *Incompletes*, cependant je crois devoir en diſtinguer de deux ſortes.

Les unes que j'apelle *Incompletes ouvertes*, ſont celles qui n'ont pour apui qu'un arc horiſontal moindre que le cercle, & au reſte ſe ſoûtiennent en l'air par l'art de leur apareil, ou ſur une face comme les *Niches*, ou ſur deux ou pluſieurs, comme les *Trompes Sphériques*.

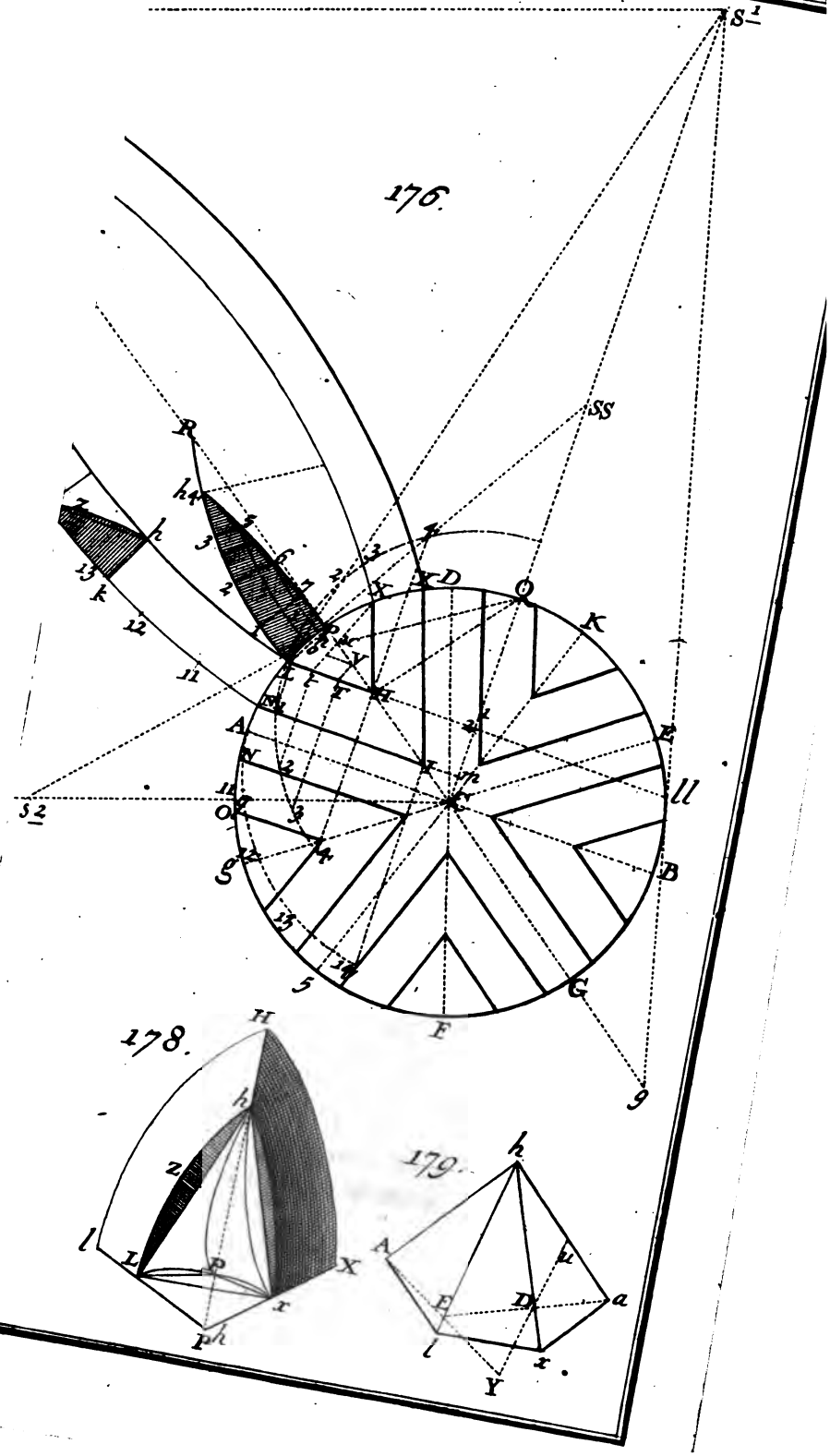
Les autres que j'apelle *Tronquées*, ſont celles qui ont peu ou point de baſe horiſontale, mais qui ſont ſoutenuës par des murs en ligne droite, qui retranchent à chaque pan un demi ſegment de Sphère, tels ſont les *Culs-de-fours en pandantif, ſur un quarré ou ſur un Polygone quelconque*, dont les apuis de naiſſance ne ſont ordinairement que ſur les ſommets de leurs angles.

La difference de l'arrangement des joins de lit des Voutes Sphériques, décide des differentes manieres dont on peut retrancher quelque partie de l'Hémiſphère, ſans alterer la ſolidité au point qu'elle ne puiſſe plus ſubſiſter, la raiſon eſt bien ſenſible, puiſque cet arrangement change l'apui des rangs de Vouſſoirs, & la direction de leur *Pouſſée*, d'où il ſuit:

1°. Que lorſque les rangs de Vouſſoirs ſont horiſontaux, & leurs lits aſſez en pente pour gliſſer, on ne peut rien retrancher de chacun ſans les détruire, parce qu'en interrompant la continuité, l'effort qu'ils font en ce ſens pouſſant au vuide, ils doivent s'écarter & tomber.

2°. Lorsque les rangs ſont verticaux, & de largeur uniforme, on peut les élever juſqu'environ à 25. dégrez de hauteur, parce que le frotement des lits peu inclinez les ſoûtient, mais environ à 30. dégrez ils coulent, & ne peuvent être retenus qu'en leur ſubſtituant un apui.

3°. Lorsque les rangs ſont inclinez vers un pôle horiſontal, & d'épaiſſeur inégale en fuſeau, tendant à ce pôle, on peut les élever juſqu'au quart de cercle, mais on ne peut rien retrancher des parties inférieu-


176.
S 1
S 2
SS
R
h
k
D
Q
K
A
E
ll
B
G
F
9
178.
H
h
z
l
L
P
X
x
Ph
179.
h
A
u
a
D
l
x
Y

res, ni latérales ; cependant ſi l'on conſidere la rélation que les rangs de Vouſſoirs ont entr'eux dans une même Voute, on reconnoîtra que l'on peut quelquefois retrancher beaucoup de l'Hémiſphère ſans les détruire, & qu'en leur ſubſtituant des apuis de murs, on peut les tronquer tout comme l'on voudra.

On conçoit facilement qu'on peut retrancher des rangs de Vouſſoirs tous entiers, lorſqu'ils ne ſervent pas d'apui à un autre rang ; ainſi dans les arrangemens horiſontaux, on peut retrancher autant de rangs que l'on veut, à commencer à la Clef qui eſt au pôle de l'horiſon, parce que chaque rang ſe contient lui-même dans l'effort qu'il fait horiſontalement pour s'écarter, c'eſt-à-dire, en termes de l'Art, qu'il *fait Clef*, & qu'il eſt ſoûtenu par l'inférieur ſuivant l'effort qu'il fait verticalement ; ainſi d'une Voute Sphérique à rangs de niveau, on peut élever autant de rangs & ſi peu que l'on veut, ſans achever la Voute.

Secondement, des rangs à plomb, on peut en faire des complets, ſi peu & autant que l'on veut juſqu'à la Clef de la Voute, c'eſt-à-dire, depuis le pôle horiſontal juſqu'à l'équateur, où eſt le ſommet de la Sphère ; mais on ne peut aller au-delà.

Troiſiémement, des rangs inclinez à l'horiſon, qui aboutiſſent à deux pôles opoſez de niveau, & qui diminuent en côtes de Melon, on peut comme aux verticaux en élever juſqu'aux pôles de l'horiſon, lorſqu'ils ſont entiers ; je veux dire, lorſqu'ils vont d'un pôle de leurs cercles à l'autre, comme l'on conçoit les Méridiens dans la Sphère du monde Droite, dont l'équateur devient un cercle vertical, & dans ce ſens on peut en élever ſi peu que l'on veut, parce que chaque rang a ſon apui ſur les inférieurs collatéraux.

Dans cette troiſiéme eſpece d'arrangement de rangs de Vouſſoirs inclinez à l'horiſon, on peut encore faire des retranchemens de leurs parties, depuis l'équateur juſqu'aux pôles ; de ſorte qu'on peut conſerver le même arrangement, & ne faire qu'un quart de Sphère, ou moins ſi l'on veut, parce que les apuis ont leurs directions au pôle qui eſt à la baſe horiſontale.

Ces quatre circonſtances ſont les ſeules où l'on peut faire des Voutes Sphériques incompletes, c'eſt-à-dire, moindres que l'Hémiſphère, & ouvertes.

Mais en leur donnant des apuis de murs de force ſuffiſante pour réſiſter à leur pouſſée, on peut les *tronquer* d'autant de façons que l'on voudra ; d'où il réſulte qu'on peut établir une Voute Sphérique ſur une enceinte de murs droits, diſpoſez entr'eux en forme de tel Po-

lygone que l'on voudra. Nous nous arrêterons aux trois arrangemens de Vouſſoirs qui conviennent la mieux aux réguliers, pour que la direction de leurs joins y faſſent une agréable ſimétrie, après que nous aurons traité des Voutes Sphériques incompletes.

Des incompletes ouvertes.

La premiere eſt celle qui eſt faite par rangs de Vouſſoirs, dont les lits ſont plans & horiſontaux, au lieu d'être inclinez & coniques, ce qu'on apelle *en tas de charge*, elle ne peut être miſe en uſage que pour des petites niches; & parce qu'il n'y a point d'Art dans ſon apa-
Fig. 185. reil nous n'en ferons pas mention, nous avertirons ſeulement qu'on fait un peu de coupe vers le ſommet, parce que les arêtes y deviennent trop aiguës, & par conſéquent caſſantes. Cette diſpoſition de joins n'eſt pas agréable à la vûë, par ce qu'elle n'eſt pas naturelle, on en peut voir l'effet, fig. 185.

PROBLEME XVIII.

Faire une Voute Sphérique, ou Sphéroïde incomplete.

Ce Problême comprend trois cas. 1°. Lorſque la diſpoſition des joins
Fig. 182. continus eſt en demi-cercles verticaux paralleles à l'équateur, en ſorte
& 183. que leur pôle commun ſoit au milieu de la portion du cercle horiſontal de l'impoſte.

2°. Lorsque l'arrangement des rangs de Vouſſoirs eſt en côte de Melon,
Fig. 180. comme les intervales des Méridiens dans la Sphère armillaire; en ſorte que leur commune interſection qui eſt au pôle de l'équateur, par lequel on ſupoſe la Sphère coupée, ou par un de ſes paralleles, ſoit au milieu de l'arc horiſontal de l'impoſte, comme au cas précédent.

Fig. 186. 3°. Lorsque les Vouſſoirs étant ararngez de la même manière, la Sphère n'eſt pas coupée comme dans les deux cas précédens, perpendiculairement à ſon axe, mais obliquement par deux ou pluſieurs plans verticaux, ou ſi l'on veut inclinez à l'horiſon en talud, pourvû que l'angle des plans latéraux, ne faſſent pas un angle plus aigu que celui de 45. dégrez avec l'axe meſuré horiſontalement, parce qu'au deſſous, les clavaux pouſſeroient trop au vuide.

PREMIER CAS.

Où les joins continus des rangs de Vouſſoirs, ſont des *cercles verticaux perpendiculaires à l'axe de la Sphère, dont le pôle eſt au milieu de l'arc de l'impoſte.*

En termes de l'Art,

Trompe en Niche droite pardevant, par rangs de Voussoirs paralleles à la face.

Ce premier Cas ne demande point de construction particuliére, puisque ce n'est que la moitié, ou moins si l'on veut d'une Voute de rangs verticaux, ou d'une Voute Sphérique ordinaire, dont les joins de lit sont changez en joins de tête; comme on peut voir à la figure 182, qui en est le plan horisontal, & 183 la vûë en perspective.

SECOND CAS.

Où les joins continus des rangs de Voussoir sont inclinez à l'horison, comme autant de Méridiens de la Sphère Droite, coupée par son équateur.

En termes de l'Art,

Trompe en Niche & en Coquille.

Soit (fig. 181.) le demi cercle A P B, le plan horisontal de la Niche à son impoſte, dont le centre est C, on fera l'autre demi cercle A H B, pour l'élevation verticale de la Niche, quoiqu'il soit renversé ici du haut en bas, ce qui revient au même, comme nous l'avons fait observer dans les Principes du Dessein, au 3e. livre. On divisera sa circonférence en autant de parties égales qu'on voudra avoir de Voussoirs, comme ici en cinq, aux poiñts A, 1, 2, 3, 4, B; par lesquels on tirera, à l'ordinaire, des perpendiculaires sur son diametre A B, pour en avoir les projections en 1', 2', 3', 4', par lesquelles & par le point P, milieu du demi cercle A P B, où est un pôle de la Sphère, on fera passer autant de quarts d'Ellipses (par le Problême VII. du 2e. livre,) dont les deux axes sont donnez, sçavoir P H, commun à toutes les Ellipses pour grand axe, & 1' C, 2' C, pour les deux autres demi-axes, ces Ellipses seront les projections horisontales des cercles majeurs inclinez à l'horison, qui sont les joins de lit de la Niche. Fig. 180. & 181.

Cependant comme l'on n'a besoin pour la construction, que d'un point ou deux de chacune de ces Ellipses, on peut s'épargner la peine de les tracer, supoſé qu'il ne s'agisse que d'une Niche qu'on fait ordinairement, d'une ou deux piéces par chaque rang; car s'il s'agissoit

d'une plus grande Voute, comme pourroit être le Chevet de quelque Chapelle, il faudroit tracer les quarts d'Ellipſes dans tout l'intervale de la ligne de face au pôle.

Pour trouver les points de la projection Elliptique des joins de lit à la jonction d'un Vouſſoir à ſon trompillon, ou à un ſecond Vouſſoir, entre celui du devant & le trompillon, on menera par le point D, pris à volonté ſuivant l'éxigence de l'apareil, la ligne D E parallele à A B, ſur laquelle comme diametre, ayant fait le demi cercle D *b* E, en haut ou en bas, il n'importe, & l'ayant diviſé en même nombre de parties égales que le demi cercle A H B, ſi l'on abaiſſe par les diviſions des perpendiculaires ſur D E, elles donneront les points $1'$, $2'$, qui ſeront aux projections Elliptiques des joins de lit ſur le plan horiſontal, par leſquels & par les points correſpondans ſur A B, on menera des lignes droites indéfinies 1^p, $1'$, 2^p, $2'$, qu'on prolongera juſqu'à leur interſection avec la ligne du milieu C P, prolongée en S.

Par ce moyen on réduira la portion de Sphère A D E B, en portion de pyramide tronquée inſcrite à l'Hémiſphère, dont l'axe C S, eſt commun à la Sphère dans la partie C P, les cinq côtez de cette pyramide tronquée, ſeront autant de doëles plates des Vouſſoirs, deſquelles il faut tracer les ſurfaces.

Si les diviſions des Vouſſoirs ſont égales, il eſt clair que toutes les doëles le ſeront auſſi, en ce cas un panneau ſervira pour toutes.

Fig. 184. Ayant tracé à part, fig. 184, une ligne $3'\ 4$, on lui fera une perpendiculaire M *m*, puis ayant pris la moitié de la corde de l'arc de tête du Vouſſoir qu'on veut faire, par exemple 1^3, 1^4, fig. 181, on la portera de part & d'autre du point *m*, de la fig. 181, en 1^3, 1^4, & la moitié de la corde $3'\ 4$, de la fig. 184, qu'on portera en *m* 3, & *m* 4, de la fig. 184. Par les points $3'\ 4$, on menera des lignes $3'\ 3^6$, $4'\ 4^6$ paralleleles à *m* M, & des points 1^3, 1^4 pour centres, & pour rayon l'intervale de la corde A D ou E B, on fera des arcs de cercles qui couperont les lignes $3'\ 3^6$, $4'\ 4^6$ aux points 3^6, 4^6, par leſquels on menera des lignes $3^6.\ 1^3$, $4^6.\ 1^4$, & $3^6.\ 4^6$, le trapeze $1^3.\ 3^6.\ 4^6.\ 1^4$, ſera la doële plate que l'on cherche.

Les panneaux de lit ſeront tous égaux à celui de l'impoſte O B E N, ſoit que les diviſions des têtes des Vouſſoirs ſoient égales ou inégales entr'elles dans l'intervale A B E D.

Les *biveaux de lit & de doële* ſe trouveront par la maniere génerale, on prolongera la corde $3'\ 4$, juſqu'à la rencontre du diametre A B en O,

la ligne tirée de O en S ſera la ſection de la doële plate avec l'horiſon, on en uſera de même pour les autres Vouſſoirs, excepté pour la Clef dont la ſection avec l'horiſon ſera la ligne *x* S v, parallele à la corde 2' 3.

L'INTERSECTION des plans des lits prolongez avec l'horiſon ſera comme dans les Voutes coniques, à l'axe P C H, où ils tendent tous par la direction des joins de tête ; avec ces deux lignes & les projections des joins de lit, on trouvera l'angle des plans qui eſt le biveau demandé.

ON élevera ſur le point 3', la perpendiculaire 3' 3'', ſur la projection 3' 3' S, qu'on fera égale à la hauteur 3' 3, & ayant tiré 3' S, on lui fera la perpendiculaire 3' K, qui coupera S 3' prolongée en K, par où on menera la perpendiculaire F G, qui coupera l'axe P C en F, & S O prolongée en G ; ſur S K prolongée, on prendra K *x* égal à K 3'', on menera F Y & *x*G, le ſuplément à deux Droits de l'angle F *x* G, donnera le biveau Y *x* L que l'on cherche.

ON trouvera auſſi le biveau de la doële & de tête, comme aux Voutes coniques ; ainſi ayant formé un morceau de Pyramide tronquée, on apliquera ſur les plans des faces, les arcs de tête & de trompillon s'il eſt vertical, & ſur les plans des lits, les arcs des Méridiens A D, B E, & l'on aura ce qui eſt néceſſaire pour creuſer la doële Sphérique exactement.

L'Aplication de ce Trait ſur la Pierre n'a aucune difficulté, non plus que ſa démonſtration, dans laquelle il y a ſeulement une obſervation à faire ſur la difference de cette eſpece de Voute avec les autres Sphériques ; c'eſt que les joins de lit ſont plans & non pas coniques, parce qu'ils ſont tous des cercles majeurs, dont le plan paſſe néceſſairement par l'axe de la Sphère, au lieu que dans les autres eſpeces de Voutes Sphériques, le plan du cercle du joint de l'extrados, & celui de la doële correſpondant, ne ſont pas dans un même plan, mais à la ſurface d'un Cône tronqué, comme nous l'avons dit, il n'y a dans celle-cy de joint conique que celui qui ſe fait à la tête du Vouſſoir qui joint le trompillon, encore pourroit-il être plan, ſi les arêtes ne devenoient pas trop aiguës, comme on le voit par l'angle mixte I E R ; il convient mieux de les faire ſuivant la coupe naturelle I E N, qui les rend droites, & la ſurface conique.

IL n'eſt pas néceſſaire de dire pourquoi on fait un ſegment de Sphère au pôle qu'on apelle trompillon comme aux Voutes coniques, puiſqu'il eſt viſible que c'eſt par la même raiſon que les angles deviendroient trop aigus. Ces lits en joins coniques tant au trompillon qu'aux Vouſſoirs, ſe feront comme aux Voutes Sphériques ordinaires, en abat-

tant la Pierre ſuivant le biveau mixte I E N ou P E N, qui eſt le même au trompillon & au reſte de la doële.

Remarque ſur cette Conſtruction.

L'AVANTAGE de cette conſtruction ſur celle des Auteurs qui ont écrit de la Coupe des Pierres., conſiſte en ce qu'elle s'aplique également aux Sphéroïdes, comme à la Sphère ; la ſeule difference qu'il y a, c'eſt que les biveaux de la doële plate avec les plans des lits, ou des têtes dans les Voutes ſurhauſſées ou ſurbaiſſées, ne peuvent ſervir que pour les deux Vouſſoirs collateraux correſpondans, ce qui ne fait aucun changement à la conſtruction ; mais qui augmente ſeulement le nombre des opérations ; c'eſt pourquoi nous n'avons pas jugé néceſſaire d'en donner des exemples particulieres.

A l'égard de l'aplication des cerches pour l'excavation de la doële Sphéroïde, il faut toujours avoir attention à ſituer leurs plans dans la doële, comme les Ellipſes d'où elles ſont tirées ſont ſituées dans le Sphéroïde, ou ſi elles ſont circulaires, comme elles peuvent l'être, dans le ſens qu'elles ſont perpendiculaires à l'axe du Sphéroïde & qu'on veüille opérer avec juſteſſe, il faut les ſituer par le moyen des biveaux mixtes, formez ſuivant la perpendiculaire à la tangente, comme I E N l'eſt dans la Sphère.

TROISIE'ME CAS.

Des Voutes Sphériques incompletes, dont les joins ſont inclinez à l'horiſon, comme à la précédente, mais qui ſont une partie moindre qu'un quart de Sphère, *dont les faces ſont dans deux plans qui ſont un angle ſaillant.*

En termes de l'Art,

De la Trompe Sphérique ſur le Coin,
ou
De la Trompe ſur le Coin & en Niche.

Fig. 187. SOIT (fig. 187.) l'angle ſaillant A C B, qu'on apelle en Architecture un Coin, dans lequel on veut faire un renfoncement Sphérique, qui ſoutienne l'encognure de cet angle. Ayant diviſé l'angle A C B, en deux également, par la diagonale P C, du point C pour centre, & de l'intervale C A, pris à volonté, on décrira l'arc de cercle A P B, qui ſera le plan horiſontal de la Trompe à ſon impoſte, & dont le milieu P ſera le Pôle, ou le centre du trompillon.

Du

Du même point C, & de l'intervale C A ou C B, on décrira un quart de cercle B 2 H, qui repréſentera l'élevation d'une des deux faces de la Trompe, que l'on diviſera en autant de parties que l'on voudra avoir de Vouſſoirs, comme en trois & demie, aux points 1, 2, 3, H, mettant une demie pour la moitié de la Clef. De chacune du ces diviſions on abaiſſera, à l'ordinaire, les aplombs $1\,p^1$, $2\,p^2$, 3 F pour avoir les projections de ces diviſions ſur le rayon horiſontal C B, & par ces points de projection donnez & l'axe commun P p double de P C, on fera paſſer des Ellipſes P L F, P N I, P p^1. par le Problême VI. du 2$^{e.}$ livre, qui ſeront les projections horiſontales des joins de lit depuis la face juſqu'au pôle P, on les tracera auſſi ſi l'on veut, de l'autre côté dans le Secteur A C P; comme dans ſon Collatéral C P B; enſuite on réduira la ſurface Sphérique en Pyramide tronquée, comme nous avons fait à la conſtruction précédente pour chercher la doële plate, en ſupoſant autant de ſections circulaires perpendiculaires à l'axe P C, qu'on aura de Vouſſoirs.

Par exemple, pour le troiſiéme Vouſſoir dont la projection eſt F P p^2; on tirera par le point F, la perpendiculaire G K, ſur l'axe C P, laquelle coupera le cercle majeur de la Sphère A P B p, en K. Du point G pour centre, & pour rayon G K, on décrira un quart de cercle K i g, dans lequel on menera F f parallele à G g, & par la rencontre I de l'arc Elliptique P N p^2, avec la ligne G H, on menera I i parallele à F f, ou ce qui eſt la même choſe à l'axe P g.

Il faut enſuite déterminer la tête du Vouſſoir du côté du trompillon. Par le point D, pris à volonté ſur l'arc horiſontal D P, pour terme du trompillon D P E, on menera D E, perpendiculaire à P C, par conſéquent parallele à G K, ſur laquelle, comme diametre, on décrira le demi cercle D b E, dont les diviſions ſe trouveront en tirant par les points L & N d'interſections de ce diametre, avec les arcs Elliptiques P L F, P N I, les perpendiculaires L l, N n, ſur D E, qui couperont ce demi cercle aux points l & n, & l'on aura toutes les lignes néceſſaires pour trouver le panneau de la doële plate comme il ſuit.

Ayant tiré du point N en I, la corde N I, on la tranſportera à part, (à la fig. 189.) en N I, & ſa diviſion au point Q, faite par l'interſection de la ligne C B, projection d'une face de la Trompe. Enſuite on élevera à chacune de ces extrémitez & de ſa diviſion en Q, une perpendiculaire, faiſant N n, égale à l'ordonnée N n du demi cercle D b E, de la fig. 187, & I i égale auſſi à I i de la même figure. On tirera n i, qui coupera l'indéfinie Q q au point q, la ligne n i ſera la corde de l'arc que le joint forme dans la Sphère, laquelle corde

étoit racourcie par la projection en N I, on la prendra pour un des côtez du panneau, pour trouver les autres.

Fig. 188. On fera à part, (fig. 188.) une ligne m M, perpendiculaire sur une autre indéfinie $f i$, & ayant pris la moitié de la corde $l n$, de l'arc D m E, de la figure 187, on la portera de part & d'autre du point m, fig. 188, en l & en n. De même on prendra la moitié de la corde $f i$, de la fig. 187, & on la portera aussi de part & d'autre du même point m en f, & i, par où l'on menera les lignes f F, & i I, paralleles à m M. Ensuite du point l pour centre, & de l'intervale $n i$, de la fig. 189, pour rayon, on décrira un arc qui coupera f F, en F ; puis du point n de la fig. 188 pour centre, & de l'intervale $n q$ de la fig. 189, on fera aussi un arc qui coupera i I, au point q, on tirera la ligne q F, le trapézoïde F q n l, sera le panneau d'une doële plate qui paroit plane ; mais parce que la Sphère est coupée par le plan vertical de la face B H, dont la projection est C B, lequel n'est pas parallele à la section du joint du trompillon D E, il suit que les quatre angles de cette portion de Sphère ne sont pas dans un même plan, (par l'observation de la page 4 ;) de sorte que le trapézoïde F l n q, n'en peut toucher que trois, sçavoir ceux dont la projection est L N F de la figure 189, & que le point q ne touche pas le quatriéme p^2 ; cependant, comme il est dans le même plan que le joint de lit, il sert à le trouver.

Il faut premiérement chercher la véritable longueur des lignes N p^2, & Q p^2, qui sont racourcies par la projection, en faisant un profil sur la base N p^2, aux extrémitez de laquelle on élevera deux perpendiculaires N n^2, p^2, 2^2, qu'on fera égales à N n, & à 2 p^2, ce qui est indiqué dans la figure par les arcs de cercles 2 2^2, n n^2, ensuite on menera n^2, 2^2, qui sera la valeur de N p^2.

Pour trouver la valeur de la projection Q p^2, on fera Q q parallele à 2 p^2, & l'on portera sur l'indéfinie Q q, l'intervale Q q, de la fig. 189, qui donnera le point p de la fig. 187 ; si l'on tire q 2, cette ligne sera la valeur de la projection Q p^2, par le moyen de ces deux lignes, on trouvera la position du quatriéme angle du Voussoir, dont la projection est p^2, en faisant un triangle qu'on peut joindre au panneau de la fig. 188, pour lequel on a les trois côtez donnez, sçavoir, q n qui est la base, n^2 2^2 & q 2 de la fig. 187, qui sont les deux autres côtez avec lesquels faisant des interfections d'arcs de cercles, on aura le point 2 de la fig. 188.

Il faut considerer que ce triangle q n 2, ajoûté au panneau, n'en fait pas une partie, mais un second panneau, qui doit être apliqué sur la surface du joint de lit, pour y trouver par ce moyen, l'angle

qui eſt hors du plan de la doële plate, laquelle devroit être gauche, pour les toucher tous quatre.

Il reſte à trouver le biveau qui doit ſervir à donner l'inclinaiſon de la doële plate, & du plan du joint de lit & de tête, ce qui ſe fera ſuivant nos principes ordinaires, en trouvant ; 1°. la ſection du joint de doële avec l'horiſon 2°. du joint de lit, avec la même horiſon, 3°. & de la face avec le même.

Pour trouver la ſection de la doële avec l'horiſon, il n'y a qu'à prolonger la corde *l n*, juſqu'à la rencontre du diametre D E, prolongé en O, & par le point S, rencontre de F L, ou I N, prolongées juſqu'à la rencontre de l'axe C P S, on menera la ligne S O, qui ſera celle qu'on cherche. *Fig.* 187.

La ſection commune de tous les plans des joins de lit avec l'horiſon & entr'eux, eſt à l'axe P C. Celle de la face & de l'horiſon eſt C B. Par le moyen de ces lignes, on trouvera les biveaux de doële plate & de lit, comme dans le Trait précédent, & celui de doële & de tête, comme au Trait de la *Trompe plate.*

Aplication du Trait ſur la Pierre.

Avant tracé le contour du panneau de la doële plate, tracée à la fig. 188, on abattra la Pierre au long des joins de lit, avec les biveaux de lit & de doële, trouvez par la maniere ordinaire, & la tête; avec ſon biveau de doële & de tête ; l'arête formée ſur le côté *l* F, ſera la corde de l'arc de Sphère, dont la valeur eſt E K à la fig. 187, qu'on tracera ſur le lit, par le moyen d'un panneau, ou d'une cerche.

Il n'en ſera pas de même de l'autre côté *n q* de la doële plate, il faudra ajoûter ſur la ſurface du lit le triangle *n q* 2, pour avoir la corde *n* 2, de l'arc de cercle qu'il faut tracer avec la même cerche ou panneau, quoiqu'il ſoit plus petit, parce que tous les plans des lits, paſſans par l'axe P C, forment à la ſurface de la Sphère des cercles majeurs.

Pour tracer l'arc de tête, on tirera ſur le parement coupé au biveau, une ligne du point F, au point 2, qui ſera la corde de l'arc de cercle majeur 3 · 2 de la fig. 187.

Enfin pour former la tête du côté du trompillon, marquée ſur le panneau *l n*, on tracera l'arc *l n* du demi cercle D *b* E, de la figure 187. & par le moyen des quatre arcs tracez pour les quatre côtez du Vouſſoir, & la cerche d'un arc de cercle majeur, poſée ſur les arcs de tête pour apuis, à diſtances proportionnelles des lits, & ſuivant une

direction tendant à l'axe, on creuſera exactement la doële Sphérique dont on a les quatre termes bien poſez.

A l'égard de la Clef, il en faudra faire le panneau de la même maniére que celle de la Trompe ſur le coin, parce qu'il n'y aura point de gauche, ſi les demies têtes ſur chaque pan ſont égales entr'elles, avec cette ſeule difference, qu'au lieu des arcs de parabole, qu'on traçoit ſur les plans des Trompes coniques, on ſe ſervira ici d'un arc de cercle majeur A D B *p*, pris en H 3, qui en eſt la longueur. A l'égard du trompillon, c'eſt un demi ſegment de Sphère, à former ſuivant ce que nous avons dit au commencement de ce livre, page 25.

Explication Démonſtrative.

Fig. 189. Lorsque nous avons tiré par la projection F, de la troiſiéme diviſion des Vouſſoirs marquée 3, nous avons changé l'obliquité de la face C B, à l'égard de l'axe P C de la Sphère, en une baſe de pyramide tronquée Droite G K S, formée par les doëles plates, comme au Trait précédent, & inſcrites dans la Sphère par les cordes de l'arc du cercle mineur, qui a pour rayon G K, afin que les côtez L F, & N I, deviennent égaux entr'eux; alors le trapeze iſoſcele F *l n* I, de la figure 188, en exprimera la ſurface, puiſque tous ces côtez & ces angles ſont égaux à ceux d'une ſurface de cette pyramide, par la conſtruction; mais parce que l'obliquité de la ſection, en retranche une partie qui eſt F Q I dans la projection, à la fig. 187, & F *q* I dans le panneau, à la fig. 188, nous avons retranché de la ligne *n* I, la partie *q* I, égale à la valeur de la projection Q I, de la fig. 187, & nous avons réduit le trapeze F *l n* I, ſurface de la pyramide droite, en un trapézoïde F *l n q*, ſurface de la pyramide oblique ſur la baſe C B. Or parce que l'angle des plans de la pyramide droite, ſe fait ſuivant la ligne N I, qui en eſt la projection, & que celui de la pyramide oblique, ſe fait ſuivant la ligne N *p*^{c}, qui eſt dans le même plan que la ligne N I, parce que les trois lignes N I, N *p*^{c}, I *p*^{c}, ſont dans un même plan, nous avons fait ſervir N I, c'eſt-à-dire, ſa valeur, ou celle de ſa partie *n q* fig. 188, de baſe à la formation d'un triangle qui nous a donné le point 2, quatriéme angle de la portion de Sphère que comprend le Vouſſoir; lequel point 2, eſt hors du plan F *l n q*, dans un plan qui lui eſt incliné, en ſorte que le point 2. ne tombe pas perpendiculairement au point *q*, mais ſuivant l'angle des plans du côté de la pyramide, & de celui qui paſſe par ſon axe C S, & ſon côté I S, ce que nous avous fait & ce *qu'il falloit faire*, pour avoir ſur ces plans tous les arcs de la Sphère, & la creuſer par le moyen de ſes cerches.

Remarque ſur la Conſtruction.

On peut faire la même aplication de cette conſtruction, aux Trompes qui ſont ſurbaiſſées ou ſurhauſſées, (c'eſt-à-dire, des portions de Sphéroïdes,) que dans le Trait précédent ; car ſupoſant toujours l'axe du Sphéroïde en P C, en ſorte que la courbe P K p, ſoit une Ellipſe, qui ſe meut autour de cet axe, comme ſur un côté immobile. Soit que P p, ſoit ſon grand ou petit axe, il eſt clair que les rayons x E, & G K, décriront toûjours des cercles, & que le Sphéroïde pourra être réduit en un Cône droit inſcrit, & tronqué entre ces deux ordonnées x E, & G K, & par conſéquent en pyramide droite.

La difference tombera ſeulement ſur l'arc de face, dont C B eſt la projection, lequel ſera un quart d'Ellipſe, au lieu que dans le précédent cas, il étoit quart de cercle. Or ce quart d'Ellipſe ſera facile à tracer, puiſque ſes deux demi-axes conjuguez, ſeront donnez par la détermination du côté C B de la face de la Trompe, & de la hauteur de ſa Clef C H.

Il ſera encore vrai que les projections des joins de lit, ſeront des Ellipſes pour le Spheroïde, comme pour la Sphère ; car les ſections de leurs plans, ſeront des Ellipſes, par le Théoreme V. du premier livre, & la projection d'une Ellipſe, eſt auſſi une Ellipſe, par le Théoreme III. du même livre ; donc cette conſtruction convient au Sphéroïde, comme à la Sphère, *ce qu'il fallois prouver.*

DES VOUTES SPHERIQUES TRONQUE'ES.

Quoique l'on puiſſe tronquer les Voutes Sphériques, auſſi bien que toutes les autres, en les coupant par des murs de forces ſuffiſantes pour ſoutenir leur pouſſée, on ne doit le faire, que lorſqu'il n'en réſulte aucune difformité ; comme lorſque ces Voutes Sphériques ſont coupées par des murs diſpoſez en Polygone régulier inſcriptible dans le cercle, tels ſont le Triangle équilatéral, le Quarré, le Pentagone, l'Exagone, &c. parce que la régularité de leurs côtez retranche toujours des demis ſegmens égaux autour de l'Hémiſphère, & fait que les parties qui reſtent entre les angles des murs, auſquelles on donne le nom *de pandantifs*, ſont toutes égales & uniformes dans la diſtribution des joins, ce qui fait une ſimétrie agréable à la vûë.

Mais lorſqu'on s'écarte de cette régularité, comme lorſqu'on veut faire une Voute Sphérique entre quatre murs, diſpoſez en *quarré long*, l'inégalité des côtez de cette figure, qui ſont alternativement plus longs

& plus courts, retranche des ſegmens de Sphére inégaux ; d'où il réſulte que les Clefs des *Formereſts*, c'eſt-à-dire, des Ceintres en demi cercle formez par la ſection des murs verticaux coupant la Sphère, ſont de hauteurs inégales, auſſi bien que tous les joins qui y viennent aboutir, lorſque les Vouſſoirs ſont ſituez par rangs verticaux.

Il y a *trois ſortes de Voutes tronquées* uſitées, la premiére eſt celle dont
PLAN. 56. les joins de lit ont leurs pôles au ſommet de la Voute, c'eſt-à-dire,
Fig. 190. dont les rangs de Vouſſoir ſont horiſontaux, on l'apelle *Cul-de-four en Pandantif.*

La ſeconde eſt de celles qui ont pluſieurs pôles à l'horiſon, & autant que le Polygone a d'angles, telles ſont les *Voutes Sphériques en Pandantif, ſur un Quarré, un Pentagone, un Exagone, &c.* dans celles-ci les rangs de Vouſſoirs ſont verticaux, & coupent perpendiculairement les diagonales du Polygone, on en peut voir de cette eſpece à la planche 59, fig. 207 & 208.

La troiſiéme eſpece eſt ſemblable à celle-ci, dans l'arrangement des joins de lit, à l'égard de l'horiſon, mais non pas à l'égard du Polygone inſcrit dans la Sphére ; car ils ne ſont pas perpendiculaires aux diagonales, mais paralleles aux côtez du Polygone ; ainſi leurs pôles qui ſont auſſi en même nombre que les côtez, ne ſont pas dans les angles du Polygone, mais au milieu du ſegment que chaque côté en rétranche, de ſorte qu'au lieu de Pandantifs, elles forment des enfourchemens dans les angles. Ce ſont ces Voutes Sphériques, dont nous avons parlé ſous le nom de Voutes Sphériques fermées en Polygone, qu'on a vû deſſinées en perſpective, à la fig. 166, de la planche 54, dont on ne fait que retrancher la partie du trompillon en lui ſubſtituant un mur ſi l'on veut ; car ſi les angles de ces Voutes ſont bien butez, les formereſts peuvent être ſans apuis, au lieu qu'il n'en eſt pas de même des deux précédentes.

Premiére eſpece.

Cul-de-four en Pandantif, ſur un Polygone quelconque.

Fig. 191. Soit pour exemple (fig. 191.) le triangle équilatéral A B D, la diſpoſition des murs qu'on veut vouter en cul-de-four ; nous choiſiſſons cette figure quoique moins uſuelle, parce qu'elle eſt plus ſimple & plus propre que le quarré, à diſtinguer les lignes du Trait de celles du plan horiſontal, & à ſervir de modele pour les Polygones impairs.

On commencera par diviſer en deux également les angles A, B, &

UNIV. OF MICH.

D, par des diagonales A C, B C, D C, dont l'interſection donnera le point C, pour centre de tous les arcs qui repréſentent la projection des joins de lit, & le pôle P, de tous les cercles horiſontaux, que ces mêmes joins font dans la ſurface concave de l'Hémiſphère tronquée par les trois plans verticaux A B, B D, D A.

La diſtance de tous ces cercles du centre C, ſera déterminée par la quantité de Vouſſoirs que l'on veut former, depuis l'impoſte juſqu'à la Clef, c'eſt-à-dire, au pôle P; c'eſt pourquoi, ayant élevé ſur C B, la perpendiculaire C P, égale à C B, on décrira du centre C, le quart de cercle B 4 P, qui repréſentera le profil de la Voute, depuis l'impoſte B, juſqu'à la Clef, dont le milieu doit être le point P; on diviſera ce quart de cercle en tel nombre de Vouſſoirs qu'on voudra, par exemple ici en ſept & demi, mettant la demie P 7, pour la moitié de la Clef. Par chaque point des diviſions ayant abaiſſé, à l'ordinaire, des perpendiculaires qui repréſentent des aplombs, on aura ſur le rayon C B, les points 7′, 6′, 5′, 4′, &c. qui détermineront la longueur des rayons de la projection des joins de lit, leſquels joins ſeront tous des arcs de cercles concentriques, paſſant par ces points, & terminez en partie par les côtez du Polygone A B D; je dis en partie, parce que tous ceux qui ſeront en dedans du point 5′, ſeront des cercles entiers, qui ſeront au dedans du Polygone.

Les Architectes ont coutume d'inſcrire le premier cercle T F G, dans le Polygone, en ſorte qu'il touche les côtez A B, B D, D A du Polygone, peut-être parce qu'ils y trouvent quelque raiſon, peut-être auſſi pour plus de facilité de l'Apareil, afin que les Vouſſoirs qui ſont aux points d'atouchement G T F, ſoient moins compoſez; car autrement leur doële ſeroit en partie plane & verticale, & partie concave; mais comme cette difficulté arrive aux rangs de Vouſſoirs inférieurs, qui ſont tronquez par le mur, elle me paroît de peu de conſéquence; cependant cet aſſujetiſſement cauſe une grande irrégularité dans la largeur du Vouſſoir du Cul-de-four entier, & de ceux des Pandantifs, particulierement dans le Quaré, dont on ne peut diviſer le quart de cercle du profil B P, en parties égales plus une demie, en voici la raiſon, le point 5′, eſt terminé ſur C B, par l'interſection de l'arc A 5 B, & de la ligne G T 5, perpendiculaire ſur le côté du Polygone A B. Or il eſt clair, que dans le Quarré, l'arc 5 B, eſt de 45 dégrez, puiſqu'il eſt la moitié de A 5 B, qui eſt le quart du cercle de 90 dégrez, tel eſt l'arc B P, ou B *b*, à la fig. 196; de ſorte qu'en ce cas le point P, tombe ſur A, parce que la perpendiculaire ſur la demie diagonale C B, tombe en C A, & que l'intervale P 5, devient égal à 5 B; donc l'arc 5 P, qui doit contenir une moitié P 7, au

deſſus des diviſions égales, laiſſera un plus petit reſte de 5 à 7, que de 5 à B ; donc les diviſions deviendront inégales dans chaque partie, & par conſéquent les largeurs des Vouſſoirs qui en dépendent & déterminent les intervales des joins de lit le ſeront auſſi, & ne feront plus de ſimétrie depuis la Clef à l'impoſte.

Il n'en eſt pas de même dans le cas préſent du triangle équilatéral A B D, où l'arc 5 B n'eſt pas de 45, mais de 60 dégrez, parce qu'il eſt la moitié du tiers 120, qui eſt l'arc A 5 B ; de ſorte que l'arc P 5, reſtant au deſſus vers le pôle, eſt de 30 dégrez, lequel étant diviſé en deux & demi, donne 12 dégrez pour chaque largeur de Vouſſoir, laquelle diviſion eſt partie aliquote de 5 B, de 60 dégrez qui donne 5 Vouſſoirs de 12 dégrez chacun, de même que les deux & demi reſtant de 5 à P.

D'ou il ſuit, que ſi le nombre des Vouſſoirs dans le *Cul-de-four en Pandantif ſur un Quarré*, eſt aſſez grand pour rendre l'inégalité qui en réſulte peu difforme ; on pourra faire le cerole entier T G F, tangeant au Quarré, mais ſi le nombre en étoit trop petit pour couvrir le défaut, je veux dire diminuer l'apparence de cette irrégularité, je ne vois pas qu'on doive ſuivre dans cette partie du Trait, ni le Pere Derand, ni Monſieur de la Rue.

La projection des joins de lit horiſontaux étant faite, on peut choiſir une des trois manieres que nous avons donné pour la formation des Voutes Sphériques, dont la partie qui eſt au deſſus de G T F, ne differe en rien de celles de la premiere eſpece, toute la difference tombe dans celle qu'on apelle Pandantif, laquelle eſt compriſe dans le triangle mixte G F D de la projection.

La maniere la plus ſimple & la plus commode, eſt celle de l'équarriſſement, particuliérement pour la premiére & ſeconde Pierre, que l'on fait ordinairement en tas de charge, c'eſt-à-dire, ſans donner de coupe aux lits, par deux raiſons : la premiere c'eſt que l'engraiſſement de la coupe, c'eſt-à-dire, ſon inclinaiſon au deſſus d'un plan horiſontal, eſt très peu conſidérable, & ne rend point les arêtes des lits ſupérieurs trop aigues. La ſeconde, parce que ces Pierres faiſant partie d'un mur, dont les lits ſont de niveau, le racommodement en eſt plus commode, en ce qu'il faudroit reſerver un excédent de Pierre ſur le lit, pour y menager l'engraiſſement de la partie qui doit être en coupe ; mais lorſqu'on commence à monter plus haut, cette pratique ne convient plus.

Il faut remarquer que la partie de la Voute qui eſt en Pandantif, eſt d'autant plus grande, que le Polygone ſur lequel le Cul-de-four

eſt

eſt établi a moins de côtez; ainſi le Pandantif du Triangle eſt plus grand que celui du Quarré; celui du Quarré plus grand que celui du Pentagone, & ainſi de ſuite, parce que l'angle du Polygone devenant plus grand, les deux tangentes tirées de ſon ſommet au cercle inſcrit, ſont toujours plus petites, comme on peut le voir en jettant les yeux ſur B T de la fig. 191, & B T de la fig. 196.

D'où il ſuit que lorſque le Polygone a plus de quatre côtez, on peut ſans inconvenient, mener le tas de charge juſqu'au ſommet du Pandantif, mais non pas dans le Quarré, & encore moins dans le Triangle; car il eſt clair que ſi l'on tire 5 R, parallele à C B, la ligne R 5, repréſentant un lit horiſontal, feroit avec la doële 5 · 4, un angle mixte R 5 · 4, dont l'arête 5 ſeroit trop aiguë, & pour le Quarré faiſant p' e, perpendiculaire ſur B E, & menant e f, parallele à E C, on voit que l'angle 2 e f eſt moins aigu, mais qu'il l'eſt encore trop. Pour le Pentagone dont l'enfourchement finiroit à peu près au point 3. fig. 192, on voit que l'angle 2 3 · 2, commence à devenir aſſez fort pour qu'on y mene les aſſiſes, en tas de charge, & à plus forte raiſon à l'Exagone, dont la derniere aſſiſe de Pandantif, ſeroit au milieu des points 2 & 3. *Fig.* 196.

Cette petite digreſſion fait voir juſqu'où l'on peut élever les aſſiſes des Pandantifs en tas de charge, c'eſt-à-dire, juſqu'où il convient de les tailler par équarriſſement, car dès qu'elles deviennent en coupe, on les fait auſſi commodement & avec moins de perte par panneaux.

Aplication du Trait ſur la Pierre.

Pour faire les premieres aſſiſes du tas de charge, par exemple pour la Pierre e i k de la fig. 191, ayant tracé au lit de deſſous l'angle i D K, on ſe retournera d'équerre ſur ce lit, pour tracer le même angle au lit de deſſus, & y inſcrire l'arc i k, qu'on prendra ſur l'épure, & on abatra la Pierre entre les points i & k du lit de deſſus, & le point D du lit de deſſous, ſuivant une cerche formée ſur une portion d'un cercle mineur, qui aura pour diametre le côté du Polygone, tel eſt le demi cercle A H B. *Fig.* 194.

Quoiqu'il n'importe de former cette cerche de la longueur préciſe de l'arc que doit occuper le côté du premier Vouſſoir, on peut cependant la trouver très facilement, ſi on éleve une perpendiculaire q 1· ſur le côté A B, au point q, où l'arc 1' q le coupe, l'arc B 1·, ſera celui que l'on cherche, & l'arc B 1 du cercle majeur, ſera celui de la cerche qui convient au milieu du premier Vouſſoir, depuis le ſommet B, ou D de l'angle du Polygone, juſqu'au milieu de l'arc i k

du lit de deſſus ; ainſi ayant deux points de chaque cercle, & l'arc du cercle qui doit s'y adapter, on creuſera avec toute la préciſion poſſible la premiere doële au deſſus de l'impoſte, dont la figure ſera telle qu'elle paroît en D, fig. 194 pour l'intérieur, & au coin ſaillant D de la figure 191, ſi la Voute étoit extradoſſée.

La ſeconde aſſiſe du tas de charge ſe fera de la même maniere, en traçant le lit de deſſus *o l m n* ſuivant l'épure, en *o l m n* de la figu. 193, & s'étant retourné d'équerre au lit de deſſous pour y avoir des repaires aux points L & *m*, on y tracera le triangle *l* D *m* de la fig. 191, ſur les côtez duquel on portera les longueurs *l i* & *m k*, pour y poſer l'arc *i k* du lit de deſſous, qui étoit celui de deſſus de la premiere aſſiſe, ce qui eſt très aiſé & facile à concevoir.

On pourſuivra de même à la troiſiéme aſſiſe, ſi le tas de charge peut encore y être pratiqué, ſans que le lit de deſſus faſſe un angle trop aigu avec la doële, & que le Vouſſoir du Pandantif comprenne toute la partie qui eſt entre les deux murs, ſe ſervant toujours pour la naiſſance du Pandantif ſur le mur, d'une partie quelconque du cercle mineur A H B à la fig. 191, & B H D à la fig. 196, d'un arc du cercle majeur A B D pour le milieu de la doële.

Mais ſi le Vouſſoir du Pandantif ne s'étend pas d'un mur à l'autre, comme aux aſſiſes au deſſus de la premiere & de la ſeconde, où il ne pourroit occuper tout l'eſpace G T, l'aplication du Trait ſur la Pierre devient un peu plus difficile, ou du moins demande plus d'attention, parce que la doële qui eſt une ſurface courbe, fait un angle mixte rentrant avec la plane du mur, lequel angle eſt d'une ouverture inégale d'un bout à l'autre, étant d'autant plus aigu qu'il aproche de B en T, de ſorte qu'on ne peut le former avec un biveau.

Fig. 196. Soit (fig. 196,) la derniere aſſiſe du Pandantif K L T G, diviſée en quatre Vouſſoirs, ou la moitié Q G M A en deux également, ou inégalement, par la ligne *b o*, tirée du centre C, qui coupe le mur A E au point *n*.

Le Plan horiſontal du premier Vouſſoir, ſera le Pentagone mixte *m* M *b n k m*, compoſé de trois Droites *m* M, *b n* & *n k*, & de deux courbes M *b* & *m k*.

On taillera la Pierre ſur l'arc M *b*, comme ſi on vouloit faire une portion cylindrique de Tour ronde, dont A M *b o* ſera le panneau du lit horiſontal, ſuivant les côtez duquel on abatra la Pierre à l'équerre,

ſur le parement creux M *b*, & ſur les joins A M, *b o*. La hauteur de ce Vouſſoir ſera reglée par celle que la coupe P *q* du lit de deſſus donne au deſſus de P, par exemple en S, qu'il faut ajoûter à la hauteur de la retombée P *g*; on décrira enſuite du centre C, par le point *n*, l'arc *n x*, qui coupera C A en *x*, d'où on élevera ſur la même C A, la perpendiculaire *x y*, qui coupera l'arc *d* P, profil du Vouſſoir au point *y*, & la retombée de *d g* en *z*, la figure *r z y* P *q*, ſera le panneau du joint montant *o b*, & la figure *r d* P *q*, ſera celle de l'autre joint montant A M; ainſi apliquant ces deux panneaux ſur les côtez du Vouſſoir préparé en portion de cylindre, comme à la fig. 195, & la figure M *m* K *n b* ſur le lit de deſſous, on aura toutes les arêtes du Vouſſoir tracées.

Il ne s'agit plus que d'abatre la Pierre de l'une à l'autre. Premierement par les trois points donnez (fig. 195.) *y*, *n*, K, on fera paſſer une ſurface plane qu'on terminera entre *y* & *k*, par un arc de cercle formé par le moyen d'une cerche coupée ſur le cercle mineur B H D, de telle longueur qu'on voudra, il n'importe, pourvû qu'elle ſoit aſſez longue pour s'étendre de *y* en K.

Secondement, on abatra la Pierre entre les cinq lignes courbes P *m*, *p y* ſur les joins montans, P *p* ſur la ſurface creuſe, *m k* ſur le lit de deſſous, & *k y* qu'on vient de former, leſquelles étant les termes de la ſurface courbe qu'on doit former, conduiront le Tailleur de Pierre de façon qu'il ne peut ſe tromper pour peu qu'il ait de connoiſſance. Il pourra encore s'aider d'une cerche convexe faite ſur le cercle majeur A B D, pourvû qu'il l'a tienne toujours perpendiculairement à l'arc P *p*, & parallelement aux joins montans A M du plan horiſontal, ou P M de la fig. 195.

Pour tailler le ſecond Vouſſoir *o b* G Q de la fig. 196, on commencera de même par faire une portion de cylindre Droit, en traçant ſur le lit de deſſous le panneau *o b* G Q, & abatant la Pierre à l'équerre de tous côtez; enſuite ſur la ſurface du joint montant *o b*, on poſera le panneau qui a été employé au Vouſſoir précédent, qui doit ſe joindre contre celui-cy, & le joint G Q reſtera en ligne droite; puis on apliquera au lit de deſſous le panneau du triangle mixte G *b n*, dont ayant tracé le contour, on aura toutes les arêtes de la Pierre tracées. On abatra la Pierre en droite ligne de *n* en *y*, & par les quatre points donnez *b* P *y n*, on fera paſſer une ſurface plane qu'on terminera entre *y* P, avec une cerche convexe formée ſur le cercle du ceintre du formeret B H D, & la ſurface courbe triangulaire P T *y*, avec une cerche convexe formée ſur le cercle majeur A P B, qu'on obſervera de tenir perpendiculairement à l'arc P T, & parallelement à T G, & la coupe P *q* ſe *Fig.* 196. & 197.

fera à l'ordinaire, comme à toutes les Voutes Sphériques ; l'effet de ces deux Pierres raſſemblées eſt repreſenté à la figure 198 & 199.

REMARQUE.

Le dernier Vouſſoir du Pandantif qui aboutit au milieu du formeret en T, ou qui le touche par ſon milieu au point T, s'il eſt commun à deux Pandantifs, devient ſi aigu en ce point, ou ſi mince, qu'on ne peut le faire ſans y ajouter une partie du mur qui fortifie la Pierre, c'eſt pourquoi, on ne peut le faire que compoſé d'une ſurface courbe & d'une ſurface plane dans ſa doële, ce qui en réduit le Trait à la voye de l'équarriſſement.

D'où il ſuit, que ſi le mur du formeret étoit ſuprimé par une ouverture en arcade ſans bandeau, il faudroit que ce dernier Vouſſoir n'eût pas ſon lit de deſſus dans un cercle tangent au Polygone en T, comme le veulent les Auteurs de la coupe des Pierres, mais dans un cercle qui fût tout au dedans du Polygone, à quelque diſtance du point T, pour lui donner de l'épaiſſeur ; il n'en eſt pas de même des Vouſſoirs inférieurs du Pandantif, on peut les faire ſans y ajoûter une partie de la ſurface du mur, & les poſer ſur des lits concaves cylindriques, ou coniques, apuyez ſur le contour de ce mur arondi cylindriquement de niveau, ou coniquement en coupe pour mieux buter la Voute ; en ce cas, on peut faire les Vouſſoirs du Pandantif, ſuivant les trois méthodes convenables aux Voutes Sphériques.

Premierement, ſi on veut les faire par panneaux fléxibles de dévelopement, (fig. 191.) on élevera une perpendiculaire C Q, ſur une des diagonales, par exemple A C, & ayant tranſporté les diviſions du quart de cercle B ς P, ſur l'arc de cercle circonſcrit A *p*, en A 1, 1 · 2, 2 · 3, &c. on prolongera les cordes A 1, 1 · 2, 2 · 3, 3 · 4, juſqu'à la rencontre de la ligne C Q, pour avoir les ſommets des Cônes 1ᶜ, 2ᶜ, 3ᶜ, 4ᶜ, 5ᶜ, &c. deſquels comme centres, on décrira des arcs de dévelopement ſuivant la maniere ordinaire à ce ſyſtême, puis d'un point pris à volonté ſur chacun de ces arcs pour le milieu du Pandantif, on menera un rayon *m a*, & l'on prendra la moitié *m k*, de l'arc *i k* de la projection, qu'on portera de part & d'autre du point *a*, l'on tirera les courbes *o i*, *l* 3, en ſubdiviſant les Vouſſoirs pour trouver des points entre *o* & *i*, & *l* & 3 ; mais à cauſe que cette préciſion donneroit trop d'embarras, il ſuffira de les tracer avec une cerche de l'arc A H B, & l'on aura le troiſiéme panneau. Fig. 191.

Pour le quatriéme on prendra de même ſur la Couronne de dévelopement *g b* 4, un milieu *b a*, aux côtez duquel on portera les demi-arcs

de *i k* & de G M T, *M m* M, & entre les points *i k*, *4 g*, on tracera de même des arcs *i g*, *k 4*.

Remarquez que cette pratique quoique d'une exactitude ſuffiſante pour une bonne exécution, n'eſt pas exacte dans la rigueur Géometrique, je ne trouve pas étrange que le Pere Dérand ait paſſé par deſſus cette petite erreur, parce qu'il nous a préparé dans ſa Préface à ces ſortes de négligences, qui ne tirent point à conſéquence pour l'exécution ; mais je ſuis ſurpris que le Pere Déchalles, qui a prétendu en le copiant y ajoûter des Démonſtrations, ſe ſoit groſſierement trompé dans celle qu'il veut en donner, *clarum eſt*, dit-il, *quòd arcus deſumptus à ſemi circulo terminet tale exemplar*, il eſt bien vrai que l'arc A H B, termine les côtez des Vouſſoirs, mais non pas celui des panneaux faits ſuivant le ſyſtême des Cônes tronquez inſcrits dans la Sphère ; car puiſque ces portions de Cônes inſcrits, ont leur axe dans une ligne verticale élevée au point C, qui repréſente le centre commun de leurs baſes, & que ces Cônes ſont coupez par des murs verticaux, par conſéquent parallelement à leur axe, qui eſt auſſi vertical, il ſuit que les ſections que font les ſurfaces planes des murs, ſont des hyperboles, & que la courbe du panneau fait par le dévelopement de la ſurface du Cône, eſt une hyperbole dévelopée avec la ſurface du Cône, & non pas un arc du cercle A H B ; or parce que tous ces Cônes tronquez, ont leurs côtez de plus en plus inclinez à l'axe commun, à meſure que les rangs de Vouſſoirs aprochent de la Clef ; il ſuit que la courbure des hyperboles diminuë toujours, parce qu'elle augmente d'amplitude ; de ſorte que ſi la Clef étoit ſi plate, que l'angle du ſommet du Cône fût infiniment grand, l'hyperbole ſe réduiroit à une ligne droite.

Nous ne propoſerons pas dans la pratique la recherche de ces courbes, quoique nous ayons donné la maniere de les tracer au 3e. livre, parce que ce ſeroit s'amuſer à la bagatelle, il ſuffit d'en trouver un point ou deux entre les extrémitez données par la ſubdiviſion des Vouſſoirs ; mais comme nous n'admettons point de faux principe de pratique, nous voulons que le Lecteur ſoit toujours convaincu de la vérité de celles qu'on propoſe, & qu'il ſçache à quoi s'en tenir pour celles que la facilité fait adopter, lorſque l'erreur qui en réſulte peut être inſenſible dans l'exécution.

La *démonſtration de* ce Trait eſt répanduë dans l'explication qu'on en a donné, & dans celui des Voutes Sphériques completes.

Quant à la ſeconde méthode de la conſtruction des Voutes Sphériques, on remarquera que les Pandantifs peuvent être exécutez par l'inſcription des côtez des Vouſſoirs, dans un ſegment de Sphère, lorſ-

qu'ils doivent comprendre une partie de la ſurface du mur en œuvre, laquelle entre dans le ſegment de Sphère, & doit ſubſiſter pour une plus ſolide conſtruction.

A l'égard de la méthode de la réduction de la Sphère en Polyëdre, elle peut très-bien être employée [illegible]ur les Pandantifs, en creuſant la doële plate des Vouſſoirs, ſuivant l'a[illegible]e du ſuplément à deux Droits de la pyramide triangulaire, formée par les quatre plans de la doële plate des deux cordes, & des arcs qui ſont ſur les murs verticaux qui ſe joignent, & du plan du lit de deſſus, comme on a fait au Problême XVI. fig. 159, parce que les Vouſſoirs angulaires des formerets doivent comprendre une partie de la ſurface du mur, au moins le premier qui ſeroit extremement aigu & poſé ſur la pointe ; cependant les Vouſſoirs enſuite pourroient fort bien être réduits à la portion de Sphère qu'ils occupent, ſans y comprendre une partie du mur, & alors rien n'empêcheroit qu'on ne ſe ſervit de cette méthode, où les angles des pierres du mur, que leurs joins de lit horiſontaux formeroient avec l'arc du formeret, ne ſeroit pas trop aigu ; mais comme cet inconvenient eſt preſque inévitable, il faut convenir que la voye de l'équarriſſement, c'eſt-à-dire, de l'inſcription des Cylindres dans la Sphère, eſt celle qui convient le mieux à tous les Vouſſoirs angulaires, pour joindre le Pandantif au mur ſur lequel il s'apuye.

REMARQUE.

Cette ſorte de Voute étoit uſitée chez les Anciens, Palladio liv. I. dit, qu'il a reconnu dans les ruines des Thermes de Titus à Rome, une Voute en Cul-de-four ſur un Quarré, cependant Vitruve dans l'énumération des Voutes, ne dit rien de celle-ci.

Seconde Eſpece.

Voute Sphérique en Pandantif ſur un Polygone régulier quelconque, où les Vouſſoirs ſont verticaux.

PREMIER CAS.

Sur le Quarré.

Cette Voute peut être variée de deux manieres.

Premierement, on en peut faire le Trait comme de la Voute Sphérique fermée en Polygone, & retrancher tous les ſegmens de la Sphère, par des murs rangez en côtez de ce Polygone, ſur les cordes du cercle

circonſcrit à ſon plan horiſontal, ce qui eſt poſſible, comme nous l'avons dit, ſans la conſtruction du reſte de la Voute, parce que les rangs de Vouſſoirs qui ſont paralleles entr'eux, & verticaux dans le ſegment de Sphère, ne ſont pas de ſuite neceſſaire avec ceux dont eſt compoſé le Polygone, il leurs ſervent ſeulement d'apuis, qui peuvent être remplacez par ces murs; nous ne dirons rien de cette premiere façon qui a été expliquée au Problême XVII. On n'a qu'à revoir la fig. 166. à la planche 54, où les joins ſont paralleles aux côtez du Polygone, & imaginer qu'on éleve des murs ſur les cordes A E, E B, B D, D A, qui mettent les Trompes ou Niches Sphériques, hors de l'enceinte quarrée.

Secondement, on peut changer la direction des joins des rangs de Vouſſoirs verticaux, en les faiſant perpendiculaires aux diagonales du Polygone inſcrit dans le cercle majeur, qui eſt le plan horiſontal ou projection de l'Hémiſphère, comme on voit (fig. 209.) & dont l'effet eſt repréſenté en preſpective (fig. 210.) pour un Quarré; alors il ſe fait une double inſcription. *Premierement* du Polygone dans le cercle; *Secondement* d'un ſecond Polygone dans le premier, comme ici le Quarré E F G I, dans le Quarré A P B D. *Fig.* 209. & 210.

Soit pour exemple (fig. 209.) le Quarré A P B D inſcrit dans un cercle, ou ſur tout autre Poligone que l'on voudra ſur un de ſes côtez, comme A D pour diametre, ayant tracé le demi cercle A H D, on le diviſera en tel nombre de Vouſſoirs que l'on jugera à propos, mais en nombre pair, *contre l'uſage ordinaire*, parce qu'il n'y a pas de Clef ſur le milieu, il doit s'y trouver un joint, ou un Vouſſoir à branches, qui en commence deux rangs; nous avons diviſé ici le quart de cercle A H, en quatre parties égales, deſquelles ayant abaiſſé des perpendiculaires 1^p, 2^p, 3^p, H I, pour en avoir la projection, on tirera les diagonales A B, D P, auſquelles on menera des paralleles par les points p, comme p^4, p^4, & I E à D p, & p 6 & I G à A B, & tranſportant les mêmes diviſions & paralleles ſur E p, p F, F B & B G, on aura la projection de ces quatre portions de la Voute, qu'on apelle *Pandantifs*, leſquelles ſont l'eſpace compris entre le quarré E F G I inſcrit, & le quarré A P B D circonſcrit au précédent, mais inſcrit dans la Sphère. Plan 60. *Fig.* 209.

Il reſte à faire la diviſion des rangs de Vouſſoirs du quarré inſcrit, pour cela ayant prolongé un de ſes côtez E F, juſqu'à la rencontre du cercle circonſcrit, qu'il coupera au point f, on diviſera l'intervale f B en deux & demi, pour avoir deux rangs & la moitié de la Clef, aux points 1^5, & 1^6, qui donnent des diviſions inégales à celles des Vouſſoirs formans les Pandantifs; car l'arc P 1^5 3, étant de 45. dégrez,

P *f* ſera de 56^d 15^l, & par conſéquent *f* B de 33^d 45^l, lequel nombre de dégrez étant diviſez en deux & demi donne 13^d, 20^l, pour une diviſion entiere, au lieu de 11^d, 15^l, que donne la premiere diviſion du Pandantif ; ainſi les Vouſſoirs du quarré inſcrit ſeront plus larges à la doële, que ceux des Pandantifs.

Par les points 1^r & 1e, ayant mené 1^r V, 1e X, paralleles à A B, on menera par ces mêmes points V & X des paralleles à F E & F G, qui donneront les points v & *u*, x & *x* ſur les diagonales E G, F I du quarré inſcrit, par le moyen deſquels on achevera la projection, en menant par ces points des paralleles aux côtez E I & G L.

Pour en venir à préſent à *l'Aplication du Trait*, il faut comme aux Pandantifs de la Voute précédente avoir égard à la liaiſon des Vouſſoirs avec les murs, pour une bonne conſtruction, en les compoſant d'une partie de la doële ſphérique, & d'une partie de la ſurface plane du mur au formeret, où ſe fait l'angle de la jonction des deux ſurfaces ; de ſorte qu'on ne peut exécuter cette ſorte de portion de Sphère, par l'inſcription de ſes côtez dans un ſegment de Sphère parfait, pour lequel il faudroit enlever la pierre qui doit faire un angle avec la ſurface ſphérique, & une partie du mur.

Mais rien n'empêche qu'on ne ſe ſerve toujours de celle de la *réduction de la Sphère en Polyëdre*, laquelle donnera pour le premier Vouſſoir une doële plate triangulaire, que l'on creuſera dans la pierre ſuivant le biveau de cette doële plate, avec les murs verticaux du polygone ſur lequel on éleve la Voute Sphérique tronquée ; ce biveau eſt le ſuplément à deux angles droits de l'angle des plans de la doële plate, & de celui qui paſſe par la corde & l'arc du formeret, que l'on trouvera de la même maniere que nous l'avons expliqué au Problême XVII. fig. 171. planche 55, parce ce qu'on a quatre plans qui forment une pyramide renverſée, ſçavoir les deux des murs, celui de la doële plate, & celui du lit de deſſus ; ainſi il eſt inutile de la repeter ici.

2°. On peut auſſi, mais avec moins de commodité, ſe ſervir de la méthode des *panneaux de dévelopement de la réduction des rangs de Vouſſoirs en Cônes tronquez*, parce que les joins montans de ces panneaux, doivent être des courbes des trois eſpeces des ſections coniques, ſuivant que les rangs des Vouſſoirs ſont plus près ou plus loin de leur pôle P ; car le dévelopement du joint du formeret, dont la projection eſt *q* F ; eſt la courbe q^d, F^d qui eſt une Ellipſe, parce que le plan du mur vertical P B, coupera le Cône *e f g f* en ſes deux côtez, étant prolongé au deſſous du ſommet S en Y. Le joint dont la projection eſt *q o*, peut être une parabole, ſi la corde 1^s, 1^t, étoit parallele au plan

plan P B, dont *o q* eſt une partie; & enfin le joint du formeret, dont *o n* eſt la projection, eſt une hyperbole, parce que ſi l'on prolonge la corde 1^{-}, 1^{+}, qui eſt le côté du Cône tronqué, & qu'on prolonge auſſi le plan B P, il coupera ce côté au delà du ſommet S du Cône parfait.

Cependant à cauſe que les panneaux ne ſont qu'une diſpoſition à la perfection des Voutes Sphériques, puiſqu'après les avoir employé pour former des Cônes tronquez, il faut en venir à une ſeconde excavation de la pierre, on peut fort bien, au lieu des courbes des ſections coniques, tracer tout d'un coup ſur le panneau une portion d'arc du formeret, lorſque les Vouſſoirs comprennent un petit nombre de dégrez du cercle, parce qu'alors la corde differe peu de l'arc, & par conſéquent la ſurface conique rentre ſi peu dans la Sphérique, que l'erreur de ce contour devient inſenſible, & peut être négligée.

La conſtruction des panneaux de la figure 209, étant la même que celle de la figure 170 & 191 pour le Pandantif, depuis P, juſqu'en F, on verra à la ſeule inſcription de la figure, la maniere de les tracer.

La difference qu'il y a de ces Pandantifs à ceux dont les joins de lit ſont horiſontaux, eſt que le pôle de chaque Pandantif, eſt dans l'angle du Polygone en A, ou B, ou P, ou D, & que dans l'autre eſpece de Voute, les pôles ſont tous réüuis à la Clef.

A l'égard des Vouſſoirs d'enfourchement rangez ſur les perpendiculaires E G, I F, aux côtez du Polygone qui ſont les diagonales du Quarré inſcrit, il faut ſe rapeller ce que nous avons dit des enfourchemens au Problême XVII. des Voutes Sphériques fermées en Polygone; on y verra que pour trouver le panneau de l'enfourchement *m* F *g* N *u y*, il faut en faire deux moitiez, & chercher la courbe Elliptique, comme il a été dit au même endroit, auquel on renvoye le Lecteur.

La *démonſtration* de cette conſtruction, étant la même que celle du cas précédent pour les Pandantifs, & que celle des enfourchemens des Voutes Sphériques fermées en Polygone, on n'a rien à ajouter à ce qui en a été dit.

Troiſiéme maniere de faire les Pandantifs de rangs de Vouſſoirs verticaux.

Par équarriſſement.

Nous nous ſommes peu arrêtez ſur les manieres précédentes, par-

ce que nous jugeons que la voye de l'équarriſſement eſt la plus convenable à ces ſortes de Pandantifs.

La préparation du Trait, eſt de faire la projection verticale du Pandantif ſur un plan perpendiculaire à la diagonale du Polygone inſcrit dans la Sphère.

On tirera par le point P, la ligne *b* P R, perpendiculaire à la diagonale D P, & par les points E, K, L, I; F, *q*, *o*, *n*, on menera des paralleles à la même diagonale; puis on prolongera les projections des joins de lit F E, *q* K, *o* L, &c. juſqu'à ce qu'elles rencontrent le cercle circonſcrit A P B, aux points *e k l i*, qui donneront pour rayons des arcs de la projection verticale, les lignes *m e*, *m k*, *m l*, *m i*; de ſorte que prenant chacun de ces rayons ſucceſſivement, on décrira du même point P pour centre, les arcs *e*' M 4*f*, *k*' 3', *l*' 2', *i*' 1', qui ſeront terminez de part & d'autre à des lignes paralleles à D P, tirées par les points E, K, L, I; F, *q*, *o*, *n*, & l'on tracera à la main par les points de leurs interſections les Courbes P *e*', P 4*f*.

Ou bien d'une autre maniere plus ſimple & plus correcte, ayant trouvé comme nous venons de dire, les rayons *m e*, *m k*, *m l*, *m i*, & ayant tracé avec ces rayons des arcs concentriques au point P, on prendra la longueur de la ligne R 4*f*, de laquelle pour rayon, & du point P pour centre, on fera des arcs qui couperont cette ligne F 4*f*, aux points *x* & X, qui ſeront les foyers d'une Ellipſe, dont l'arc P 4*f* eſt le quart, P R la moitié du petit axe, & R 4*f* la moitié du grand; ainſi il ſera aiſé de le décrire, & ſon égal *b*' P *e*', par le Problême VII. du deuxiéme livre.

Il ne reſte plus pour achever le Trait, que de tirer du centre C les coupes *e* T, *k t*, &c.

Aplication du Trait.

On fera trois paremens d'équerre les uns aux autres, par exemple fig. 214. N A, N H, N C; ſur celui qui ſera deſtiné pour être aplomb A D N B, on apliquera le panneau formé ſur l'épure de l'aſſiſe, ou une partie du rang de Vouſſoir qu'on peut faire avec la pierre qu'on veut mettre en œuvre, par exemple pour la moitié du dernier rang, on levera le panneau *e*' M *m z k*' à la fig. 209, poſant M *z* ſur l'arête M N de la fig. 214, & *z k*, ſur N K, puis on tracera ſuivant ce panneau, l'arc *e*' M, en *e* M de la fig. 214, on repairera ainſi le point *m*' de ce panneau en *m*, par où on menera *m g*, parallele à l'arête N G, ſur le parement de retour N H, & par le point *k*, on menera ſur le

Fig. 214.

lit de deſſous, une parallele k F à la même arête N G. Enſuite prenant avec la fauſſe équerre l'angle C A P du plan horiſontal fig. 209, on le portera à la fig. 214, en N P K pour tracer au lit de deſſous, la ligne P K, qui coupera k F au point K; on creuſera enſuite une portion de cylindre entre les lignes k F & m g, par le moyen d'une cerche formée ſur l'arc k^e, m^e de la fig. 209; on levera le panneau de tête S e k t, de l'horiſontale S e avec l'arc e k, ou bien le panneau 9 k e T de la verticale 9 k avec le même arc k e, puis on apliquera ce panneau ſur le parement N H, poſant le côté droit 9 k, ſur l'arête M D; ſi on fait le panneau ſur 9 k, qui repréſente une verticale, ou bien s e ſur r g, ſi on a levé le panneau de la ſeconde maniere, puis avec le panneau on tracera l'arc e k en M r, avec ſes coupes M T, r t marquées au panneau, puis on trainera avec le compas la ligne r K, parallelement à la ligne ou arête courbe m k, qui a été formée en creuſant la portion de cylindre, ou bien avec une regle pliante, on tracera dans ce creux l'arc r K, entre lequel & l'arc e M, on creuſera une portion de doële Sphérique, par le moyen d'une cerche faite ſur e k, portion d'un cercle majeur qu'on tiendra toujours perpendiculairement autant qu'il eſt poſſible à ces deux courbes; de ſorte qu'on ne pourra s'en ſervir que juſqu'au point L, ſuivant la poſition K L; il reſtera donc à creuſer la partie triangulaire L e K, qui ſe termine au mur E P; pour le faire on formera une cerche ſur l'arc 3 H, puis abattant la pierre ſuivant la ligne K P tracée au lit de deſſous, & la ligne P e, on formera une portion de ſurface plane ſur laquelle on apliquera la cerche ou panneau H 3 r^t, qui donnera l'arc e K, entre lequel & l'arc K L, on achevera de creuſer la portion de Sphère e L K.

La doële Sphérique étant creuſée, on abattra la pierre pour former les lits de deſſus & de deſſous E Q T M, & K r t avec les biveaux mixtes k e T, ou ce qui eſt le même, e k t de la fig. 209, comme à toutes les autres Voutes Sphériques; & l'on aura un Vouſſoir qui comprendra une portion du mur K P E Q, pour éviter l'arête trop vive qui ſe formeroit ſuivant l'angle m E K de 45. dégrez (fig. 209.)

Explication Démonſtrative.

Il eſt viſible que la projection horiſontale & verticale ſont bien faites pour ce qui regarde les joints de lit, on peut ſeulement demander pourquoi nous avons formé la projection verticale des arcs des formerets P 4^f, P e^e en quarts d'Ellipſe, la raiſon eſt qu'ils ſont la projection verticale d'un quart de cercle A H; or nous avons démontré au 2e. livre, que la projection d'un cercle étoit une Ellipſe, donc ces arcs ſont bien tracez.

Il eſt clair auſſi que nous avons ſupoſé l'Hémiſphère entiere par la circonſcription du cercle A P B D, au quarré inſcrit A P B D. Suivant cette ſupoſition nous avons prolongé les projections des joins de lit F E en *e*, *q* K en *k*, &c. pour avoir les diametres des cercles des projections verticales des rangs de Vouſſoirs verticaux concentriques en P, où eſt le pôle de tous ces cercles conſiderez dans la Sphère, ainſi que les autres points A D B, où ſont les pôles des portions Sphériques apellées Pandantifs, qui ſont retranchez de l'Hémiſphère par le Quarré E F G I, inſcrit dans le premier A P B D, & par les plans des murs des formerets A P, A D; B P, B D.

L'Aplication du Trait ſur la Pierre eſt claire par les principes du 3e. livre, puiſqu'à chaque face de pierre ſupoſée verticale, nous avons apliqué la projection d'élevation & de profil, &.à l'horiſontale le Trait du plan horiſontal.

Des Voutes Sphériques en Pandantif ſur des Polygones irréguliers.

Lorsque les côtez du Polygone qui ſont les murs des formerets, ſont de longueurs égales, ils retranchent évidemment des demis ſegmens de Sphère égaux entr'eux, par conſéquent d'une hauteur égale à la Clef, alors toutes les Clefs ſont de niveau.

Par un raiſonnement contraire, ſi les murs des formerets ſont de longueurs inégales, les ſegmens de Sphère qu'ils retrancheront dans une Voute Sphérique, ſeront plus grands les uns que les autres, par conſéquent leurs Clefs ne ſeront plus de niveau, ce qui eſt une difformité inſuportable dans un lieu de parade pour l'habitation, & qu'un Architecte ne doit exécuter que dans quelques Soûterrains.

Suposant par exemple que l'on veüille vouter en Cul-de-four un Quarré long, dont nous repréſenterons ici la moitié ſuivant la diagonale en A D B fig. 212, le ceintre du formeret du grand côté A D, ſera le demi cercle A H B, & celui du petit D B, ſera le demi cercle D *b* B, leſquels étant diviſez à même nombre de Vouſſoirs, donneront par leurs projections des diviſions inégales en E D, & en F D. *Fig.* 212.

D'où il ſuit, 1°. que le pôle du Pandantif qui étoit au Quarré de la fig. 209. en P ſur la diagonale, s'en trouve icy éloigné de l'intervale d'un arc de cercle majeur P D, décrit ſur la diagonale A B pour diametre, lequel arc P D ſera d'autant plus grand, que les côtez du Quarré long ſeront inégaux, parce que C P devant toujours être perpendiculaire ſur A B, l'inégalité des côtez du Quarré long, retranche

plus ou moins du quart de cercle P D B, ſuivant leurs plus ou moins de difference de longueur, ou d'obliquité des angles ſi le Polygone n'eſt pas rectangle.

D'où il ſuit encore, 2°. que les centres des arcs verticaux des joins de lit du Pandantif, ou Panache E' M F', k' m 3', 1' m 2', ne ſont plus réünis à l'angle D, comme ils l'étoient en P au Quarré, mais ſeparez en des points c, c, c, donnez dans les interſections de la ligne T D, parallele à A B, avec les verticales m^b M, m^3 m, m^2 m, tirées par les milieux des projections de ces joins en E F, K q, &c.

Les interſections de ces mêmes lignes avec les arcs E' M f', k' m 3', &c. marqueront auſſi le milieu du Pandantif, en tirant par les points où ils ſe croiſent, la courbe M m D qui eſt Elliptique.

De cet exemple de la moitié d'un Quarré long, on peut déduire celle du Rhumbe du Rhumboïde, & des autres polygones irréguliers.

Comme la conſtruction en eſt parfaitement ſemblable à celle de la figure 209, dont nous venons de parler, nous ne nous y arrêterons pas plus long tems, d'autant plus qu'on peut vouter un Quarré long, & de telles figures de beaucoup d'autres manieres plus agréables à la vûë, & au cas qu'on veüille les vouter en Pandantifs, il convient pour mettre les Clefs de niveau aux figures en parallelogrames oblongs, de faire la Voute en Hémiſphéroïde au lieu de l'Hémiſphère, c'eſt de quoi nous allons parler.

CHAPITRE VIII.

DES VOUTES EN SPHE'ROIDES.

En termes de l'Art,

Des Voutes en Cul-de-four ſurhauſſées, ſurbaiſſées, où ſur un Plan Ovale.

NOUS diſtinguons de deux ſortes de Sphéroïdes, les uns réguliers, les autres irréguliers.

Nous apellons *Sphéroïde régulier* le ſolide formé par la révolution d'une Ellipſe conſtante autour d'un de ſes axes, ſi c'eſt ſur le grand, le Sphéroïde ſera appellé *Oblong* ou *Alongé*, ſi c'eſt ſur le petit le Sphéroïde ſera appellé *Aplati*.

Nous apellerons *Sphéroïde irrégulier* celui qui eſt formé par la révolution d'une demie Ellipſe variable dans ſon contour, telle ſeroit celle qui en tournant ſur un axe vertical conſtant, s'élargiroit ou ſe retréciroit par ſon autre axe, ſuivant le contour d'une autre Ellipſe horiſontale.

On doit encore faire une diſtinction des Sphéroïdes réguliers *Oblongs*, lorſqu'on aplique leur figure aux Voutes; ſi le grand axe eſt vertical, la Voute s'appellera *ſurhauſſée*, & ſi le même axe eſt horiſontal, elle ne s'apellera pas ſurbaiſſée, mais *Cul-de-four ſur un Plan Ovale.*

La raiſon de cette diſtinction de nom, eſt fondée dans la maniere de la conſtruction, parce que le Cul-de-four ſurhauſſé dont les joins de lit ſont horiſontaux, ſe fait comme les Voutes Sphériques où ces joins ſont des cercles concentriques, mais dans l'autre ſituation ces joins de lit ſont des Ellipſes qui rendent le Trait de la coupe des Vouſſoirs ſi difficile, que tous nos Auteurs de la coupe des pierres y ont échoué, comme nous allons le montrer.

Erreurs de tous les anciens Traits des Voutes Sphéroïdes.

La premiere faute des Auteurs des Livres de la Coupe des Pierres dans ce Trait, conſiſte en ce qu'ils n'ont pas ſçû faire le *Plan*, c'eſt-à-dire, la projection des joins de lit. Le Pere Derand veut que ce ſoient des *Ovales équidiſtantes*. M. de la Ruë dans la même idée, les trace par des arcs de cercles concentriques mal aſſemblez, avec d'autres auſſi concentriques entr'eux, mais excentriques aux premiers avec leſquels ils ſont des jarêts, qu'il auroit pû éviter en ſuivant une meilleure méthode, mais il n'auroit jamais pû éviter les inconveniens attachez à ce mauvais principe, comme on le verra ci-après.

Pour ſentir la raiſon de cette Erreur, il faut ſçavoir que les *Ovales équidiſtantes*, ainſi que les Ellipſes qui ſeront auſſi équidiſtantes, ſont des figures diſſemblables, qui formeroient dans la doële de la Voute des joins de lits irrégulierement placez, & hors de la ſurface d'un Spheroïde régulier, la raiſon peut en être aperçûë du premier abord en jettant un coup d'œil ſur la fig. 205, où l'on voit ſenſiblement que les Ovales concentriques & équidiſtantes, s'alongent de plus en plus à meſure qu'elles aprochent du milieu C, où elles deviennent enfin pointuës.

Plan 59. *Fig.* 205.

Mais comme ce n'eſt pas aſſez d'en convaincre les yeux qu'une figure mal faite peut tromper, il faut auſſi en convaincre la raiſon. Puiſ-

que les points F & *f*, par exemple, ſont deux des quatre centres de l'Ovale ſur leſquels ſont décrits tous les arcs qui paſſent par les extrémitez des grands axes, il eſt clair que les Ovales qui paſſeront par ces points, ne ſeront plus compoſées que de deux arcs de cercles tracez des centres c^x & c^y, qui ſe croiſeront aux points F & *f*, où les arcs de réunion s'évanouiſſent en ſe réduiſant à un ſeul point. La choſe eſt encore plus claire, ſi l'on veut décrire d'autres Ovales au dedans des points F & *f*; donc la figure des premieres Ovales ſe change alors en celle d'un Fuſeau qui n'eſt plus propre à déſigner un lit de Voute Sphéroïde, où il ne doit point y avoir d'angle. Fig. 205.

Le Pere Dechalles pour éviter cet inconvenient dans ſon Trait de la Voute *rampante, ouverte au milieu, & tournante ſur un Plan Ovale*, veut que l'on prenne les diſtances égales, non ſur les rayons tirez des foyers, comme les Auteurs citez, mais ſur *les rayons tirez au centre* de l'Ovale, comme en D C; nous allons démontrer que cet expédient ne ſert de rien, en ce qu'il ne peut rendre les Ellipſes ou Ovales, ni concentriques, ni équidiſtantes.

Alia interior Ellipſis ſi fieri poteſt, non tantùm concentrica ſed etiam æquali intervallo diſtans ab exteriori, quæ diſtancia ſumantur ſecundùm radios à centro procedentes. lib. V. prop. 12.

Premierement il eſt viſible à la figure 205, que la courbe I K p s'approche plus de l'Ovale A D B en K, que la courbe I L p^5.

Pour en ſentir la raiſon il faut tirer du centre C par le point L, où la ligne D C coupe l'intervale I p^3 *i*, la ligne L *q*, & par le point K, une ligne qui lui ſoit parallele K P.

Puisque les arcs de cercles F L & D *q*, ſont tirez du même centre c^y, ils ſont par la conſtruction équidiſtans d'un intervale égal à A I, mais ſuivant la conſtruction du Pere Dechalles, la diſtance D K doit être faite égale à A I; donc les lignes D K & *q* L devroient être égales, mais D K n'eſt qu'une partie de D L; donc le point K eſt au dehors de l'Ovale I L p^5, par conſéquent plus près de l'arc D N. Il ſemble que cet Auteur a ſenti la contradiction de ſa conſtruction lorſqu'il a ajouté, *ſi fieri poteſt*.

Il ne reſte donc d'autre moyen pour rendre la ſurface de la doële de cette Voute, d'une figure réguliere, que de faire les Ellipſes des joints de lit concentriques & ſemblables, mais non pas équidiſtantes, comme le demandent le Pere Derand & Dechalles, puiſqu'il eſt impoſſible, comme on le verra encore plus clairement dans l'explication du Trait de notre conſtruction.

Le *ſecond défaut* du Trait des Auteurs des Livres de la Coupe des Pierres eſt moindre que celui-ci; peut être même pourra-t'il être conteſté que s'en ſoit un; c'eſt qu'ils font les joins montans en ligne

droite à la projection tendant au centre C, au lieu qu'ils doivent être courbes, ſi l'on veut obſerver une parfaite ſimétrie dans les diviſions des lits, où les joins de doële doivent couper des parties proportionnelles de chacune des Ellipſes de ces lits, depuis l'impoſte juſqu'à la Clef, dont le milieu eſt repréſenté dans la projection horiſontale, par le centre commun C ; or les lignes droites tirées par des diviſions de parties égales à l'impoſte, coupent les Ellipſes des lits ſupérieurs en parties inégales entr'elles ; donc les joins de doële dont les projections ſont des lignes droites, alterent & gâtent la ſimétrie des Vouſſoirs, donc ils doivent être faits courbes en projection, d'où il ſuit, qu'ils doivent être en œuvre des courbes à double courbure, puiſqu'ils ne peuvent être repréſentez en projection par des lignes droites.

Pour prouver la mineure, il faut tirer du point K, pris au milieu de l'arc D B de la fig. 200, une ligne droite au centre C, & l'on montrera que cette ligne coupera l'Ellipſe concentrique I p^3 i plus près du point 6, qui eſt le correſpondant du point 6 i, que du point 7, c'eſt-à-dire, que l'arc p^3 k eſt plus petit que k i, auquel il devroit être égal

Fig. 200.

Il eſt clair que les arcs Elliptiques des Ellipſes concentriques, ne ſont pas coupez par un diametre en même raiſon que leurs cordes, parce que leurs cordes ſont paralleles entr'elles, & les arcs ne ſont pas équidiſtans, comme nous l'avons démontré au premier livre, par conſéquent ils ne peuvent être coupez proportionnellement par une ligne droite, comme le ſeroient des arcs de cercles concentriques par leurs rayons. Ainſi dans l'Ovale de la figure 205 qui imite l'Ellipſe, on voit que les cordes ſemblables g G, d e, A D, ne parviennent pas juſqu'au diametre D C, & qu'au contraire ſi l'on en tire d'autres B D, E e, Q G, elles paſſeront au delà de la ligne D C tirée au centre ; donc elles ne couperont pas les Ovales concentriques proportionnellement, mais dans un raport toujours inégal que l'on peut facilement reconnoître dans cette Ovale, en ce que la difference des ſections des arcs concentriques coupez par des lignes droites D C, tirées au centre de l'Ovale, & D Y, c_3, au centre de l'arc D N, eſt l'arc Y L ; car puiſque les lignes D c_3, N c_3 ſont des rayons d'un même cercle, tous les arcs D N, e P, G p^2, Y p^3 ſont ſemblables étant concentriques & entre les mêmes rayons ; or la ligne D L retranche de ces arcs les parties G O & Y L, qui ſont d'autant plus grandes, qu'elles aprochent du centre ; par conſéquent ſi l'on diviſe l'arc I L p^3 en deux également en m, ſupoſant A N diviſée également en D, il n'y aura qu'une ligne courbe qui puiſſe paſſer par les points D m & C, puiſque le point m eſt hors de la Droite D C, *ce qu'il falloit démontrer.*

Quoique

Quoique cette démonſtration dans l'Ovale compoſée d'arcs de cercles, ne concluë pas exactement pour l'Ellipſe, elle donne du moins un grand indice de la même propriété, puiſque cette compoſition d'arcs de cercles, eſt une bonne imitation de la figure de l'Ellipſe; je la mets ici, parce qu'elle eſt à la porté de tous ceux qui n'ont qu'une ſimple notion des Elemens de Géometrie.

Pour en faire l'aplication à l'Ellipſe, il faut ſçavoir que hors des axes les diametres ne coupent pas les cordes & les arcs également, comme dans le cercle que nous avons démontré au Lemme du liv. II. pag. 193, parce qu'ils ſont inclinez aux cordes plus qu'aux arcs qu'elſouſtendent, par conſéquent le demi diametre C K de la fig. 200, coupera la corde D B plus près de D, que de B, quoique les parties D K, & K B de l'Ellipſe ſoient égales; or les cordes D B & $p^3 i$, étant paralleles entr'elles, ſont coupées proportionnellement par le demi diametre C K; donc le point x eſt plus près de p^3 que de i, mais il n'en eſt pas de même des Ellipſes, puiſqu'elles ne ſont pas équidiſtantes entr'elles, l'arc $p^3 k$ eſt plus près du point x, que l'arc D K ne l'eſt du point X, parce que les diametres ne ſont pas en même raiſon; donc la Droite K C coupera le premier en k, plus prés de p^3 que le point K ne l'eſt de D, *ce qu'il falloit démontrer.*

REMARQUE.

Il ſuit de ce que nous venons de dire, qu'on ne peut éviter toute ſorte d'irrégularité, ſi l'on fait les diviſions des Vouſſoirs égales entre elles, leurs joins montans ſeront des Courbes à double courbure, & ſi l'on fait les joins à ſimple courbure Elliptique, les diviſions ſeront inégales. On remarque ordinairement ces défauts dans les Edifices, où les Voutes ſont ornées d'arcs-doubleaux élevez ſur des Pilaſtres eſpacez dans une Tour Elliptique à diſtances égales, comme à un Salon des plus modernes & des plus beaux Hôtels de Paris. La raiſon des Architectes eſt ſans doute, afin que les arêtes des arcs doubleaux ſe bornoyent en ligne droite.

Je n'oſerois me déclarer en faveur des joins à double courbure, contre un principe de décoration ſi bien établi par l'uſage; je ne voudrois pas même faire de tels arcs-doubleaux en petit nombre & fort éloignez, ou qui ne ſeroient pas continuez en croiſées à la Clef, ou diametralement opoſez, s'ils ſont coupez par un plafond de milieu; mais je penſe que s'il y en a pluſieurs dans une Voute ſimétriſée, cette ondulation des arcs-doubleaux ne ſçauroit être que très agréable à la vûë, en voici ſelon moi une preuve convainquante.

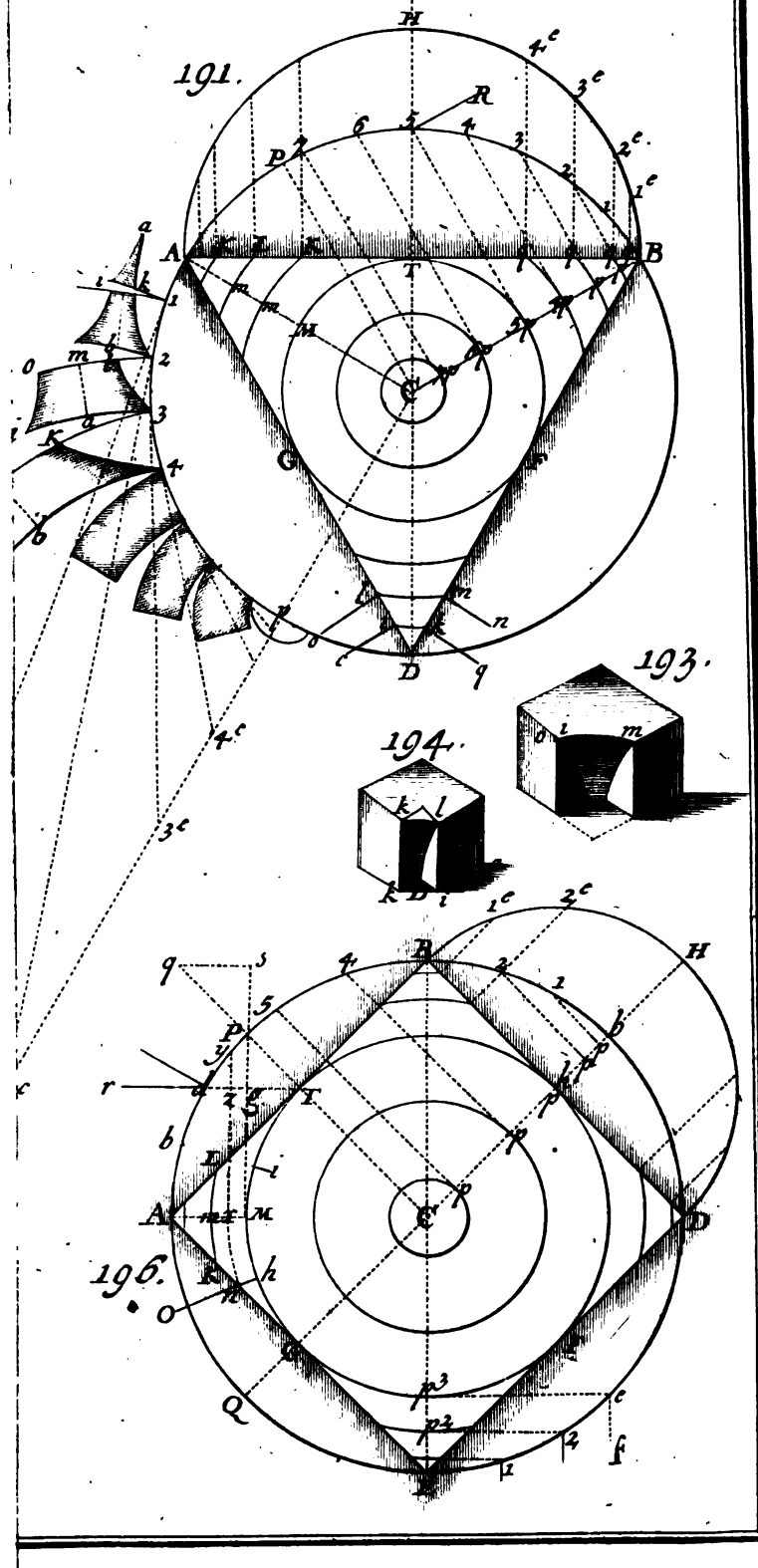
Si l'on ornoit une Voute Sphéroïde de compartimens horiſontalement égaux, je veux dire d'égale largeur à chaque rang, comme ſont ceux de la Voute Sphérique du Panthéon, on ne pourroit conſerver l'égalité des parties horiſontales, ſans incliner les côtez montans des quadres qui ſe plieroient en façon de S par leurs infléxions ; or cette figure qui n'eſt point déſagréable à la vûë, paroîtroit au jugement une ſuite néceſſaire de l'égalité des quadres renfoncez, par conſéquent un effet de l'art, que la ſimétrie rendroit agréable. On peut avoir remarqué pareille décoration dans pluſieurs ornemens d'Ouvrages d'Architecture & de Meubles, comme en des Tabatieres de ces figures qu'on apelle *de Gout.*

Quoique les joins montans à double courbure, ſoient attribuez à une plus grande perfection d'ouvrage, que les joins à ſimple courbure dirigez dans des plans verticaux, je ne condamnerai pas ceux-ci, lorſqu'ils ſeront interrompus par des liaiſons & non pas continuez juſqu'au pôle ou près du pôle, comme les arcs-doubleaux & les compartimens des quadres reſſerrez. Je ferai ſeulement remarquer que cette conſtruction ôte la facilité de l'apareil, en ce qu'elle fait que les doëles des Vouſſoirs deviennent gauches, c'eſt-à-dire qu'elles n'ont pas leurs quatre angles dans un plan ; ainſi on ne peut les faire comme nous avons enſeigné au Chapitre VII, par la voye du demi équarriſſement, ſans une correction un peu difficile, mais ſeulement par l'inſcription des cylindres Elliptiques dans le Sphéroïde, ce que le Pere Derand apelle par équarriſſement.

Je conviendrai auſſi que ſi on les fait courbes, & que les Vouſſoirs ſoient en aſſez petit nombre en hauteur, pour que la courbure devienne ſenſible, c'eſt encore une autre petite difficulté, ou plûtôt une ſujetion ; mais ſi le nombre en eſt grand, ils pourront être pris ſans erreur ſenſible pour droits, chacun en particulier, parce qu'il comprendroient une très petite partie d'une Courbe, dont les infléxions ne ſont pas conſidérables.

De toutes ces obſervations il ſuit, que M. de la Rue a eu raiſon de dire que *cette Voute à cauſe de ſa figure Elliptique eſt aſſez difficile à bien exécuter, c'eſt pourquoi, on doit aporter autant de ſoin à tracer les Vouſſoirs, qu'à les bien poſer.* Mais comme il ſe contente d'indiquer les difficultez ſans en lever aucune, & ſans éviter les fautes du Pere Derand qu'il a ſuivi, je vais tacher d'y ſupléer.

Je remarquerai auparavant une correction dans ſon Errata qu'il n'auroit pas dû faire. *Les foyers*, (dit-il,) *de l'Ovale du plan, ſerviront pour tracer les Ellipſes qui repréſentent les plans des aſſiſes.* Cela eſt impoſſi-



UNIV. OF MICH.

ble ; car s'il entend par le mot *d'Ellipſe*, la Courbe qui eſt une des ſections coniques, il eſt démontré que les concentriques ſemblables, ne peuvent avoir les mêmes foyers, & s'il entend par ce mot *l'Ovale* compoſée d'arcs de cercles, nous en avons fait voir l'inconvenient qu'on ne peut lever.

Pour donner ce Trait avec toute la juſteſſe convenable, & pour diſtinguer par des noms, des choſes differentes, nous diviſerons les Voutes Sphéroïdes en *Régulieres* & *Irrégulieres*. Les *Régulieres* ſont celles qui ſont formées par la révolution d'une Ellipſe ſur ſon grand axe. Les *Irrégulieres* ſont celles qui ne ſont pas formées par cette révolution, mais dont les ſections des joins horiſontaux ſont des Ellipſes ſemblables & concentriques dans la projection, rangées dans la hauteur les unes ſur les autres, ſuivant le contour d'une demie Ellipſe verticale, & perpendiculairement à ſon petit, ou à ſon grand axe.

On peut encore la conſiderer ſuivant une autre Génération en ſupoſant une demie Ellipſe verticale, qui ſe meut autour de ſon demi axe vertical, laquelle s'ouvre & ſe reſſerre en tournant ſuivant le contour d'une Ellipſe horiſontale, dont le centre eſt dans l'axe de la verticale ; nous apellerons ceſte derniere eſpece de corps une *Ellipſoïde*, pour les diſtinguer du Sphéroïde.

PROBLEME XIX.

Faire une Voute en Sphéroïde Oblong.

En termes de l'Art,

Voute en Cul-de-four, ſur un Plan Ovale.

PREMIER CAS.

Du Sphéroïde Régulier.

Soit (fig. 200.) l'Ellipſe A H B D le plan horiſontal de la Voute, ou ſi l'on veut ſeulement ſa moitié A D B, pour faire ſervir l'autre moitié A H B de profil, ſuivant ſon grand axe où eſt ſa longueur ; ſur D H petit axe comme diametre, on fera le demi cercle D *b* H pour ſervir de profil ſuivant ſa largeur, & on diviſera la moitié D *b* en ſes Vouſſoirs, par exemple ici en trois & demi aux points 1, 2, 3, *b*, par leſquels on abaiſſera des perpendiculaires ſur D C, aux points P, p^2, p^3. On tirera la corde D B du petit au grand axe, & par les points P p^2 p^3, on lui menera des paralleles, qui couperont le demi grand axe C B, aux points *e*, *g*, *i*, qui ſeront les extrémitez des Ellipſes concen- *Fig.* 200.

triques, qu'il faut tracer pour faire les projections des joins de lit de chaque aſſiſe ou rang de Vouſſoirs ; ainſi on portera les moitiez de leurs grands axes de l'autre côté de C, ſçavoir C e en C E, C g en C G, C i en C I, & par le Problême VII. du 2e livre, on tracera les Ellipſes E P e, G p^{2} g, I p^{3} i, qui ſeront ſemblables & concentriques, mais non pas *équidiſtantes*, comme les demandent mal à propos le Pere Derand & ſes Sectateurs.

Pour le démontrer, on n'a qu'à examiner les triangles ſemblables C D B, C P e, où l'on a C D. C P :: C B. C e, ou en diviſant C D — C P = P D. C D :: C B — C e = e B. C B, & en alternant P D. e B :: C D. C B ; or C D eſt plus petit que C B, donc l'intervale P D d'une Ellipſe à l'autre au petit axe, eſt plus petit que C B diſtance des deux Ellipſes au grand axe, *ce qu'il falloit démontrer* pour condamner les pratiques des Auteurs de la coupe des pierres.

Mais diront leurs Partiſans, il ſuit de là que les doëles ſeront de largeurs inégales, puiſque la corde B 1e du profil B H ſur le grand axe, eſt plus grande que la corde b 1^{f} du profil b H ſur le petit axe, quoique la hauteur horiſontale de ces points ſoit égale, parce-qu'entre les paralleles 1$_{f}$ 1e & C B, la corde b 1^{f} eſt moins inclinée que la corde B 1e, ce qui n'arrive pas dans la conſtruction du Pere Derand. J'en conviens, mais cette inégalité, outre qu'elle eſt imperceptible à la vûë, n'eſt point un défaut, c'eſt une propriété inſéparable & néceſſaire à l'uniformité des diviſions de la figure coupée par des plans horiſontaux, telle eſt celle du retréciſſement des dégrez de longitude ſur la Sphère Armillaire, & des quadres de compartimens des Voutes Sphériques qui ne ſont en rien déſagréables à la vûë.

Les projections horiſontales des joins de lit, étant tracées par des Ellipſes concentriques & ſemblables, on pourra tracer les joins montans par des lignes droites, au lieu des courbes tirées de la circonférence au centre, ſi l'on veut tailler les Vouſſoirs par équarriſſement, & ne pas ſe piquer d'une trop grande régularité. Mais ſi on eſt plus curieux d'éxactitude, ou qu'on ait des compartimens ſuivis, à faire depuis la naiſſance juſqu'à la Clef, on les tracera en lignes courbes par pluſieurs points que l'on trouve très-facilement.

Ayant diviſé l'arc de naiſſance D K B, en un nombre arbitraire de parties égales, comme ici en 5 aux points 5, 6^{1}, 7^{1}, 8, B, on diviſera les autres quarts d'Ellipſes, qui ſont les projections des joins de lit en un même nombre de parties égales, comme P e aux points 5^{1}, 6^{2}, 7^{2}, 8^{2}, e, & ainſi des autres, & par les points trouvez, on

tirera à la main ou avec une regle pliante les Courbes C 7 $7^3 \cdot 7^2$ 7^1 ; C 6 $6^3 \cdot 6^2$ 6^1 ; C 5 $5^3 \cdot 5^2$ 5^1, qui auront deux inflexions opoſées, comme des S.

On peut auſſi les trouver autrement par des lignes droites, en déterminant la longueur des doëles des Vouſſoirs, par des cordes paralleles entr'elles, qui coupent les Ellipſes concentriques ; ainſi ayant déterminé, par exemple dans un ſecond rang de Vouſſoirs la longueur *a b* ſur l'Ellipſe E L P pour une pierre, on tirera les cordes E *a* & *a b*, & par le point G du lit de deſſus, leurs paralleles G *d*, *d c*, qui donneront ſur la troiſiéme Ellipſe G p^2 p^3 les points *d* & *c*, aux interſections de ces cordes avec l'Ellipſe, la figure *a d c b* ſera la projection horiſontale du Vouſſoir qu'on ſe propoſe de faire, par le moyen de laquelle on pourra tailler ce Vouſſoir de deux manieres, comme il a été dit pour les Voutes Sphériques. 1°. Ou par équarriſſement en faiſant une portion de cylindre elliptique qui ait pour panneau du lit de deſſus l'arc *d l c*, & pour celui de deſſous l'arc *a* L *b*. 2°. Ou par panneaux de doële plate, comme nous l'avons expliqué à la méthode de la réduction de la Sphère en Polyëdre, dont nous allons faire l'aplication au Sphéroïde.

Ayant diviſé les cordes *a b*, *d c* en deux, également en M & *m*, on menera par ces points la ligne Q *q*, qui coupera l'axe A B en C, ou D H auprès du point C, on la diviſera en deux également au point *x*, d'où on tirera une parallele à C B, ou à C D, qui coupera l'arc de cercle R *r* au point R, la ligne *x* R ſera le demi axe d'une Ellipſe, dont Q *q* ſera le grand axe, par le moyen duquel on décrira le quart d'Ellipſe R *y* Q. Enſuite des points L *l*, on élevera des perpendiculaires au diametre Q *q*, qui couperont l'arc Q *y* R aux points *a y*, par leſquels on tirera des lignes *a k*, *y x*, paralleles & égales aux flêches L M, *l m* par les points *k* & *x*, on menera la ligne *k x*, l'angle rectiligne *a k x* donnera le *biveau* de l'horiſon avec la doële plate, & la ligne *k x* donnera la vraye longueur du milieu de cette doële.

Pour former le panneau de cette doële, dont on a la projection en *a b c d*, on tirera une diagonale dont on cherchera la vraye longueur par le profil, en faiſant à part un triangle rectangle, qui aura pour une de ſes jambes cette ligne *a m*, portée en *a* T, & pour l'autre la hauteur de la retombée T 2, du ceintre primitif D *b*, l'hypotenuſe *a m*, ſera la vraye longueur cherchée, avec laquelle on fera le panneau de doële plate. Fig. 208.

On prendra 1°. ſur le plan horiſontal la longueur *a* M ; 2°. ſur le profil de l'arc Q R la longueur *k x* ; & 3°. ſur le profil ſeparé la lon-

Fig. 201. gueur $k\,m^x$, dont on fera le triangle $i\,k\,m^x$; enſuite on prolongera la ligne $i\,k$, d'une longueur $k\,b$, égale à M b du plan ; par le point m^n, on menera une parallele $d\,c$ à $i\,b$, ſur laquelle on prendra les parties $m^x\,d$, $m^n\,c$ égales à celles du plan horiſontal $m\,d$, $m\,c$, & l'on tirera les lignes $i\,d$, $c\,b$; le trapeze $i\,d$, $c\,b$ ſera le panneau de doële plate que l'on cherche ; ainſi on aura tout ce qui eſt néceſſaire pour tailler la pierre.

Aplication du Trait ſur la Pierre.

Fig. 202. AVANT dreſſé un parement pour ſervir de lit ſupoſé de niveau, on y tirera une ligne $a\,b$ (fig. 202.) avec laquelle on fera par le moyen de la fauſſe équerre, les angles $b\,a$ N, & $a\,b\,o$ égaux à ceux du plan de l'épure ; enſuite ayant diviſé cette ligne en deux également en M, on prendra avec la fauſſe équerre l'angle a M L de la fig. 200, pour tracer ſur ce lit la ligne L M. On abatra la pierre avec le biveau N $k\,x$ du profil, en tenant une de ſes branches ſur la ligne L M, & l'autre en ligne droite, en borneyant par le plan de cette planche ; en ſorte que l'angle M ne ſoit ni à droite ni à gauche des points L & m, ce qui donnera ſur la pierre un point m, par lequel & par la ligne $a\,b$, ayant fait une ſurface plane, on y apliquera le panneau $i\,d$, $c\,b$ de la fig. 201, pour y tracer la doële plate qui donne la poſition des quatre angles du Vouſſoir. Il reſte à préſent à creuſer la doële entre ces angles.

1°. SUR le plan horiſontal on tracera l'arc a L b, par le moyen d'un panneau levé ſur le plan de l'épure. 2°. Au lit de deſſus, on creuſera avec une cerche l'arc $d\,c$, en faiſant une plumée par le moyen de cette cerche, dont on tiendra le plan parallele au lit horiſontal du deſſous, puis avec une autre cerche formée ſur l'arc $a\,y$ du profil Q y R, on fera une autre plumée pour le milieu de la doële ; enfin les deux joins montans ſe creuſeront ſuivant deux autres arcs elliptiques, pris ſur des Ellipſes qui auront pour grand axe les lignes $a\,d$, $b\,c$ prolongées, comme on a fait pour le milieu L l ; mais comme cette opération ſeroit un peu trop longue, il ſuffira dans la pratique de prendre la fléche de l'arc 1, 2 du centre primitif D b, ou du ſecondaire A H & de la porter ſur le milieu de la corde du panneau en $f\,l$, & de mener par les points c, f, b, une courbe avec une regle pliante

LA doële étant creuſée, on abatra la pierre pour former les joins montans, faiſant paſſer une ſurface plane par les trois points donnez N $a\,d$ d'un côté, & $o\,b\,c$ de l'autre, après quoi il ne reſtera plus qu'à faire les lits de deſſus & de deſſous qu'on doit faire avec le

biveau de doële & de lit du ceintre primitif circulaire, pris ſeulement avec la fauſſe équerre ſur la corde & la coupe $b\ 1^f\ 5$, en la faiſant courir quarrément ſur les arêtes des lits de deſſus & de deſſous; mais cette méthode toute bonne qu'elle eſt & ſuffiſante pour la pratique, n'eſt pas tout à fait exacte, en ce qu'elle fait les lits coniques gauches, comme il eſt viſible par le profil, car ſi l'on fait la ligne de coupe naturelle à l'Ellipſe $1'\ 5'$ égale à celle de la coupe du cercle $1^f\ 5$, la ligne $5\ 5'$ ne ſera plus parallele à l'horiſontale $1^f\ 1'$, & comme les cordes $1^f b$. $1'B$ ſont inégalement inclinées, il ſuit que les coupes $1^f\ 5 \cdot 1'\ 5'$, qui doivent faire à peu près les mêmes angles avec ces cordes, ne ſont pas auſſi également inclinées, ni paralleles entr'elles. Il ſemble que pour la commodité de l'apareil il convient mieux de faire ces ſortes de Voutes, par la voye de l'inſcription des cylindres, qui fournit un moyen de faire les coniques en portions de Cônes Droits, en ſorte qu'à même épaiſſeur de Voute, ils ſont toujours de niveau.

Seconde Méthode, *par l'inſcription des Cylindres.*

Nous avons aſſez expliqué cette méthode en parlant des Voutes Sphériques, pour qu'il ne ſoit pas néceſſaire d'en repeter ici la pratique; à la perte de pierre près elle eſt préférable à celle des panneaux de doële plate, dans ces ſortes de Voutes, à cauſe de la facilité de l'exécution, particuliérement ſi l'on vouloit faire les joins montans courbes, comme ils ſont tracez à l'épure, parce qu'on peut en apliquer le panneau au lit de niveau du deſſus & du deſſous, & le tailler comme une portion cylindrique très-peu creuſe; cependant elle n'empêche pas qu'on ne ſoit obligé de faire des cerches differentes pour chaque joint montant, & même pour le milieu des doëles, ſi le Vouſſoir occupe une aſſez grande partie, pour que les arcs elliptiques deviennent ſenſiblement differens en contour. On a mis au bas de la planche 59. à la fig. 207, un quartier de pierre ébauché, pour y poſer les hauteurs des retombées, les retombées, & les panneaux de tête, & le même Vouſſoir achevé à côté à la fig. 208, ce que l'on peut comparer à la figure 160 de la planche 53, & au diſcours du Chapitre précédent page 328 & 330. *Fig.* 207. *Fig.* 208.

* *
*

SECOND CAS.

Des Voutes Sphéroïdes irrégulieres, ou des Voutes Ellipſoïdes.

En termes de l'Art,

Voutes de Four ſurhauſſées ou ſurbaiſſées, ou ſur un Plan Ovale.

Cette ſorte de Voute differe de la précédente, en ce que les ſections perpendiculaires à ſon axe ne ſont pas des cercles, mais des Ellipſes dont le demi axe vertical eſt plus grand ou plus petit que le demi axe horiſontal, c'eſt-à-dire, dont le ceintre eſt ſurhauſſé ou ſurbaiſſé, mais qui ſont cependant ſemblables entr'elles.

Fig. 206. Soit (fig. 206.) l'Ellipſe A D B E le plan horiſontal de la Voute, ſon ceintre à plomb ou ſa coupe par le milieu en travers A H B, & ſon ceintre à plomb ou ſa coupe par le milieu ſuivant ſa longueur D *b* E ou *e* H *d*, on prendra celui des deux qu'on voudra pour primitif. Soit, par exemple, la moitié du petit A H diviſée en ſes Vouſſoirs aux points 1, 2, 3, H, d'où ayant abaiſſé des aplombs ſur le demi axe A C, qui le couperont aux point Q, q^2, q^3, on menera par ce point des lignes $p^3\ q^3$, $p^2\ q^2$, P Q, paralleles à la corde A E, qui détermineront les longueurs des demis grands axes des Ellipſes qui doivent être les projections des joins de lit, & les perpendiculaires ſur C E, comme q^3 3°, q^2 2°, Q 1°, étant faites égales à celles du ceintre primitif A H, donneront les points *b* 3° 2° 1° E de l'Ellipſe du ceintre ſur le grand axe.

Si l'on vouloit trouver un ceintre ſur la ligne F C, ayant tiré la corde A F, on en uſeroit de même qu'au cas précédent, dont celui-ci ne differe que par un peu plus de variété, & par conſéquent de difficulté pour l'exécution.

Cette trop grande variété de courbures & de ſections elliptiques fait, 1°. qu'on ne peut exécuter ces Voutes par l'inſcription des Cônes tronquez, comme les Voutes parfaitement Sphériques, parce que n'ayant pas pour baſe des cercles, mais des Ellipſes, les dévelopemens n'en ſeroient plus des Couronnes de cercles, mais des courbes ondées, telles qu'on les voit à la planche 22 du troiſiéme livre, ce qui rendoit l'opération trop compoſée.

En

En ſecond lieu, on ne peut les faire par le moyen des ſegmens de Sphéroïde, qu'il ſeroit long & difficile de tracer pour chaque Vouſſoir en particulier, comme on en peut juger par ce que nous avons dit au Chapitre premier de ce livre.

Troiſiémement, on ne peut les faire par la voye des panneaux de doële plate, lorſqu'on voudra faire les joins montans par des plans verticaux menez ſur les lignes droites tirées du centre à la circonférence, parce qu'en ce cas les doëles ſont gauches, c'eſt-à-dire, que les quatre angles des Vouſſoirs, excepté ceux qui ſont à diſtances égales des axes, ne ſont pas dans un même plan, à moins qu'on ne commençât par les faire plans pour les recouper enſuite, ce qui employeroit du tems inutilement & demanderoit encore une attention particuliere. Ainſi on eſt en quelque façon obligé de les exécuter par la voye, apellée improprement par les Auteurs de la coupe des pierres, *par équarriſſement*, qui eſt celle de l'inſcription des cylindres dans l'Ellipſoïde.

REMARQUE SUR L'USAGE.

Ces ſortes de Voutes ſont très communes dans les Egliſes modernes, il y en a ſix égales entr'elles dans celle de Saint Pierre de Rome, trois à chacun des *bas côtez*, dont l'Ellipſe de l'impoſte a 45. pieds de longueur de grand axe, 34. de petit, & 21. de hauteur ſous clef, ſupoſant qu'il y en eût une, au lieu de la Lanterne qui la couronne. Il y en a une à peu près de même grandeur à Saint Sulpice à Paris, à la Chapelle de la Vierge, dont le grand axe a 48. pieds de long, le petit 35, & la hauteur ſous clef 19. Les Egliſes de Saint André du Quirinal, ou de Monte Cavallo, de Saint Charles du Cours à Rome, ſont voutez de cette eſpece de Voute, avec des Lunettes & Lanternes, la Chapelle du Saint Sacrement des Peres de l'Oratoire de Saint Honoré à Paris, & quantité d'autres, qu'il eſt inutile de citer; ainſi on peut dire que quoique la plus irréguliere des Voutes en Cul-de-four, ce n'eſt pas la moins uſitée.

On me dira peut-être que les grandes Voutes ſe font ſouvent de Briques, comme une partie de celles que je cite, & qu'ainſi on n'y trouve pas les mêmes difficultez qu'aux Voutes de Pierre de Taille; j'en conviens, mais le Trait devient alors néceſſaire aux Charpentiers, pour la formation des ceintres ſur leſquels on conſtruit la Voute, & il ſert de plus pour la Charpente extérieure du comble dont nous allons parler.

Obſervations ſur les Figures des Dômes.

Lorsque les Voutes Sphériques ou Sphéroïdes ſont aparentes au dehors, on eſt ordinairement obligé de les recouvrir d'une ſeconde Voute *d'Entrecoupe*, ou d'un comble de charpente de figure differente qui ſe préſente agréablement à la vûë, parce qu'une ſurface Sphérique ou Sphéroïde ſurbaiſſée, n'a pas la même grace étant vûë par dehors que par dedans, elle paroît trop baſſe, en termes de l'Art, trop *écraſée*, comme l'expérience le montre en quelques-uns des Dômes modernes des Egliſes de Paris ; de ſorte qu'on eſt obligé de les ſurhauſſer par dehors, comme l'on a fait à Saint Pierre de Rome, & à Paris à la Sorbonne, au Val-de-Grace & aux Invalides, afin qu'étant vûs d'en bas ils ſoient d'un agréable contour, en voici la raiſon.

Il eſt certain qu'une Sphère entiere de quelque côté qu'elle ſoit vûë, paroît toujours comme un cercle, c'eſt ainſi que le Soleil, la Lune, & les Planettes lorſqu'elles ſont dans leur *plein*, paroiſſent en quelque endroit qu'ils ſoient, ſur l'horiſon, ou au Zenith, faiſant ici abſtraction d'un changement inſenſible que la réfraction peut y cauſer.

Il n'en eſt pas de même d'un Hémiſphère, dont la ſection n'eſt pas dans un plan qui paſſe par l'œil du Spectateur, ni perpendiculaire au rayon viſuel paſſant par le centre de l'objet ; car hors de ces cas l'Hémiſphère paroîtra plus grand que le demi cercle, ſi l'œil eſt du côté de la convexité, & plus petit s'il eſt du côté de la ſection plane, ce qui eſt viſible par les differentes Phaſes de la Lune, où il n'y a jamais qu'un Hémiſphère de Lumiere, & un peu plus, lequel change cependant toujours à notre égard par ſes differentes expoſitions, c'eſt pourquoi, les Dômes en Hémiſphère qui ſont ſujets à être vûs de differens endroits, & de bas en haut, ne ſont aperçûs que ſuivant l'aparence du plan paſſant par leurs impoſtes, laquelle ſera toujours une Ellipſe par dehors, parce que le rayon viſuel ne peut être perpendiculaire à ce plan, que lorſqu'on eſt préciſement ſous le milieu de la Clef, ou préciſement en l'air au deſſus, dans l'aplomb de la même Clef ; c'eſt pourquoi il faut que l'Art corrige les aparences qui diminuent la grace du contour du Dôme, en le rendant plus bas que l'Hémiſphère aparent, ce que l'on fera par le Trait ſuivant tiré d'une des Leçons de feu M. de la Hire à l'Academie d'Architecture que j'ai énoncé differemment, précedé & augmenté des raiſons qu'il laiſſoit à trouver à ſes Auditeurs, & qu'un habile Profeſſeur en Mathématique, qui l'a publié depuis peu, a de même obmiſes & laiſſez à la méditation du Lecteur.

PROBLEME XX.

Trouver les axes conjuguez de la portion d'Ellipſe Génératrice d'un Sphéroïde, lequel étant vû d'une diſtance & d'une hauteur donnée, préſente à l'œil l'aparence d'un corps Sphérique.

Ou pour l'Architecture,

Faire l'épure d'un Dôme ſurhauſſé, de maniere qu'étant vû d'une diſtance & d'un niveau donné à la ronde, il paroiſſe à peu près Sphérique en plein ceintre.

Soit (fig. 203.) A H la hauteur de la naiſſance du Dôme qu'on doit faire, priſe à plomb ſur le niveau du point de diſtance donné D; on réduira cette hauteur A H & la diſtance A D en petit, comme l'on fait tous les deſſeins par le moyen d'une échelle, par exemple au douziéme prenant des demi-pieds pour des toiſes, pour en faire un triangle rectangle A H D, qui eſt une préparation néceſſaire au Trait de l'épure de la grandeur naturelle du Dôme. Fig. 203.

Ayant fait A H verticale A D horiſontale, dans les meſures proportionnelles aux vrayes longueurs & hauteurs, & ayant tiré H D, on lui menera du point H une perpendiculaire H B, qu'on fera égale à la meſure du demi diametre du Dôme, ſuivant ſa réduction en petit, comme on vient de faire pour le triangle A H D, & l'on tirera la ligne D B.

Ensuite ſans faire aucune réduction de meſure en petit par l'échelle, on menera par le point A une ligne A E perpendiculaire à H D, & égale à la vraye meſure du demi diametre du Dôme, par exemple, ſi la Tour qui le porte avoit douze toiſes de diametre, comme celle des Invalides, on porteroit ſur A E la longueur de ſix toiſes, & par le point E, on menera la ligne E F parallele à D B, laquelle coupera A H prolongée au point F.

On fera enſuite G I = G H, & l'on tirera A I K, qui rencontrera F E prolongée au point K, on portera la longueur A K de F en L, & l'on diviſera le reſte L A en deux également en C, par où on menera C M parallele à A D, & égale à A E demi diametre du Dôme.

Les lignes F C & C M ſont les deux demis axes conjuguez que l'on cherche, & le point C le centre du Sphéroïde, par le moyen deſquels on tracera une portion d'Ellipſe plus grande que le quart d'un arc M N, dont la révolution ſur ſon grand demi axe C F, formera le Sphéroïde d'un Dôme dont l'aparence ſera Sphérique, lorſqu'on

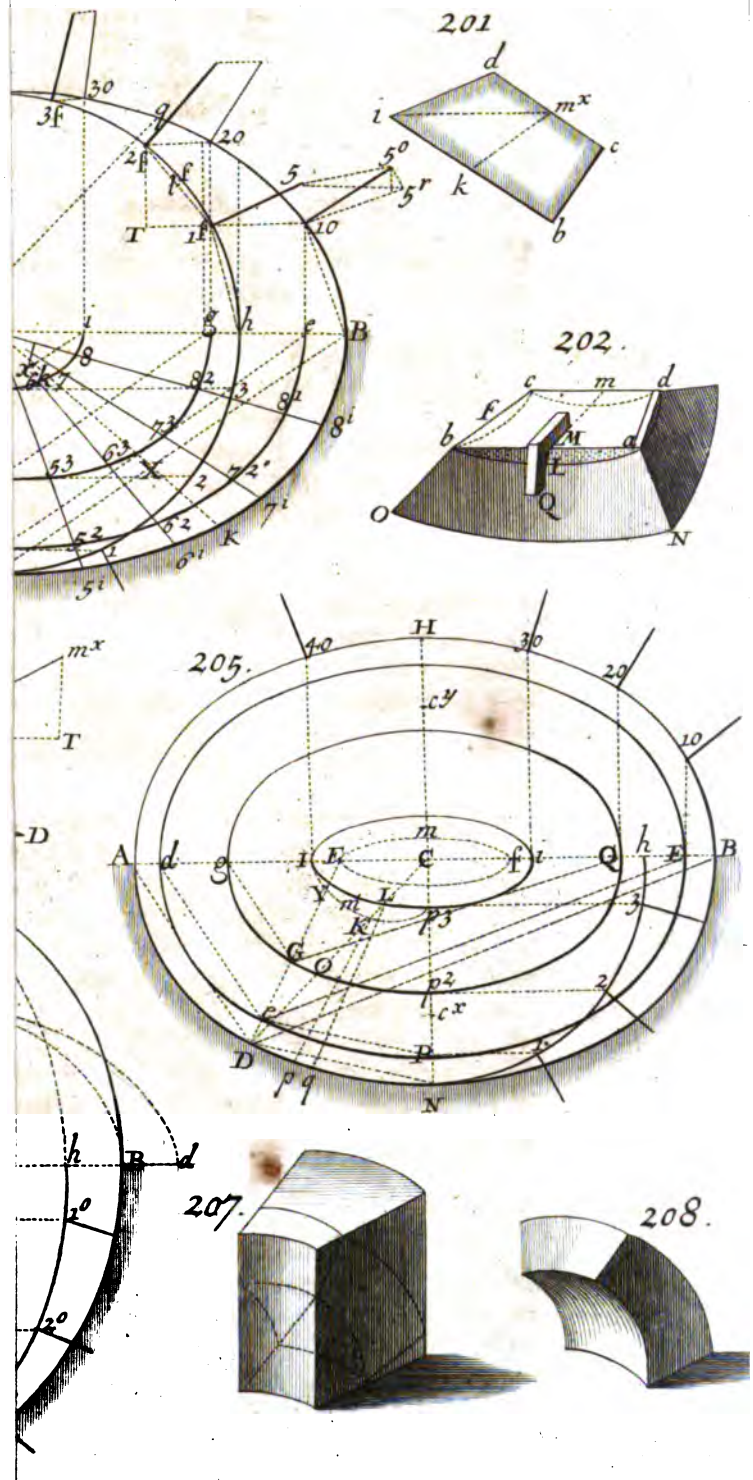
le regardera du point donné D, & de tous les équidiſtans à la ronde qui ſeront dans le même niveau.

Explication Démonſtrative.

Si on prolonge D B juſqu'à ſon interſection O avec la verticale A F, & qu'on ſupoſe une Sphère dont le rayon vertical H O, eſt élevé au deſſus de D ou A D de la hauteur A H, on reconnoîtra que ce rayon étant vû du point D, doit paroître racourci ſuivant la perpendiculaire H B, à laquelle il paroîtra égal, l'un & l'autre étant compris dans le même angle de la viſion H D O, formé par les rayons viſuels D H & D O; donc par l'inverſe ſupoſant un rayon de Sphère incliné en H B, il paroîtra égal à un plus long H O.

Or par la conſtruction, à cauſe des paralleles E F & B O partie de D O, on aura H B. A E :: O B. F E :: H O. A F; donc le Dôme doit être alongé, c'eſt-à-dire ſurhauſſé dans le raport des lignes A E & A F; cependant parce que la ligne A K qui fait au deſſous de A E un angle égal à E A F, paroîtroit auſſi égale à A F, quoiqu'elle ſoit plus courte, puiſque la ligne F K eſt inclinée à la ligne H I, autant que ſa parallele O D; il paroît convenable de ne prendre ni l'une ni l'autre de ces lignes A F, A K pour demi axe, mais de placer le centre C au milieu de leur difference L A.

Presentement ſi l'on demande le lieu où l'on doit placer la naiſſance de la Lanterne ou de l'ornement qui doit ſervir d'amortiſſement au Dôme, il ſemble qu'on ne peut mieux la mettre qu'au point d'atouchement T d'une tangente P T menée parallelement à F E, parce que la partie ſupérieure T F, ne peut être vûë du point D, conſideré dans le vrai hors de la réduction, ainſi cette partie étant totalement inutile à la décoration, on ne peut ſe diſpenſer d'y ſubſtituer quelque *Lanterne*, *Piedouche* ou autre ornement plus élevé, dont la baſe doit paſſer au point T. Mais comme un Dôme n'eſt pas toujours vû d'une même diſtance, pluſieurs Architectes veulent que cette Lanterne ait le tiers du diametre du Dôme; c'eſt une affaire de gout, dont on trouve differens exemples dans les Ouvrages des plus fameux Architectes. Il ne s'agit pas ici d'en faire l'examen.


201
202.
205.
207.
208.

DES VOUTES SPHEROIDES TRONQUÉES.

En termes de l'Art,

Voutes en Cul-de-four en Pandantif ſur un quarré long, ou ſur une Lozange, dans laquelle les Clefs des Formerets ſont de niveau.

PLAN 60.

SOIT (fig. 213.) le quarré long A D B E le plan horiſontal de la Voute en Cul-de-four. Ayant tiré les diagonales A B, D E, qui ſe croiſent en C, on décrira ſur un des petits côtez A D comme diametre, le demi cercle A *b* D pour ceintre du petit formeret, qu'on diviſera en ſes Vouſſoirs en nombre pair, comme aux Traits précédens des Voutes Sphériques de cette eſpece, aux points 1, 2, 3. *b*, 5, 6, 7, deſquels ayant abaiſſé des perpendiculaires ſur A D, qui la couperont aux points P *p*, on menera par ces points de chaque côté du milieu F, des lignes F G, *p q*, *p q*, paralleles aux diagonales A B, D E, qui couperont le côté D B aux points G, *q*, *q*; on en fera de même aux quatre coins du quarré long, comme on le voit à la figure pour avoir les plans ou projections horiſontales des Panaches. *Fig.* 213.

ON portera enſuite la moitié A F de I en *b f* ſur le côté A E, & du centre C, par le point *b f*, on fera un quart de cercle C S K, qui coupera G I prolongée en K, par où on menera K L parallele à I F, qui coupera H F prolongée au point L, les lignes C K & C L ſeront les moitiez des axes conjuguez de l'Ellipſe A L D N B O &c. circonſcrite au quarré long A D B E, laquelle eſt le plan horiſontal de la Voute Sphéroïde, tronquée par les murs élevez ſur les côtez A D, D B, B E, E A.

OR parce que nous ſupoſons le Sphéroïde régulier formé par la révolution de cette Ellipſe ſur ſon axe L O, on peut conſidérer ſa moitié L D N B O, comme le profil ou ſection verticale de cette Voute par ſon axe, dans lequel on voit que C G étant égal à F *b*, hauteur du ceintre A *b* D, par la conſtruction, le point G peut repréſenter le point H du formeret D H² B, au deſſus duquel la Voute s'éleve d'un ſegment, dont D N B eſt le profil qui comprend la partie repréſentée à la projection par le Rhumbe F G H I, & ſes paralleles, leſquelles ſont les projections des joins de lit, comme à la Voute précédente.

LA formation du ceintre D H B du formeret eſt très aiſée, puiſ-

que l'on a les points de la projection de ſes diviſions en G, q, q, & les hauteurs des perpendiculaires qu'on y doit élever, ſçavoir p^1 1, p^2 2, p^3 3, F b.

Il nous reſte à trouver les hauteurs du milieu des arcs du Panache qui ſont les demi-axes des Ellipſes, dont les arcs f M g, 3^p m 3^q, &c. ſont des parties, on menera par les points p^5, p^6 & p^7, des paralleles à F I, qui couperont la diagonale A C aux points n, n, par leſquels on menera des paralleles à A K, qui couperont le rayon CK, aux points o, I, o^6, o^7, deſquels on élevera des perpendiculaires à C K, qui couperont le quart de cercle S K aux points z, b^f, 1^6, 1^7, où ſeront les hauteurs demandées; ainſi la ligne o z ſera le demi axe de l'Ellipſe dont f M g eſt une partie, de laquelle F G eſt la projection horiſontale, & en même tems une partie de ſon grand axe, dont on trouvera la longueur entiere en la prolongeant de part & d'autre, juſqu'à ce qu'elle rencontre l'Ellipſe A L D B O circonſcrite au rectangle A D B E, qu'elle coupera aux points f^e, g^e, la ligne f^e g^e ſera ſon grand axe, par le moyen duquel & du petit axe trouvé o z, on décrira une portion d'Ellipſe f M g, qui eſt le dernier joint de lit du ceintre du panache.

On trouvera de même le grand axe L N de l'Ellipſe dont 3^p m 3^q, eſt l'arc vertical de l'élevation du troiſiéme joint de lit du panache, par le moyen duquel & de la moitié de ſon petit axe I b^f, on décrira un arc elliptique qui paſſera par les points 3^p, m, 3^q.

On aura auſſi de même le grand axe i k, & la moitié du petit o^6, 1^6, pour tracer l'arc 2^p m 2^q, &c. & le reſte de la projection verticale de tous les joins de lit du panache compris dans la figure D f M g D.

Il reſte encore à tracer les projections des joins de lit compris entre les quatre panaches dans le Rhumbe F G H I; pour cela on diviſera l'arc S b f qui eſt coupé en b^f par la ligne A E, en deux parties & demies pour comprendre deux rangs de Vouſſoirs, & la moitié de la Clef aux points y, x, deſquels on abaiſſera des perpendiculaires ſur le rayon C K, qui le couperont aux points v & u. On menera par ces points de part, & d'autre des lignes u t & V T paralleles à I H, qui couperont C H aux points t & T, par leſquels on menera d'autres lignes égales au précédentes, & paralleles à H G; ainſi en continuant autour de C, ces lignes u x, & v y ſeront les hauteurs des naiſſances u, t & V, T des arcs elliptiques des joins de lit des rangs de Vouſſoirs verticaux compris dans le Cul-de-four dont les projections horiſontales ſont les Droites u t, V T, qui ſont auſſi

des parties de leurs grands axes, qu'on trouvera en prolongeant ces lignes jusqu'à l'Ellipse circonscrite, comme V T en *a*, la ligne *b a* sera la moitié de cet axe, dont il faut encore trouver la moitié de son conjugué, qui est représentée en projection horisontale par le seul point *b*.

On tirera la Droite E O, à laquelle on fera *b e* parallele, qui coupera C O en *e*, d'où on élevea sur la même C O, une perpendiculaire *e d*, qui coupera l'arc elliptique D N B du Cul-de-four au point *d*, la ligne *e d* sera le demi axe conjugué au demi axe *b a*, par le moyen desquels on décrira l'arc elliptique dont V *b* T est la projection horisontale, comme nous l'avons dit pour ceux du Panache. On trouvera de même celui dont *u t* est la projection.

Ces arcs étant tracez à part, (ce que nous n'avons pas fait dans ce Trait faute de place dans la planche,) on aura tout ce qui sera nécessaire pour tailler les Voussoirs par la voye de l'équarrissement, qui est la plus convenable & la plus expéditive pour ces sortes de Voutes.

On pourroit cependant fort bien se servir de la formation des segmens de Sphéroïde, pour y inscrire les Voussoirs à branches des angles F, G, H, I; T, V, *u*, *t*, &c. de la même maniere que nous l'avons expliqué pour les Voussoirs du Sphéroïde Oblong de la Voute en Cul-de-four, sur un plan Ovale; car celle-ci est de même un Cul-de-four sur un plan Ovale, mais tronqué de ses parties A L D, D N B, & des deux autres opposées & égales, par les murs B E, E A, avec cette seule difference que les rangs de Voussoirs sont verticaux.

Nous ne proposerons pas ici la voye des doëles plates, parce que les surfaces passans par les quatre angles des Voussoirs, ne sont pas ordinairement planes, mais gauches, il n'y a que le Voussoir triangulaire de la naissance de chaque pannache, qu'il convient fort de tailler par le moyen d'une doële plate, comme nous l'avons expliqué au Chapitre précédent, pour les panaches des Voutes Sphériques; parce qu'il n'a que trois angles dans son tronc; c'est en effet le moyen le plus simple & où il y a le moins de perte de pierre. La meilleure méthode pour les autres Voussoirs qui ont quatre côtez, est de les tracer & tailler par équarrissement, comme il a été dit pour les Voutes Sphéroïdes, il n'y a de difference que dans la figure de l'élevation & point dans l'aplication.

Il faut seulement changer les biveaux mixtes de lit & de doële, suivant l'éxigence des coupes des Ellipses, aux points où elles sont coupées par les lits, ce qui demande un peu de soin & d'attention,

parce que ces lits ſont des ſurfaces coniques gauches, en ce qu'elles ſont parties des Cônes Scalenes & non pas Droits, comme aux Voutes Sphériques.

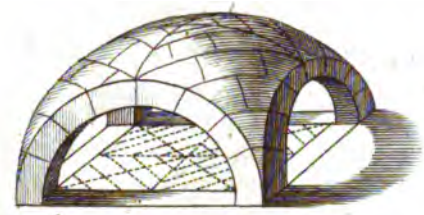
Explication Démonſtrative.

Il faut ſe repréſenter une moitié entiére de Voute Sphéroïde, dont l'Ellipſe A L D N B O &c. eſt le plan horiſontal de l'impoſte, enſuite que cette moitié eſt coupée par des plans verticaux paralleles entr'eux D B, A E, & A D, B E, qui rétranchent des ſegmens elliptiques A L D, D N B &c. dont les ſections verticales ſont repréſentées, l'une par le demi cercle A *b* D, conſideré comme perpendiculaire à l'axe L O de la demie Ellipſe L N O, qui eſt la génératrice du Sphéroïde par ſa révolution autour de cet axe L O. L'autre ſection eſt repréſentée par l'Ellipſe D H² B, qui doit être ſemblable à l'Ellipſe génératrice L N O par le Théoreme V. du premier livre, parce que le Sphéroïde eſt coupé en D B, parallelement à l'axe L O, & la moitié de ſon petit axe G H², doit être égal au demi diametre F *b* de la ſection circulaire, c'eſt-à-dire, que les hauteurs des deux ſections doivent être égales, en voici la raiſon.

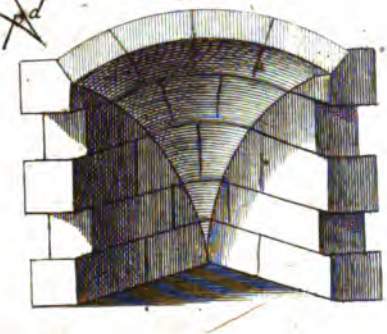
Si l'on ſupoſe un troiſiéme plan vertical coupant le Sphéroïde par les points F & G du plan horiſontal, qui ſont les projections des points *b* & *b f*, il coupera les plans verticaux par A D & D B, à diſtances égales du point R de la diagonale D E, où eſt le centre de la ſection elliptique faite par ce troiſiéme plan ; donc les ordonnées de l'Ellipſe tirées des points F & G à ſon diametre *f g*, ſeront égales entr'elles par l'article 37. du premier livre ; mais ces ordonnées ſont auſſi communes aux ſections des plans A D & D B coupez par leur milieux F & G ; donc les verticales repréſentées par les lignes F *b* & G H² ſont égales entr'elles, *ce qu'il falloit démontrer.*

Presentement, ſi l'on examine le reſte de la conſtruction, pour trouver les diametres & les hauteurs des ſections elliptiques des plans paſſans par les joins de lit ; on remarquera facilement que nous avons trouvé ces diametres en prolongeant les projections des joins de lit, juſqu'à la circonférence de l'Ellipſe A L D N B O, &c. où elles doivent ſe terminer, ſupoſant le demi Sphéroïde entier, & que nous avons trouvé les hauteurs en diviſant ces diametres proportionnellement à ceux des autres ſections, qui ne leur ſont ni égales, ni paralleles ; & qu'enfin nous avons quelquefois ſupoſé des ſections imaginaires, par exemple par le milieu de la Clef en K N, pour avoir les hauteurs du quart de cercle S K, qu'il ſe faut repréſenter comme perpendiculaire au plan A D B E, quoiqu'il ſoit couché ſur ce plan par

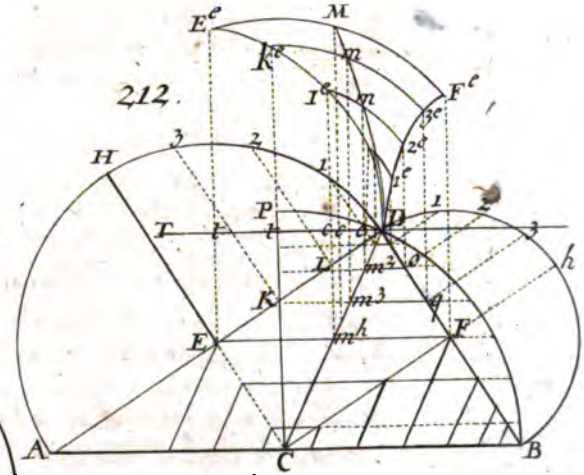
210.



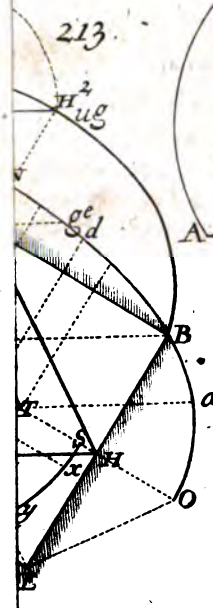
211.



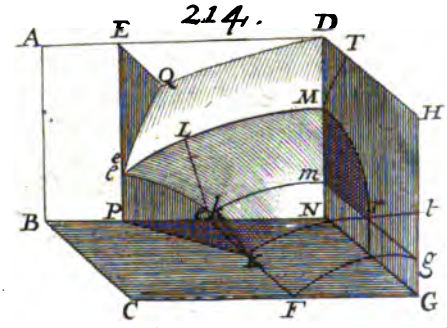
212.



213.



214.



par la néceſſité du deſſein qui ne peut exprimer des ſurfaces en l'air ; ainſi pour peu qu'on y faſſe attention, on reconnoîtra que tout y a été fait dans l'éxactitude Géometrique.

DES VOUTES CONOIDES.

Ce ſeroit ici le lieu de parler des Voutes *Conoïdes*, ſi elles étoient en uſage dans l'Architecture, mais comme il eſt rare qu'on ſe ſerve de paraboles ou d'hyperboles pour faire des ceintres, à cauſe que leur naiſſance feroit un jarret à l'impoſte avec les pieds-droits, nous n'en dirons rien ; cependant ſi le cas arrivoit, il ne ſeroit pas plus difficile à réſoudre que pour les Sphéroïdes, lorſque les lits ſeront de niveau à chaque rang de Vouſſoir, parce que leurs projections ſeroient des cercles, & les joins montans des portions de paraboles ou d'hyperboles égales entr'elles dans chaque rang ; enfin les coupes des lits ſe trouveroient par la méthode qui en a été donnée au Probl. 16. page 194. du deuxieme livre. Mais ſi ces Voutes étoient fermées en Polygone, comme certaines Sphériques dont nous avons parlé, pour trouver les joins de lit il faudroit chercher les ſections des plans qui les couperoient, leſquelles ſuivant les directions données, ſeroient ordinairement des Ellipſes, comme il a été démontré au Théoreme VI. du premier livre.

CHAPITRE IX.

DES VOUTES ANNULAIRES.

En termes de l'Art,

Des Voutes ſur le Noyau.

NOUS rangerons les Voutes ſur le Noyau à la ſuite des Shériques, parce qu'elles y ont beaucoup de raport dans leur partie concave, & qu'elles peuvent être conſtruites par les mêmes moyens.

Le nom *d'Annulaires* que je donne aux Berceaux tournans quoiqu'inuſité en Architecture, exprime parfaitement la figure de ces ſortes de Voutes ; car ſi l'on coupe un anneau à verge ronde ſans chaton par la moitié de ſon épaiſſeur, on aura une figure ſemblable à une Voute ſur le Noyau, en prenant le plein de l'anneau pour le vuide de la Voute.

Pour donner une idée plus juſte de cette figure & en exprimer géometriquement la Génération, il faut la conſiderer comme la trace d'un demi cercle ou d'une demie Ellipſe verticale A H B (fig. 215,) qui ſe meut par ſon centre ſur une Courbe quelconque horiſontale C I K circulaire elliptique, ou de telle autre courbure qu'on voudra, en telle ſituation que ſon rayon C H toujours vertical, & ſon diametre A B, ſoit non ſeulement toujours horiſontal, mais auſſi toujours dirigé au centre C *n* du Noyau B D C, dont on ne met ici que le quart, ſupoſant la Courbe de révolution C I K circulaire; car ſi elle étoit elliptique comme il arrive quelquefois, le diamette A B ne doit pas être dirigé au centre, mais en un point *u* fig. 216, déterminé par une perpendiculaire V *u* menée à la tangente T *t*, ſur un point R de la courbe elliptique de révolution K R C; cette connoiſſance préſupoſée, venons à la pratique.

Fig. 215.

PROBLEME XXI.

Faire une Voute ſur le Noyau circulaire ou elliptique tournant ſur une Courbe quelconque.

PREMIER CAS.

où la Courbe de révolution eſt circulaire.

Fig. 215. Soit (fig. 215.) un quart de Couronne de cercle A B D E Q L A, le plan horiſontal de la Voute dont le quart du Noyau eſt B D E C', ſur A B comme diametre du cintre, on décrira un demi cercle A H B, ou ſi l'on veut une demie Ellipſe ſurhauſſée ou ſurbaiſſée, dont on diviſera le contour en ſes Vouſſoirs aux points 1, 2, 3, 4, d'où on abaiſſera à l'ordinaire, des perpendiculaires qui en donneront les projections aux points p^1, p^2, p^3, 4e, par leſquels on tracera autant de cercles concentriques au Noyau du point C "; enfin par les diviſions 1, 2, 3, 4, & par le centre C, on tirera les joins de tête 1·5, 2·6, &c. & la préparation générale ſera faite. Il n'y a plus qu'à ſe déterminer au moyen de faire le Trait, par panneaux ou par équarriſſement, c'eſt-à-dire, par l'inſcription des cylindres.

Premiere Méthode.

Par l'inſcription des Cylindres, apellée équarriſſement.

L'aplication de ce ſyſtême eſt ici la même que pour les Voutes Sphériques ou Sphéroïdes.

Ayant déterminé la longueur du Voussoir qu'on se propose de faire, par exemple un du second rang $1^{o}\ 1^{i}$ dans la partie concave près du grand pied droit, sur la projection $p^{i}\ M\ s_{\epsilon}$, on tirera par ses extrémitez & par son milieu M, des lignes droites au centre C^{o} du Noyau, qui donneront pour la projection horisontale du Voussoir, le quadriligne mixte $1^{o}\ M\ 1^{i}\ 2^{i}\ s\ 2^{o}$, dont on élevera le panneau suivant lequel on abatra la pierre, pour en former une portion de cylindre, telle qu'on le voit en perspective à la fig. 221, puis ayant pris à l'élevation 215, la difference des hauteurs de retombée 2 *g*, on la trainera sur la surface concave *g s g* de la figure 221, pour y tracer la Courbe 2 *e* 2 parallele à l'arrête *g g*.

On prendra aussi la retombée 1 *g* de la fig. 215, pour la trainer sur le lit de dessous parallelement à la même arête *g s g*; ensuite apliquant le panneau de tête 5. 1. 2. 6. sur chacune des têtes *a g* & son opposée, on en tracera le contour, suivant lequel on peut abatre la pierre de differentes manieres. *Premierement* pour former les lits on peut se servir du biveau *g* 2. 6. pour former celui de dessus 6. 6. 2. 2, apuyant une de ses branches sur le parement creux *g* 2, 2. *g* quarrément sur la ligne 2. *e* 2. de la Fig. 221.

Secondement, on peut creuser la doële par la même maniere avec un biveau mixte, formé sur l'angle mixte du lit & de la doële 6. 2 *e* 1, ou, si le lit n'est pas encore fait, avec le biveau de l'aplomb & de la même doële V 2. *e* 1, & ensuite former de même le lit de dessous avec son biveau.

Ce que nous avons fait pour la partie concave, se fera de même pour la partie convexe, par exemple pour le quatrieme Voussoir dont la projection est le trapeze mixte $3^{o}\ 4^{o}\ n\ 4^{i}\ 3^{i}\ m$, ainsi qu'il est représenté à la figure 222 en prespective, laquelle produira un Voussoir dont la figure est dessinée de même au chiffre 220 avec les lettres & chiffres rélatifs à la fig. 215.

Seconde Méthode, *par Panneaux fléxibles.*

L'aplication de ce systême de supposition de Cônes tronquez inscrits dans l'anneau, est encore la même qu'aux Voutes Sphériques; car si l'on fait Q S perpendiculaire au rayon A C^{o} du cercle de révolution A L Q, cette ligne pourra être considerée comme l'axe commun à tous les Cônes tronquez des rangs de Voussoirs,, dont une partie en dessus, est l'axe de ceux de la partie concave, depuis la naissance du grand pied droit en A, jusqu'à la Clef en H, & la partie en dessous,

ſera l'axe commun de tous les Cônes tronquez de la partie convexe autour du Noyau, depuis la naiſſance B ſur ce noyau, juſqu'à la Clef en H.

Cela ſupoſé, il n'y a qu'à prolonger les cordes des arcs A 1. 1. 2. en deſſus, juſqu'à la rencontre de l'axe QC^2, que la premiere corde A 1 ne rencontre que bien loin hors de la planche, & que la corde 1. 2 rencontre au point C^2, duquel comme centre & pour rayons les intervales, C^2 1, C^2 2, on décrira des arcs 1. 1^d, 2. 2^d, qu'on terminera à telle grandeur que l'on voudra, par une ligne 1^d 2^d, tendant auſſi au centre C^2, la portion de Couronne de cercle 1. 1^d, 2^d 2, ſera le dévelopement de la doële conique tronquée, inſcrite à la partie concave de la ſeconde aſſiſe de la Voute ſur le Noyau.

On en uſera de même pour la partie convexe du côté du Noyau, avec cette difference qu'au lieu de prolonger les cordes en haut, on les prolongera en bas juſqu'à l'axe C^*Q, comme la corde 3^*4, qui rencontrera cet axe au point x^4, où ſera le centre de la portion de Couronne 3^* 3^d 8^* 4, & la corde 4 B le rencontrera au point S^c, où ſera le centre de celle B 4^d, ainſi il n'y a qu'à ſe rapeller ce qui a été dit de la conſtruction des Voutes Sphériques ſuivant ce ſyſtême, pour l'apliquer à celles des Voutes ſur le Noyau, où il n'y aura d'autre difference que des Cônes renverſez, dont les panneaux de dévelopement s'apliqueront ſur des ſurfaces convexes, au lieu que dans les Voutes Sphériques il n'y en a que des concaves. A l'égard de la Clef, il n'y a aucune façon qu'à lever le panneau de doële plate ſur le plan horiſontal où il eſt dans ſa juſte étenduë & figuré ſans altération, & en faire les coupes ſuivant les angles 6. 2. 3, ou 7. 3. 2.

Troiſieme Méthode.

Par le moyen des Doëles plates.

Lorsqu'il s'agit de menager la pierre, on doit préferer la méthode des doëles plates aux précédentes, la conſtruction en eſt tout à fait la même dans la partie concave, depuis la clef juſqu'à la naiſſance au pied droit de la Tour, que pour les Voutes Sphériques, auſquelles on renvoye le Lecteur pour ne pas repeter ce qui a été dit à la pag. 325.

Nous nous arêterons ſeulement à ce qu'il y a de particulier dans la partie convexe, depuis la clef juſqu'au Noyau.

Fig. 215. Avant déterminé au plan horiſontal la longueur du Vouſſoir qu'on veut faire, par exemple (fig. 215.) au quatrieme rang marqué 3^*4 à l'élevation, & $3^*4^*4^*3^2$ au plan horiſontal, comme il a été dit ci-de-

vant à la premiere méthode page 411, on portera dans une figure 218. à part la longueur de la corde 3 · 4 en *m n*, à laquelle on fera deux perpendiculaire *q r*, *t* T, qu'on terminera en portant de part & d'autre de *m*, la longueur *q m* du plan horiſontal en *q* & *r*, & la longueur *n* T en *n t* & *n* T, & l'on aura le trapeze *q r* T *t*, qui ſera le panneau de doële plate tangente à la doële convexe du Vouſſoir demandé.

Enfin on tirera par le point 4 l'horiſontale 4 O, & la préparation ſera faite.

Aplication du Trait ſur la Pierre.

Ayant dreſſé un parement pour y apliquer le panneau de doële plate fig. 219, & en ayant tracé le contour, on prendra avec la fauſſe équerre l'angle de la doële & de l'horiſon 3 · 4 O, ſuivant lequel on abatra la pierre pour former un parement de ſupoſition, ſur lequel on apliquera le panneau levé ſur le plan horiſontal en $n^{2}\ t$ T n^{1}, qui donnera la poſition des lignes $n^{2}\ t$ d'un côté, en n^{1} T de l'autre, par leſquelles & par les lignes *t q* & T R, on fera paſſer de ſurfaces planes qui ſeront les joins montans des Vouſſoirs, ſur chacun deſquels on apliquera le panneau de tête pris à l'élevation de la figure 215 en 7 · 3 · 4 · 8, obſervant de l'éloigner au point 3 de l'arête de la doële plate au lit de deſſus de l'intervale marqué au plan *q* 3^{2}, & au lit de deſſous de l'intervale *t* 4^{2}, pris horiſontalement, c'eſt-à-dire, parallelement au lit de ſupoſition horiſontale.

On abatra enſuite la pierre en ſurface conique convexe, par le moyen des cerches concaves formées ſur les arcs $3^{2}\ m\ 3^{1}$ au lit de deſſus, & $4^{2}\ n\ 4^{1}$ à celui de deſſous tenuës horiſontalement, c'eſt-à-dire parallelement au lit de ſupoſition, laquelle poſition eſt déterminée par les trois points donnez.

Enfin avec la cerche convexe de l'arc 3 · 4, on creuſera la véritable doële en tenant cette cerche apuyée ſur les deux arêtes de lits de deſſus & de deſſous qu'on veut tracer, obſervant de tenir le plan de cette cerche dirigé perpendiculairement à la tangente de la ſurface convexe & poſée à diſtance proportionnelle des deux têtes, c'eſt-à-dire, que ſi elle eſt ſur le milieu du lit de deſſus, elle ſoit auſſi ſur le milieu de l'arête du lit de deſſous, ſi elle eſt poſée au tiers de l'un, qu'elle ſoit auſſi au tiers de l'autre, & par ce moyen on aura la doële exactement formée, par le moyen de laquelle on abatra la pierre avec les biveaux mixtes 4 · 3 · 7 · & 3 · 4 · 8, pour guides poſez de la même maniere

que la cerche de la doële, pour former les lits convexes au deſſus, & concaves au deſſous en ſurfaces coniques.

Si les arêtes des lits ſont bien faites, on peut s'épargner la peine de faire des biveaux mixtes en ſe ſervant de la fauſſe équerre ouverte ſur les angles de coupe 4 · 3 · 7 · & 7 · 3 · 8, tenant ſes branches perpendiculaires aux arêtes courbes des lits, c'eſt-à-dire, à leurs tangentes. La difference de ces Vouſſoirs convexes avec ceux de toutes les autres Voutes, eſt qu'ils ſe retréciſſent en dehors de la doële, & que dans toutes les autres Voutes à doëles concaves ils s'élargiſſent.

Il faut remarquer que la méthode des doëles plates peut ſervir généralement pour toutes ſortes de Voutes ſur le Noyau, de quelques courbes que ſoient leurs ceintres de doële ſurhauſſé ou ſurbaiſſé, & de quelque Courbe que ſoit le contour de leur révolution horiſontale; mais comme le Trait devient alors un peu plus difficile, il eſt à propos d'ajoûter ici quelque choſe touchant celles qui ne ſont pas circulaires.

Seconde Eſpece.

Des Voutes ſur le Noyau Elliptique.

La conſtruction des Voutes en Berceau qui tournent autour d'un Noyau Elliptique, peut être facilement déduite de celle des deux autres dont nous avons parlé, ſçavoir pour la partie concave, depuis la grande circonference de la Tour juſqu'à la Clef, elle doit être ſemblable à celle d'une Voute Sphéroïde, & pour la partie convexe, depuis le Noyau juſqu'à la Clef, elle doit être tirée de celle de la Voute ſur le Noyau circulaire, avec quelques petits changemens de direction des têtes & des lits, qui ne doivent pas tendre au centre de l'Ellipſe du Noyau, mais être perpendiculaires à la tangente du Noyau, aux points où ils le rencontrent.

Il n'y a donc pas de difficulté pour l'exécution, mais il y en a un peu pour en tracer le plan horiſontal ſur des termes donnez.

Premierement, ſi le Noyau eſt Ovale d'une compoſition d'arcs de cercles, dont les deux centres des petits arcs ſoient dans la maſſe du Noyau, il n'y aura point de difficulté à continuer toutes les Ovales concentriques qui doivent marquer les projections des joins de lit, & le contour du mur de la Tour en Ovale.

Mais ſi le contour concave de ce grand pied-droit de la Tour, étoit donné de même compoſition d'arcs de cercles, & que les centres de ſes arcs donnez ſur le grand axe, fuſſent hors de la maſſe du Noyau, c'eſt-à-dire, dans le vuide de la Voute, on ne pourroit plus lui tracer un Noyau parallele, je veux dire équidiſtant du contour creux de la Tour qui porte la Voute, ce qui eſt clair par ce que nous avons dit du Trait des *Voutes ſur un plan Ovale.*

Secondement, ſi la révolution de la Voute eſt Elliptique réguliere, je veux dire, que le contour du Noyau & celui du mur de la Tour ſoient deux Ellipſes Géométriques concentriques au centre du Noyau C″ & ſemblables, qu'on apelle Aſymptotiques, comme ſont les quarts E *a*, Q *b* de la figure 216, il eſt évident par les Théoremes 1, 4 & 5 du premier livre, & ce que nous avons dit des Voutes Sphéroïdes, que l'intervale du vuide de la Voute ſera toujours inégal dans chaque quart d'Ellipſe, depuis le grand axe C″ Q au petit C″ *b*; ainſi tous les rangs de Vouſſoirs ſeront de largeurs inégales & gauches, c'eſt cependant la figure la plus réguliere. *Fig.* 216

Troiſiémement, ſi l'on donne pour le contour creux de la Tour, une Ellipſe Q *c c b*, & qu'on veüille que la Voute ne ſoit pas plus large dans un endroit que dans l'autre, il faut prendre ſur cette Ellipſe autant de points que l'on voudra à volonté en C, C, C, deſquels comme centres, & d'un intervale donné pour rayon, qui ſera la largeur de la Voute, par exemple *a b*, on tracera autant d'arcs de cercles vers *d* d *x* auſquels on menera à la main ou avec une regle pliante, une ligne courbe *a d* d X qui les touche tous ſans les couper; cette ligne ſera le contour du Noyau demandé, laquelle Courbe ne ſera plus une Ellipſe ſemblable, mais une *Epicicloïde* ou *Roulette*.

D'où il ſuit, comme dans le premier cas, que ce Noyau deviendra angulaire au point X.

Quatriémement, ſi au contraire on donne le quart d'Ellipſe convexe E *a* pour contour du Noyau, on cherchera par la même pratique le contour concave correſpondant vis-à-vis, qui doit terminer celui du creux de la Tour ſur un rayon donné pour la largeur de la Voute, par exemple *a b* ou E Q, par le moyen duquel on tracera autant d'arcs que l'on voudra avoir de points de l'Epicicloïde, laquelle ſera la courbe menée par l'atouchement de tous ces arcs en Q *z z z*.

Cette conſtruction eſt la plus réguliere & la plus convenable à la beauté intérieure de la Voute & de ſon Noyau, dont le contour peut être tel qu'on le ſouhaite.

Les projections des joins de lit ſe traceront auſſi de la même maniere, & ſeront équidiſtantes du pied-droit, comme l'on voit Y *y b*.

Le plan horiſontal de la Voute étant tracé, il ſera facile de faire les ceintres tels qu'on voudra ſurhauſſez ou ſurbaiſſez avec leurs diviſions & aplombs de retombées à l'ordinaire, un ſeul ſuffira ſi la Voute eſt par tout également large, mais ſi elle eſt faite en anneau régulierement elliptique, ce ceintre & ſes diviſions changeront continuellement dans le quart d'Ellipſe. Si le ceintre ſur la plus grande largeur E Q eſt circulaire, comme ſon égal A H B, celui de la petite diſtance *a b b* ſera ſurhauſſé, afin que la clef & tous les joins de lit ſoient de niveau. Il n'y a pour en faire le Trait qu'à ſuivre ce qui a été dit, pour les diviſions proportionnelles des diametres des Ellipſes d'inégales largeurs & de même hauteur.

Par les points $1'$, $2'$, $3'$, $4'$, provenant des points 1, 2, 3, 4, du ceintre primitif A H B, on tirera des lignes paralleles à la corde Q *b*, qui couperont le diametre *a b* aux points s^1, s^2, s^3, s^4, par leſquels on élevera des perpendiculaires égales aux hauteurs des retombées du ceintre primitif $1\,p^1$, $2\,p^2$, &c. leſquelles donneront les points 1_4, $2'$, $3'$, $4'$, au contour de l'Ellipſe ſurhauſſée *a b b*.

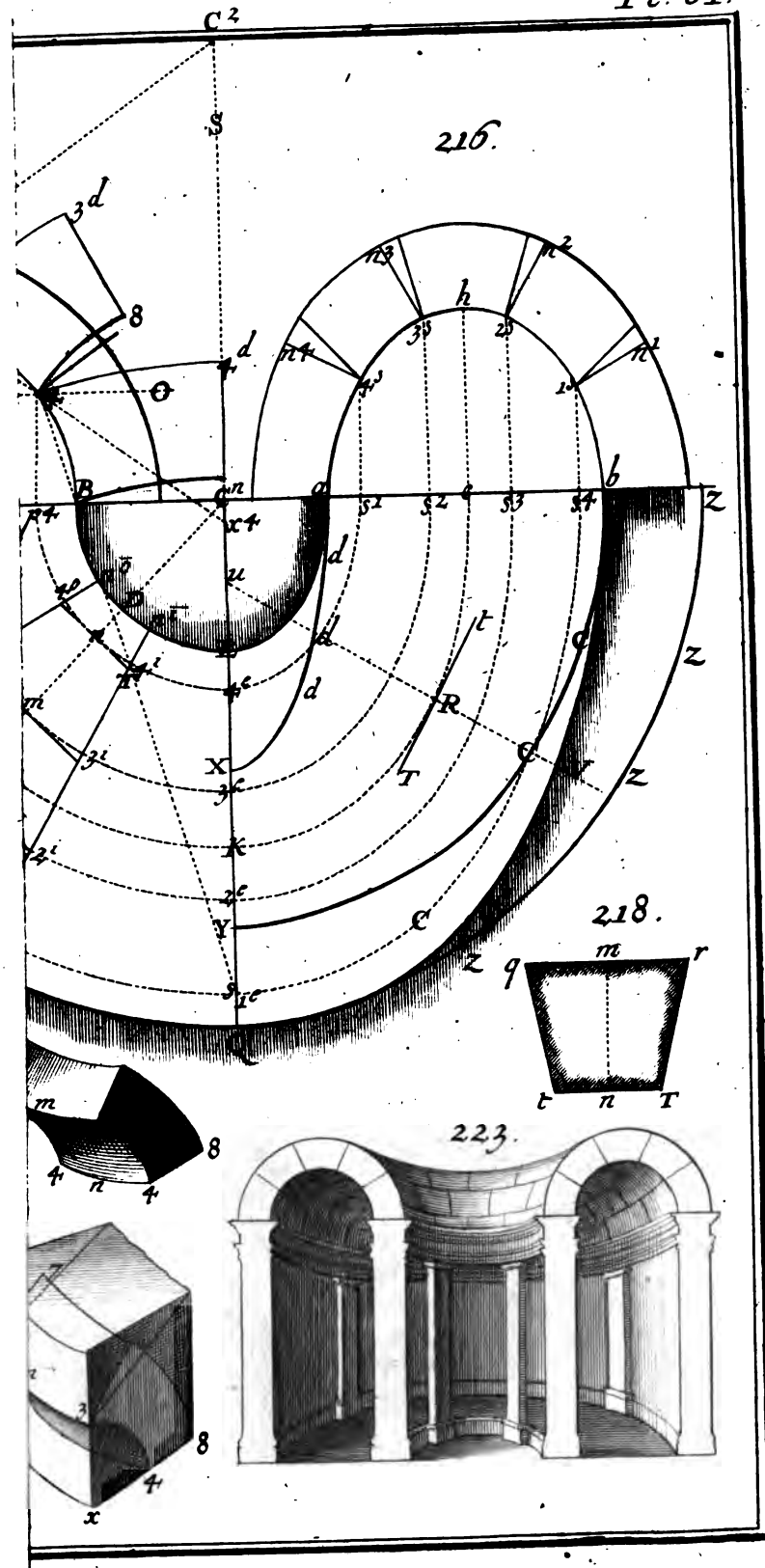
Il ſuit de cette conſtruction, qu'à faire les joins montans ſuivant la regle, ils ne ſeroient pas en ligne droite par tout ailleurs qu'aux axes, ainſi qu'il a été dit de ceux des Voutes Sphéroïdes.

Des Voutes ſur le Noyau incompletes.

Puisque la partie concave d'une Voute ſur le Noyau, depuis ſon grand pied droit juſqu'à la Clef, n'eſt autre choſe qu'une Voute de four ſurbaiſſée, il eſt viſible que chaque rang de Vouſſoir complet *fait Clef*, c'eſt-à-dire, ſe ſoutient par lui-même; par conſéquent qu'on peut ne faire que cette ſeule partie, laiſſant le milieu vuide, ou y ſubſtituant un plafond, telles ſont les Vouſſures des Salons ovales & des Tours rondes, ce que j'ai exécuté à une petite Chapelle Elliptique que j'ai fait bâtir dans un Fort.

Il n'en ſeroit pas de même de la partie convexe autour du Noyau; il eſt évident qu'elle ne peut ſe ſoûtenir ſans être apuyée par la concave opoſée.

Il ne paroît pas néceſſaire d'ajoûter ici une explication démonſtrative de tous les Traits de la Voute ſur le Noyau, parce qu'ils ont tant de reſſemblance



UNIV. OF MICH.

reſſemblance à ceux des Voutes Sphériques & Sphéroïdes, qu'il eſt très aiſé d'en faire une aplication de ſoi-même; faiſant ſeulement attention à la difference de la Génération des Voutes ſur le Noyau, dont le ceintre décrit par ſa révolution autour du Noyau, autant de courbes horiſontales, qu'il y a de diviſions de Vouſſoirs, leſquelles ſont ordinairement équidiſtantes dans leur projection de l'intervale des retombées, à moins que l'Anneau ne ſoit régulierement Elliptique. D'où il réſulte, hors de ce dernier cas, que ces courbes de projection des lits peuvent n'être pas de même eſpece que celles du Noyau ou de la Tour, comme nous l'avons fait remarquer, mais des Epicicloïdes ſi le Noyau eſt donné de contour Elliptique, & le vuide de la Voute de largeur uniforme.

DES VOUTES HELICOIDES.

En termes de l'Art,

Des Berceaux Tournans & Rampans.

Si l'on ſupoſe qu'une Voute ſur le Noyau, au lieu de tourner horiſontalements s'éleve à meſure qu'elle tourne, il ſe formera une autre eſpece de Voute qu'on doit apeller *Vis ſur le Noyau*, cependant on luy donne ordinairement deux differens noms; ſi le Noyau eſt d'un diametre aſſez grand pour pouvoir être vuide dans le milieu, on l'apelle *Berceau tournant & rampant*, tel eſt celui qui eſt repreſenté en Perſpective à la fig. 225. mais ſi le Noyau eſt ſi petit qu'il ſoit plein en façon de Colonne, on apelle la Voute, *Vis St. Giles*, parce que la plus conſiderable ou peut être la premiere a été faite au Prieuré de *St. Giles*, en Languedoc.

De ce que nous venons de dire, il ſuit 1°. que la Génération des *Vis ſur le Noyau* ne differe de celle des *Voutes ſur le Noyau*, qu'en ce que le demi cercle Générateur AHB, qui faiſoit ſa révolution ſur une Courbe horiſontale, la fait en s'élevant ſur une helice ſans incliner ſon plan & ſon diametre, & ſans en changer la Direction du côté de l'axe de cette Helice.

2°. Que chaque point du demi cercle Générateur pris à ſon diametre, ou à ſa Circonference décrit par ce mouvement, une helice de même nature que celle de la révolution centrale, c'eſt-à-dire dont la projection ſera une Courbe de même eſpece, circulaire, ou Elliptique, mais que chacune de ces helices ſera non ſeulement differente de la centrale, mais encore qu'elles ſont toutes differentes entr'elles, en ſorte qu'il ne s'en trouvera pas deux égales; celles qui ſeront les plus

près de l'axe, ſeront les moins courbes & moins inclinées, que celles qui en ſont plus éloignées.

3°. Que cependant celles qui ſeront produites par les mouvemens des points, qui ſont de niveau entre eux, comme 1 & 4, 2 & 3, de la fig. 224. & tous ceux du diametre A B, marcheront à pas égal, en hauteur, & parviendront en même tems à la ligne perpendiculaire, à l'axe de la Vis & au plan tangent de l'helice de révolution centrale. J'apellerai celles-cy des *Helices compagnes.*

4°. Que les lignes dont l'inclinaiſon eſt donnée avec le diametre A B, ou un arc du cintre Générateur, comme ſont les coupes des joins de tête, conſerveront auſſi toujours leur même inclinaiſon, à l'égard de l'horiſon, ou d'une ligne à plomb parallele à l'axe de la Vis.

5°. Que non ſeulement chaque point du demi cercle Générateur, ou d'un autre cintre Elliptique ne change pas de hauteut relative à ſon diametre horiſontal, mais encore qu'il ne change pas de diſtance à l'égard de l'axe de la Vis, lorſque la projection de l'helice eſt circulaire ; il n'en eſt pas de même ſi la projection de l'helice eſt elliptique ; car alors il eſt viſible que le cintre Générateur & ſes parties s'en aprochent, & s'en éloignent deux fois à chaque révolution complete. J'apellerai cette diſtance de l'helice à ſon axe *le demi diametre de l'helice.*

6°. Enfin il ſuit de cette Génération, que la ſurface d'une Voute *en Vis* eſt un compoſé d'une infinité d'helices inégales quoique de même eſpece, qui forment une Doële, & des lits intrinſequement *gauches*, de ſorte qu'on ne peut y adapter une ſurface plane quadrilatere qui puiſſe la toucher par ſes quatre angles ; par conſequent qu'on ne peut faire une telle Voute par la voye des panneaux de Doële plate ſimple, ſans y ajouter un ſecond panneau en joint, qui atteigne au quatriéme angle, comme nous avons fait à la *Trompe en Niche ſur le coin*, ce qui jetteroit une confuſion dans le Trait ; ainſi l'on peut dire avec Mr. de la Rue que la voye des panneaux ne convient pas à ces Voutes, mais non pas qu'elle ſoit impoſſible comme il le dit, puiſqu'il eſt toujours poſſible de faire paſſer un plan quadrilatere par trois points, & trouver la diſtance d'un quatriéme point donné à ce plan, par un ſecond panneau en retour.

PROBLEME XXII.

Faire une Voute en Vis d'un ceintre quelconque.

En termes de l'Art,

Faire la Vis St. Giles, en plein ceintre, ſurhauſſée ou ſurbaiſſée.

Soit, Fig. 224. le quart de cercle B D E C, le Noyau de la Vis, c'eſt-à-dire le quart de Noyau auquel les trois autres ſont égaux, & le quart de cercle A L Q, le plan horiſontal de la Tour ronde, dans laquelle eſt la Voute en Vis, tournant & rampant autour du Noyau. *Fig.* 224.

On commencera par faire les diviſions du ceintre A H B, & les projections des joins de la même maniere, que pour la Voute ſur le Noyau, dont nous venons de parler.

Ensuite on diviſera le grand arc A L Q, en autant de parties égeses qu'uo voudra, pour aſſigner à chacune une hauteur arbitraire par exemple celle d'une marche de l'eſcalier, qu'on ſupoſe dans la Tour Voutée, par exemple en ſix aux points 1^r F L G, 5^r Q, dont les intervales rampent, chacun de ſix pouces en hauteur. Par tous ces points on tirera les lignes droites au ceintre C du Noyau, qui couperont ſa Circonference aux points n^1, n^2, D, &c.

Ou bien ſans égard aux marches, aſſigner au quart de révolution une hauteur comme fB, premierement il faut développer les deux helices, qui ſe forment aux impoſtes de la Voute, l'une au Noyau B D E, l'autre au mur de la Tour A L Q, ce que l'on fera par le moyen des diviſions, que nous venons de trouver ſur la projection de l'une & de l'autre, par les hauteurs qui leur ſont aſſignées. *Développement.*

Ou bien en rectifiant tout d'un coup, chacun de ces Arcs A L Q & B D E, & prenant la hauteur totale qui ſeroit dans cet exemple de 3 pieds, ſupoſant chaque hauteur de ſix pouces.

On fera donc à part Fig. 230. un angle droit $f a$ Q, on portera ſur $f a$ la hauteur donnée pour un quart de révolution, & ſur a Q la longueur de l'arc A L Q de la fig. 224. rectifiée en portant ſucceſſivement autant de petites parties qu'on jugera à propos, par exemple ici ſeulement les ſix de la premiere diviſion 1^r, F, L, G, 5^r, Q, plus il y en aura, plus l'operation ſera exacte; & l'on tirera l'hypotenuſe fQ, laquelle ſera le dé- *Fig.* 230.

velopement de la premiere helice, de la naiſſance de la Voute ſur le côté de la Tour creuſe.

Fig. 230. On rectifiera de même tous les Arcs des projections des joins de lit, $p^1 q^1$, $p^2 q^2$ &c., & celui du contour du Noyau B D E, où eſt l'autre naiſſance de la Voute, pour avoir au dévelopement de la fig. 230. les points e, q^4, q^3, q^2, q^1, Q, par leſquels & le Sommet S, on tirera des lignes droites fe fq^4, fq^3, fq^2, fq^1, qui feront les deux dévelopemens de chacune des helices des joins de lit.

On déterminera enſuite la longueur du Vouſſoir qu'on ſe propoſe de faire par des lignes tirées ſur le plan horiſontal, par exemple pour un Couſſinet de la Tour creuſe, la longueur F G; par les extrémitez F, G, & le milieu L, on tirera des lignes au centre C du Noyau, qui couperont la projection du premier lit, aux points 1e 1^i, & ayant prolongé ces lignes dans l'épaiſſeur du mur à volonté pour la queuë de la pierre qui doit y entrer en r & f, la figure quadrilatere mixte r 1e 1^i f, ſera la projection du Vouſſoir qu'on ſe propoſe de faire, dont les côtez n'étant pas dans leurs meſures, à cauſe de l'inclinaiſon de la Voute, il faut en chercher la valeur comme on va le dire.

Fig. 229. Premierement, on tirera les cordes 1e 1^i, F G, & la parallele $r s$, qui couperont le ligne du milieu aux points M, m, m^e; puis on fera à part, comme à la Fig. 229. une verticale X L, & une horiſontale r S, ſur laquelle on portera de part & d'autre du point L, les longueurs des moitiez des cordes m^e r en L r, & L S; M F de la fig. 130. en L F & L G, de la fig. 129, & M 1e en L 1e & L 1^i; puis par tous les points r, S, F, G, 1e, 1^i, on tirera des paralleles à X L indéfinies, qui ſeront les bornes des trois differentes helices des arêtes du Vouſſoir, 1°. au lit de deſſus 2°. à celui de deſſous à la naiſſance, & 3° au même lit de deſſous dans l'épaiſſeur du mur priſe en $r f$ de la fig. 224.

Il faut préſentement chercher la hauteur dont chacune de ces helices s'éleve en rampant ſur la longueur horiſontale donnée, & parce que elles doivent toutes s'élever au même niveau, il ſuffit d'avoir la hauteur de l'une pour les avoir toutes.

On portera la rectification de l'arc F L G, de la figure 124. en Q F de la figure 130; la hauteur 2 F ſera celle que l'on cherche, qu'on portera à la figure 129. en F f par où tirera l'horiſontale i R qui coupera les verticales ſur r R & 1e i en R & i. On tirera par ces points & les opoſez de l'autre les lignes R S, fG & I 1^i qui marqueront les inclinaiſons differentes de chacune des helices des arêtes du Vouſſoir propoſé, au lit de deſſous; où elles ſe croiſeront toutes en M.

Pour tracer les helices du lit de deſſus, il faut premierement porter ſur la ligne du milieu X L, la hauteur de la retombée 1 p^1, de la fig. 224. en M m de la fig. 229. & au deſſus de la hauteur N 1 de la fig. 224. priſe de niveau à un point a, ou à un autre point 5, pris à volonté ſur la coupe 1. 5, & par les points m & N on tirera des paralleles à la ligne du deſſous, i 1^i. comme V u, & cd terminées aux verticales 1e C, $1^i y$.

Par le point N on tirera auſſi $k l$ parallele à F G, ſi le point N a été pris de niveau au point a de la fig. 224. mais ſi ce point eſt pris ailleurs comme à la hauteur d'un autre point, à volonté comme 5. qui réponde per exemple au point u de la projection ſur la ligne F u, on tirera par le point C une horiſontale a, ſur laquelle on portera la longueur I u de la fig. 224. en XK, & par le point K & N on tirera la ligne $k l$, faiſant N l égal à N k, l'on aura une projection verticale du Vouſſoir, R $acdbs$ 1^i R, qui donnera toutes les meſures de la hauteur & de la longueur de la pierre compriſe par des lignes droites, qui n'expriment pas les arêtes du Vouſſoir, qui ſont des helices, mais ſeulement leurs cordes paſſans par trois de leurs points chacune, ſçavoir, leurs extrémitez & le projection verticale du milieu.

Or comme ces helices ont pour projection horiſontale un arc de cercle, ſi la Vis eſt circulaire, il ſuit que ces courbes ſont à la ſurface d'une portion de cylindre, dont les baſes ſont les arcs F G, 1e 1^i, uv de la fig. 224. il faut commencer par former un ſegment de cylindre, aſſez grand pour pouvoir les y tracer.

C'est pourquoi il faut tirer des lignes droites par les points les plus avancez C & b au lit de deſſus, & R & 1^i à celui de deſſous des lignes tb & R T, la tranche de cylindre R tb T, qui ſera circonſcrite aux angles du Vouſſoir, ſera capable de le contenir dans toute ſon étenduë.

Il faut préſentement chercher la valeur de l'arc, dont la projection eſt l'arc du centre 1e u 1^i de la partie du Vouſſoir la plus avancé en dedans, qui a pour corde la ligne inclinée x 1^i de la fig. 229. au lit de deſſuus, ou C y au lit de deſſus, lequel arc eſt une portion d'Ellipſe, & non pas une portion de cercle, comme le font tous les Auteurs de la coupe des pieres, par l'operation des *trois points perdus* il faut en chercher les points comme il ſuit.

On diviſera la moitié de la projection 1e m de la fig. 224. en deux également en o, pour tirer op parallele à la fleche mn, puis ayant diviſé le ligne i 1^i, ou C y en quatre parties égales aux points o, M, O, & tiré par ces points des perpendicuairres, on y portera les longueurs

M*n* de la fig. 224. & *op*, en N*n*, *op* & O*p* de la fig. 229. & par les points C*p* n P*y*, on tracera à la main ou avec une regle pliante la courbe ſur laquelle on doit former la cerche, pour creuſer la ſurface cylindrique de préparation à la taille du Vouſſoir.

Les Auteurs en dicrivent autant qu'il y a d'autres helices, mais dans notre méthode on verra qu'une ſeule nous ſuffit, on pourroit même ſe contenter de l'arc de cercle 1° *n* 1', ſi l'on vouloit faire un premier Vouſſoir qui portât ſon couſſinet de niveau à la naiſſance de la Voute.

Aplication du Trait ſur la Pierre pour la formation des Vouſſoirs concaves.

Ayant dreſſé un parement de ſupoſition verticale, on y apliquera
Fig. 224. le panneau en Rhumbo ïde, de la Section plane faite par une corde par exemple 1° 1' du premier Vouſſoir du côté de la Tour où il forme la naiſſance de la Vis, lequel eſt le parallelograme *x c y* 1' de la fig. 229.

Fig. 229. Le contour de ce panneau étant tracé ſur le parement, on abatra la pierre à l'équerre ſur les deux côtez C*y* & *x* 1', pour former deux lits plans inclinez, ſur leſquels on tracera par le moyen d'un panneau ou d'une cerche l'arc Elliptique ralongé *x p n p* 1', poſant ſa corde en haut ſur le côté C*y*, & en bas ſur le côté *x* 1', par le moyen de ces deux arcson creuſera à la regle une ſurface concave cylindrique, com-
Fig. 228. me elle eſt repreſentée à la fig. 228.

On portera enſuite la hauteur de la retombée 1 *p*' de la fig. 224. en 1' *u* de la fig. 229. ſur le côté de l'arête *y* 1', & la même hauteur ſur le côté opoſé C*x* en *i* V, de ſorte que l'intervale *x* V de ce côté eſt plus grand que 1' *u*, de l'autre de la hauteur *x i* compriſe entre la ligne de niveau R*i*, & l'inclinée R T, paſſant par les points les plus avancez R & 1', entre les points repaires ſur les arêtes en *u* & V, on trouvera une helice avec le panneau de dévelopement, de celle qui paſſe par les points *p*' *q*' de la figure 224. qui eſt à la figure 230. le triangle rectangle V' *g q*', lequel panneau ſera fait de carton, ou d'une lame de plomb, pour être apliqué dans le creux du parement concave, formé pour la préparation de la figure 228. en poſant le côté V' *g* ſur l'arête C*x* de la figure 229. le point V' ſur V, la pointe *q*' tombera de l'autre côté en *u*.

On peut auſſi tracer la même helice ſans panneau flexible, ſeulement avec une regle pliante, ſur laquelle apuyant d'une main pour la faire toucher au fond du creux, on tracera avec l'autre l'helice V *m u*, qui

ſera l'arête de la doële avec le lit de deſſus du Vouſſoir, par le moyen de laquelle on trouvera celle de l'arête du lit de deſſous.

Il faut auparavant former les têtes opoſées du Vouſſoir, par le moyen d'un biveau mixte, F 1 o *p n* pris ſur le plan horiſontal de la fig. 224. dont les branches ſeront poſées d'équerre aux arêtes *x* C & *y*¹, comme il eſt marqué aux fig. 228. en F *p* & 229. en *d o*. Sur chacune de ces têtes on trouvera par le moyen d'un panneau, ou d'une cerche l'arc A 1, de l'élevation de la figure 224. & ſa coupe 5. 1, comme on le voit en racourci à la figure 229. en bas en *l u* G, & à celle d'en haut en C V *f*. On formera enſuite un biveau mixte N 1 A, à la même élevation, qui eſt compris par l'aplomb N 1, & l'arc de la doële 1 A.

On poſera la branche droite N 1 parallelement aux arêtes C *x* & *y* 1', & on abattra la pierre ſuivant l'éxigence de l'autre branche courbe convexe, pour creuſer la doële, obſervant que le plan de ce biveau, ſoit toujours bien perpendiculaire à la ſurface concave, & que ſon angle 1 coule toujours ſur l'helice, qui a été tracée en V *m u*, l'extremité de le branche courbe tracera par ce mouvement l'arête du lit inferieur avec la doële.

Enfin on formera un ſecond biveau de lit & de doële ſur l'élevation de la figure 224. en 51 A abattant la pierre ſuivant l'éxigence de la branche droite, la courbe ſervant ici de guide, comme la droite ſeroit au premier biveau d'aplomb & de doële; Si le ceintre eſt circulaire, le même biveau renverſé ſervira pour les lits de deſſus & de deſſous, obſervant de tenir ce ſecond préciſément dans la même ſituation verticale, & ſon plan perpendiculaire au creux cylindrique, en ſorte que s'il étoit prolongé il paſſât par l'axe de la Vis, ſupoſé au point C.

Formation des Vouſſoirs convexes.

Il faut ſe reſſouvenir que j'apelle Vouſſoirs convexes ceux qui ſont du côté du Noyau, depuis la Clef juſqu'à la naiſſance ſur le Noyau, parce qu'ils ſont en effet convexes dans le contour horiſontal, quoiqu'ils ſoient encore concaves dans le contour vertical, deſorte qu'on pourroit les apeller *concavo-convexe*.

Lorsque le Noyau eſt aſſez gros pour être compoſé de pluſieurs pieces dans ſon circuit horiſontal, il eſt clair que la conſtruction des Vouſſoirs convexes n'eſt qu'un renverſement de celle des concaves, en ce qu'il faut commencer par former une ſurface cylindrique convexe fig. 227. pour tracer l'arête de lit ſuperieur, & de doële au lieu de la *Fig.* 227.

cylindrique concave, que nous avons formé à la fig. 228. & 229. & que le Vouſſoir doit être plus large à la doële qu'à la queuë, comme le repreſente la fig. $c f^{n} g^{m} d$ de la fig. 227. au lieu que le contraire eſt obſervé aux Vouſſoirs concaves.

Cette difference au reſte ne change en rien le fond de la conſtruction, de ſorte qu'en jettant les yeux ſur la figure 227. on peut y reconnoître celle de la figure 229. obſervant que celle-cy étoit pour un des premiers rangs des Vouſſoirs concaves, à la naiſſance, & que la figure 227. eſt celle d'un Vouſſoir du ſecond rang concave convexe, dont l'helice a b a ſa projection au quart de cercle $p\,3\,q\,3$, & ſon dévelopement à la figure. 230. eſt le triangle rectangle $v^{3}\,q^{1}\,q^{3}$, il ſera facile d'en faire uſage comme du premier $V'\,g\,q_{1}$, ainſi je crois pouvoir me diſpenſer de détailler la conſtruction de la fig. 227. où il ne peut avoir aucune nouvelle difficulté.

Il n'en ſeroit pas de même pour la formation du premier rang des Vouſſoirs convexes, à leur naiſſance ſur le Noyau, ſi le Noyau eſt un ſi petit diametre qu'on ſoit obligé de le faire d'une piece à chaque aſſiſe, comme l'on fait les colonnes par *tambours*, & même s'il n'étoit fait que d'un petit nombre de pierres à chaque aſſiſe, comme de trois ou quatre par ce qu'alors il faut que les Vouſſoirs en Tambours portant la rampe du couſſinet pour que les lits ſoiunt de niveau, ce qui nous oblige a chercher deux courbes de ſections de la Vis par un plan horiſontal.

La premiere eſt la ſection d'un corps heliboïde convexe, coupé par un plan perpendiculaire, à l'axe de ce corps cylindrique tournant, & rampant autour de ſon axe, laquelle courbe donne le contour des arêtes de la doële avec des lits de niveau, ou plûtôt les arêtes des doëles de deux Vouſſoirs portans couſſinet.

La ſeconde courbe qu'il faut trouver, eſt la ſection d'un corps helicoïde en Vis, dont la ſurface eſt toute convexe dans ſon contour, mais droite dans ſa direction à l'axe de la Vis, à la difference de la doële qui étoit courbe en tout ſens.

Premiere Courbe de ſection horiſontale.

Pour la facilité de l'inſtruction, nous ne ſupoſerons ici que le quart de l'helice, & du Noyau B D E C. On commencera par diviſer ſa Circonference B D E, en autant de parties égales qu'on voudra avoir de points en la courbe, comme ici en fix aux points n^{1}, n^{2}, D n^{4}, n^{5}, E, par leſquels on tirera autant de droites indéfinies paralleles à l'axe Q R, ſur

Fig. 224. & 230.

ſur leſquelles on portera ſucceſſivement les hauteurs de la ligne *fc* de la fig. 230. qui eſt le dévelopement de l'helice du contour du Noyau au deſſus de l'horiſontale A C*, par exemple 5 1* de la fig. 230. en 5 *a* de la fig. 224. 4 V* en 4 *b*, *d* 3* en *g*, 2 4* en 2 *d*, ainſi du reſte, & par tous les points C*, *a*, *b*, *c*, *d*, *e*, *f*, on tirera une ligne courbe *c*" *f*, qui ſera la projection verticale de l'helice de la naiſſance de la Voute en Vis ſur le Noyau ; comme cette naiſſance doit être coupée par le lit horiſontal du tambour à la hauteur de la premiere retombée de la diviſion 4 du ceintre A H B, il faut chercher les differentes ſaillies de la Vouſſure de cette naiſſance, à la hauteur du lit du niveau du tambour. C'eſt pourquoi on menera par chacun des points donnez à la projection de l'helice *a b c d e f*, des horiſontales paralleles au diametre A B, comme *a* C¹, *b* c₂, *c* C³ &c. & une autre horiſontale 4*d* R par le point 4 de l'arc H B qui repréſentera le lit de deſſus du Tambour.

Enfin avec le rayon AC tranſporté ſucceſſivement ſur toutes les horiſontales en *a* *c*¹, *b* *c*², & on trouvera tous les points *c*¹, *c*², *c*³, *c*⁴, deſquels on décrirera des arcs *c*"*g*, *ag*, *bg*, *cg*, qui couperont l'horiſontale 4 R aux points W, *x*, *y*, *z*, où ſeront les avances que l'on cherche.

Ainsi prenant à volonté un point P ſur l'arc de la projection du joint de lit *p*⁴ *q*⁴ ſur un rayon de la révolution *n*⁵, 5', pour la plus grande ſaillie, qui eſt celle de la retombée *p*⁴ B, on portera ſur le rayon ſuivant *n*⁴ G, l'intervale *x* W de la ligne verticale *n*⁵ *b* à l'arc *a g* coupé par l'horiſontale 4 R en *x*, cette longueur *x* W portée ſur *n*⁴ G, donnera le point X, qui eſt un de ceux que l'on cherche ; on continuera de même à porter l'intervale *y n* ſur D L, pour avoir le point Y, & l'intervale *z n* ſur *n*" F, pour avoir le point Z, & comme l'helice *a f* eſt coupée par l'horiſontale 4 R au point *d*, il n'y aura point de ſaillie en ce point, qui répond au point *n*¹ du contour horiſontal du Noyau, ainſi on tirera à la main ou avec une regle pliante la ligne courbe *n*¹ Y* P, par les points trouvez *n*¹ Z Y X P, qui ſera celle que l'on cherche, pour ſection horiſontale de la doële à hauteur du point 4, de la premiere retombée du côté du Noyau.

Seconde Courbe de ſection horiſontale au lit de la Vis.

Le même plan horiſontal qui a coupé la doële depuis le point *d* juſqu'au point R", à l'élevation ſuivant le courbe *n*¹ Y P du plan horiſontal coupe enſuite le lit de la Vis ſuivant une courbe differente P *x* E, depuis le *Fig.* 224.

point P, qui eſt commun aux deux ſections juſqu'au point E qu'il faut trouver.

On prendra la hauteur ro du point r, où le joint de tête e 48 coupe l'aplomb du Noyau fB, ſur l'horiſontale 4 R, & on la portera à la figure 230. du point a en R, par où on tirera une parallele à la baſe ae, qui coupera la ligne fo au point 1re, d'où l'on abaiſe ſur ae la perpendiculaire 1re 5.

On portera enſuite la longueur rectifiée 5 e ſur l'arc B E de la figure 224. du point n^5, qui répond au point P, ſur la ligne C^e P de n^5 en E en la cinglant, c'eſt-à-dire en apliquant & pliant cette longueur ſur la ligne courbe, ce qui ſe fait de deux manieres, ou en prenant ſucceſſivement des petites parties de la longueur 5 e de la figure 230. & les portant de même ſur l'arc B E, ou en prenant ſur une regle la longueur 5 e, & en la tournant comme une tangente mobile, depuis le point n^5 juſqu'à, ce que le point e de la regle deviennent celui de l'atouchement de la regle au point e.

Cela fait on a déja deux points de la courbe en P & E, il faut en chercher d'autres; ayant diviſé l'intervale du point 4 e en autant de parties égales qu'on voudra avoir de ces points, par exemple ſeulement en deux en m, on diviſera auſſi en même nombre l'arc n^5 E au point u, par où on tirera du centre C^e une ligne indéfinie ux, ſur laquelle on portera la diſtance m V du point m, au nud du Noyau fB, de u en x, la ligne menée à la main ou avec une regle pliante, par les points P x E, ſera celle que l'on cherche pour la ſection horiſontale du lit de la Vis.

L'espace que les deux courbes n^1 Y P & E x P comprennent, eſt la ſection horiſontale de la Vis coupée par le lit horiſontal d'un Tambour du Noyau, tant à la doële qu'au lit, dont on fera uſage comme il ſuit.

Formation d'un Tambour d'une portion d'aſſiſe du Noyau, portant la Naiſſance de la Vis.

Si le Noyau de la Vis eſt d'un aſſez petit diametre pour être fait d'un ſeul Tambour, il faudra ajoûter à chaque extremité de ſon diametre l'alongement de la premiere retombée p^4B, & ſur ce nouveau diametre former un Tambour en tranche de cylindre, pour qu'il puiſſe comprendre le Tambour du nud du Noyau, & la ſaillie de la naiſſance.

Pour la facilité de l'inſtruction nous ſupoſerons le Noyau aſſez grand pour être fait de quatre pieces à chaque aſſiſe, ainſi nous ne formerons qu'un quart de tambour, comme on voit à la fig. 226.

Fig. 226.

On commencera par former un quart de Tambour, dont la hauteur ſera celle de la retombée $4p^4$, & les lits de deſſus & de deſſous jaugez, & en retour d'équerre ſur les joints montans, ſeront égaux au quart de cercle $C_n p^4 q^4$ de la fig. 224.

On levera enſuite le panneau $B\, n^1\, Y\, P\, E$, qu'on apliquera ſur le lit de deſſous en $e\, p\, n^1$ de la fig. 226. puis ayant tracé un quart de cercle E D B au lit de deſſus avec le rayon $C_n B$ de la fig. 224. on portera ſur ſon contour l'intervale $E\, n^2$, de quatre diviſions, parce que le point n^2 répond aplomb ſous le point d, où l'horiſontale $4\, d$ coupe l'helice de la naiſſance $C_n\, df$, & l'on aura pour reculement du lit ſur le Tambour le point D de la fig. 226. par lequel on tirera du centre C^n, la ligne $C^n L$ qui coupera l'arête ſuperieure du grand Tambour $p_4\, P\, q^4$ au point L par lequel, & par le point q on tracera l'helice $L\, l\, q$ ſur la ſurface du plus gros cylindre avec une regle pliante.

On portera enſuite l'intervale $q\, p$ du lit de deſſous, en L P au lit de deſſus, & par les points p & P, on tracera avec une regle pliante apuyée ſur ces deux points une ſeconde helice ſemblable à la premiere. Enfin ayant tiré à la fig. 224. une ligne du centre C^n par l'origine n^1, de la ſection de la doële $n^1\, YP$, qui coupera l'arc $p^4\, P\, q^4$ au point K, on portera la diſtance $q_4 K$ en $q\, p K$ de la fig. 226. pour avoir le point K, qui répond au point n^1 de l'origine de la ſection horiſontale de la doële, & au lit de deſſus en reculant le panneau, on aura le point de la même naiſſance qui tombe au-delà du quart de cercle, par le moyen duquel on trouvera une troiſiéme helice parallele, & égale aux deux précedentes.

La pierre étant ainſi tracée, on abattra quarrément 1°, le priſme mixte $D\, L\, q\, q_4\, E\, e\, D$, pour avoir l'angle rentrant en helice $D\, e$.

Secondement le priſme triangulaire mixte $D\, L\, P\, p\, q\, e\, D$ par le moyen d'une petite cerche concave formée ſur la ligne convexe P x E de la fig. 224. qu'on tiendra toujours de niveau, c'eſt-à-dire parallele au lit.

Troisiemement on abattra le priſme mixte $p^4\, B\, b\, a\, k\, n^1\, B$, pour avoir l'angle rentrant du tambour, & de la naiſſance ébauchée avec le nud du Noyau. Enfin on abattra un quatriéme priſme mixte $B\, p^4\, P\, p\, k\, n^1\, B$ par le moyen d'une cerche convexe, formée ſur l'arc concave A 1 ou 4 B de la fig. 224. qu'on tiendra toujours dirigée au centre du Noyau, & ſon plan par l'axe du Noyau; & la pierre ſera achevée.

Du Berceau tournant & rampant incomplet.

En termes de l'Art,

De la Vis à jour ſuſpenduë.

Si l'on ſuprime toute la partie convexe de la Vis St. Giles, le Noyau qui lui ſervoit d'apui devient inutile, par conſéquent l'on peut le ſuprimer auſſi, il ſemble du premier abord que cela ne ſe peut ſans détruire le reſte de la Voute, cependant l'experience nous fait voir le contraire dans ces eſcaliers fort communs, qu'on apelle *Vis à jour ſuſpenduë en Vouſſure*, qui ſubſiſtent parfaitement par une raiſon ſemblable à celle que nous avons donné des Voutes Sphériques, & ſur le Noyau incompletes, qui eſt que les rangs des Vouſſoirs depuis l'impoſte concave de la Tour juſqu'à celui qui forme la Clef, ſe ſoutiennent mutuellement, & pour me ſervir des termes de l'Art, *font Clef* chacun en particulier; la difference qu'il y a dans la Vis conſiſte en ce que le dernier Vouſſoir qui eſt le plus haut de chaque rang, n'étant pas buté contre un autre Vouſſoir, comme aux Voutes ſur le Noyau, ne ſe ſoutiendroit pas ſans un apui de quelque arcade, ou d'une piece de bois de palier; mais auſſi ce dernier Vouſſoir n'eſt pas ſi difficile à contenir qu'aux Voutes ſur le Noyau, parce qu'il pouſſe très peu, particulierement ſi la Vis eſt un peu roïde, l'inclinaiſon de ſa poſition en rejettant le fardeau ſur les Vouſſoirs inferieurs qui lui ſervent d'apui.

Il ne paroît pas néceſſaire d'entrer dans le détail de la conſtruction de cette Vis incomplete, puis qu'elle eſt exactement la même que celle de la Vis St. Giles juſqu'à la Clef, le reſte demeurant vuide & ſuprimé, il ne s'agit que d'une petite difference au rang de Vouſſoir, le plus élevé qui doit porter le Limon de l'eſcalier, ſur lequel on met la Baluſtrade, ou un apui de fer.

Cette difference du dernier rang qui fait clef, conſiſte à faire le parement qui eſt aplomb du côté du vuide en portion de cylindre, de la hauteur que donne l'épaiſſeur de la Vouſſure en cet endroit, préciſement de la même maniere qu'il a été dit, pour l'ébauche d'un Vouſſoir concave deſſiné à la fig. 228. dans laquelle portion cylindrique ayant décrit les helices égales du haut & du bas *c d* & *i* 1, on fera l'apui de la baluſtrade avec l'équerre, au lieu du biveau d'aplomb & de coupe, dont nous nous ſommes ſervis pour former les lits de la vis, tenant toujours une des branches de l'équerre aplomb parallele à l'axe du cylindre, enſorte qu'étant apliquée ſur la ſurface concave, il ne paroiſſe pas de jour entre deux; l'autre branche qui eſt ſupoſée de niveau, ſera

coujours dirigée à cet axe, comme nous l'avons dit au commencement de ce livre, pour la formation des ſurfaces en helices page. 37.

Nous parlerons plus au long des Vis à jours à la fin du 3e. Tome.

Des Berceaux en Vis ſur le Noyau Elliptique.

Ce que nous avons dit des Voutes ſur le Noyau elliptique, fournit déja la maniere de faire les projections des vis, ſans aucune difference, ce qui eſt clair.

Or cette projection étant faite, il ne ſe préſente aucune nouvelle difficulté pour l'élevation, il n'y a qu'à ſe ſervir des mêmes Biveaux d'aplomb, de doële, & de coupe, que dans les exemples précédens, ainſi cette difference ne mérite pas qu'on s'y arrête.

Il n'eſt pas néceſſaire non plus de parler du cas, où le ceintre primitif de la vis au lieu d'être circulaire, comme nous l'avons ſupoſé eſt elliptique ſurhauſſé ou ſurbaiſſé, parce qu'il eſt viſible que la difference ne tombant que ſur les coupes, il faut ſe ſervir des biveaux de la même maniere, qu'il a été dit pour les berceaux horiſontaux de cette eſpece; pour les biveaux d'aplomb & de doële, il en faut changer à chaque aſſiſe, que le ceintre ſoit circulaire ou non, ainſi il ne s'agit que de changer la branche courbe ſuivant l'éxigence de la partie elliptique, que comprend le rang de Vouſſoir que l'on fait.

Explication Démonſtrative.

Ce que nous avons dit au commencement de ce Chapitre, touchant la Génération des Berceaux tournans, & rampans en vis ſur le Noyau, eſt déja une bonne préparation, pour rendre raiſon de leurs conſtructions.

Premierement on connoit que les ſurfaces de ces Voutes étant compoſées d'une infinité d'helices, qui ſont des courbes à double courbure, elles ſont intrinſéquement gauches, de ſorte qu'il eſt impoſſible d'y apliquer des panneaux de doële plate, qui les touchent en plus de trois angles; ainſi les Apareilleurs qui du tems de Philibert de Lorme cherchoient à faire le Trait par panneaux, faute d'entendre le fond de la queſtion, cherchoient l'impoſſible, ſuivant le méthode des doëles plates ou flexibles pour être apliquez à une ſurface conique, comme aux Voutes Sphériques. Ils pouvoient ſeulement ſe ſervir de panneaux flexibles de dévelopement, pour en tracer les arêtes ſur une ſurface cylindrique,

dont l'interſection commune à la doële forme une helice, qui eſt l'arête de lit & de doële.

Secondement, puiſque la Vis n'eſt en quelque façon qu'une répetition continuelle du ceintre primitif AHB, qui s'éleve ſur une helice, en changeant la direction de ſon plan, ſans changer la ſituation horiſontale de ſon diametre, il ſuit que tout ce qui convient aux berceaux touchant les coupes, les retombées & les biveaux d'aplomb & doële, convient auſſi à nos Vis dans une ligne d'interſection ſeulement, qui eſt commune au berceau de niveau & la à Vis qu'il peut pénetrer.

De la premiere obſervation que l'helice eſt une courbe à double courbe, qui peut être commune à un cylindre & à une vis, il ſuit que pour trouver pluſieurs arêtes de lit & de doële, il faut auſſi ſupoſer pluſieurs ſurfaces cylindriques, pour pouvoir y tracer par le moyen des panneaux flexibles, les helices des arêtes, ſuivant les principes qui en ont été donnez au troiſiéme livre, page 342. & fig. 281. La raiſon eſt que la ſurface helicoïde étant intrinſéquement gauche, il eſt impoſſible de parvenir immédiatement à ſa formation; ainſi on eſt obligé de conſiderer chaque rang de Vouſſoir comme enfermé entre deux cylindres, paſſans l'un par l'arête du lit de deſſous avec la doële, l'autre par celle du lit de deſſus, les uns concaves du côté de la Tour, les autres convexes du côté du Noyau.

Presentement, ſi l'on conſidere les differentes helices, qui ſe forment aux arêtes de chaque Vouſſoir, on reconnoîtra qu'il y en a quatre, ſçavoir deux aux arêtes de lit & de doële, & deux aux arêtes d'extrados & de lit; car quand même la Voute ne ſeroit pas extradoſſée, on eſt obligé de ſupoſer des largeurs égales à chaque lit, qui déterminent une arête d'extrados.

C'est pourquoi en faiſant l'élevation d'un Vouſſoir ébauché en portion de cylindre il faut faire la projection de ſix helices, qui ſont totalement inégales dans leur contour & dans leur inclinaiſon à l'horiſon, ſçavoir, de trois helices à la ſurface cylindrique paſſant les points C, V, *i*; (fig. 229.) & quatre aux arêtes du Vouſſoir en K, *v*, *f*, R, deſquelles il y en a une en V *u*, qui eſt commune à la ſurface du cylindre.

De ces ſix helicesil en a deux K L, *c d* au deſſus, & deux autres RS, *f i* au bas de la portion du cylindre, qui doivent marcher à pas égal, quoique par de plus long & plus courts circuits, c'eſt-à-dire qui ne doivent pas plus s'élever n'y avancer en nombre de dégrez dans le circuit, l'une que l'autre, enſorte que la ligne droite *a c* X perpendicu-

faire à l'axe de la vis qui paſſe par l'une de ces helices *c d*, qui eſt ſur le cylindre, rencontre auſſi la compagne K L qui eſt ſur la vis, d'où il ſuit, que ſi l'on conſidere le point N, comme la projection d'une horiſontale perpendiculaire au plan du papier, les deux helices compagnes K L, *c d* doivent paſſer par le point N, par conſéquent les deux lignes droites K L & *c d*, de même que leurs égales R S & *f* 1' qui ſe croiſent en M, paſſent cependant chacune par trois points des deux helices paralleles & compagnes, qui ſont toujours à diſtances égales l'une de l'autre; ainſi les points N M ſont équivalamment doubles, & ſi au lieu des deux lignes droites R S, *f* 1' on ſupoſe deux courbes qui ſoient les projections verticales des helices compagnes, ces deux courbes qui ſe croiſent au même point M, répreſenteront deux helices paralleles entr'elles, que j'apelle par cette raiſon compagnes; ce qui ne peut arriver en aucun cas des lignes droites, parce que les projections de deux paralleles en quelque ſituation qu'elles puiſſent être, ſont auſſi toujours paralleles entr'elles, quoique plus ou moins éloignées que les objectives qu'elles repréſentent; elles peuvent bien dans un cas ſe confondre en une, dans la projection, mais jamais elles ne peuvent ſe croiſer.

Cette projection verticale des arêtes du Vouſſoir étant ſupoſée, il eſt viſible que pour en comprendre tout l'intervale dans une portion de cylindre, il a fallu ſupoſer des plans *t b* & R T, paſſans par les points les plus élevez *c* & *b*, & les plus bas R & 1'; de ſorte que la ſurface du cylindre excede les helices qui doivent être tracées ſur le cylindre, de deux triangles mixtes, ponctuéez à la fig. 228. en C Y *d*, & *x i* 1', leſquels doivent être retranchez par une coupe à l'équerre ſur la ſurface cylindrique, pour que les lignes qu'on doit ſupoſer tirées à l'axe, par les points de l'helice du cylindre, rencontrent à même hauteur, celle de l'arête du Vouſſoir à la doële ou à l'extrados.

Il reſte à démontrer que les points des Courbes de la ſituation horiſontale de la doële, & celle du lit ont été bien trouvez.

Premierement pour la ſection de la doële, puiſque nous voulons que cette ſection ſoit faite par un plan horiſontal, ce plan & la courbe de ſon contour ſera repréſenté dans une projection verticale, par une ſeule ligne horiſontale 4 R, paſſant par le point 4 de la diviſion du premier Vouſſoir du côté du Noyau; c'eſt un effet de la projection expliquée au deuxiéme Livre, page 207. parce qu'il eſt perpendiculaire au plan de deſcription; il ſera encore vrai par la même raiſon, que ſi l'on ſupoſe pluſieurs plans verticaux paſſans par l'axe en C', & par les points pris à volonté F L G, 5' Q, ils couperont le Noyau ſuivant des lignes

droites, dont les points m^1, m^2, D, n_4, n^5, E, ſont les projections horiſontales, par leſquelles ſi l'on tire des perpendiculaires au deſſus de l'horiſontale A C^o, on aura la repréſentation des interſections de ces plans avec le Noyau, aux lignes $C^o R^o$, 5^b, 4^b, 3^b, 2^b, qui couperont l'horiſontale 4 R^o aux points d, n, n, n, R^o de l'aplomb du nud du Noyau; mais parce que ce Noyau eſt debordé par une partie de la doële au deſſus de la naiſſance de la Voute, exprimée en projection verticale par la courbe $C^o a\ b\ c\ d\ e\ f$, il faut trouver la ſaillie de la partie de la doële qui déborde le Noyau ſur, chacune des ſections des plans verticaux paſſant par l'axe C^o, & les points F L G 5^r Q.

Puisque les ſections de tous ces plans ſont des demis cercles égaux au Générateur A H B, il eſt viſible que toutes ces ſaillies $R^o n$, nx, ny, nz, ſeront égales au Sinus verſe de l'arc de cercle compris entre la naiſſance ſur le Noyau, & la ligne horiſontale 4 R paſſant par le point 4, où eſt la hauteur du lit de deſſus du Tambour; puiſque les hauteurs au, bn, cn, ſont égales à leurs Sinus droits, qui ſont déterminez par les reſtes des hauteurs $a\ b\ c\ d$, au deſſus de l'horiſontale BC^o, juſqu'à ſa parallele 4 R^o; ce qui paroît évidemment à la plus grande hauteur $4\ p^4$, laquelle eſt le Sinus droit de l'arc 4 B, & p^4 B, ſon Sinus verſe, lequel arc eſt égal à l'arc C^o W, la hauteur C R égale à $4\ p^4$, & par conſéquent W R^o, égal p^4 B.

Il ne reſte donc plus à prouver que les hauteurs de ces points $a\ b\ c\ d$, ont été bien trouvées, ce qui ne ſouffre aucune difficulté, puiſquelles ont été priſes ſur les perpendiculaires compriſes entre le dévelopement du Noyau B D E, repréſenté à la fig. 230. par la ligne $a\ e$; & le dévelopement de l'helice $f e$, la hauteur $5\ a$ de la figure 224. ayant été faite égale à $5\ 1^a$ de la figure 130; la hauteur $4\ b$ de la figure 224. égale à $4\ V^c$ de la figure 230. ainſi de ſuite, par conſéquent la courbe $C^o f$ eſt la projection verticale de la ligne de la naiſſance de la Voute, ſur le Noyau de la Vis, enfin il eſt clair que toutes ces ſaillies étant poſées ſur les projections des plans verticaux coupans la vis $1^r e^r$ F n^2 L D n, &c. en n^2 z, D $y n^3$ x, ſeront dans la ſituation où elles doivent être, puiſqu'elles ſont des parties de ces plans, dont la courbe n^1 z y x P eſt celle de la ſection horiſontale de la doële qui doit être ajoutée au nud du Noyau, pour former le premier Tambour qu'on ſe propoſe de faire.

L'explication de la conſtruction de la ſeconde courbe, de la ſection horiſontale du dit lit, dont le profil eſt la ligne 4 8, eſt peu differente de celle de la doële, en ce que la ſection du plan vertical A H B, qui donne la plus grande ſaillie en n^5 P, égale à la retombée qui eſt le Sinus verſe p^4 B de l'arc B 4, donne auſſi la plus grande ſaillie du lit $4\ o = p^4$ B, qui eſt

qui eſt la projection de la ligne 4 *e*, qui excéde le nud du Noyau *f* B, c'eſt pourquoi le point P eſt commun aux deux courbes de ſection de doële P Y n^1, & de la ſection de lit P *x* E; or la hauteur *r e* à la partie de l'helice, dont la projection verticale eſt *e d*, & ſon dévelopement à la figure 230. en *ſe* ſera la ligne 1re, dont la projection eſt la droite 5 *e* qui doit par conſequent être auſſi le dévelopement de l'arc horiſontal *o d*, à la projection verticale & de l'arc n^5 E à l'horiſontale, parce que le point n^5 répond à la plus grande ſaillie P, ainſi le point E ſera la naiſſance de la ſaillie.

Presentement il eſt clair que puiſque la ligne *e* 4 eſt diviſée en deux également, en *m*, la hauteur *e o* ſera auſſi diviſée également par la ligne *m u* au point *u*, par conſéquent le point *u* répondra à la moitié de l'arc d'helice *e d*, & de même à la moitié de ſa projection; d'où il ſuit que le point *v* doit être au milieu de l'arc n^5 E, & puiſque la ligne *m u* doit tendre à l'axe *v*, & que la ligne *x* doit avoir la même direction, la ſaillie *u m* ſera bien portée en *v x*, par conſéquent le point *x* eſt à la ſection du lit, donc la courbe P *x* E paſſe par trois points de la ſection horiſontale du lit, *ce qu'il falloit faire.*

Il ſera aiſé de trouver autant de points qu'on voudra entre *x* & P, *x* & E, en ſousdiviſant 4 *m* & *m e* du joint 4·8, ſi l'on veut avoir la courbe avec plus d'exactitude.

Remarque ſur l'uſage.

La partie du Trait, qui concerne la maniere de faire porter la naiſſance de la vis, aux tambours du Noyau, n'eſt néceſſaire que dans la conſtruction de la vis St. Giles, proprement dit, où l'inclinaiſon de l'helice du couſſinet donneroit des angles trop aigus.

Dans les berceaux tournans & rampans autour d'un grand Noyau, où cet inconvenient ne ſe trouve pas, il convient mieux de faire les Vouſſoirrs des premieres retombées de la même maniere que les autres au deſſus.

Au reſte un bon Architecte qui n'a pas lieu de craindre la bombe, ne s'aviſe guere de vouter en vis St. Giles, un eſcalier qui eſt aſſez petit, pour que ſon Noyau puiſſe être fait de Tambours d'une ſeule piece à chaque aſſiſe; car alors il eſt cenſé que les marches ne ſont pas trop longues pour être auſſi faites d'une ſeule piece, de ſorte qu'en les délardant par deſſous, on fait à peu de frais une Voute en coquille, qui eſt fort propre.

Si l'eſcalier eſt trop ſpatieux pour qu'on puiſſe faire ſolidement les marches d'une ſeule piece, alors il ne convient pas de faire un Noyau ſi petit, parce que les marches deviennent ou trop étroites au collet, ou trop larges à la queuë ; dans ce cas on peut faire un Noyau aſſez épais pour y loger les couſſinets de la vis, qui en forment la naiſſance de ce côté, comme on le pratique à ſon opoſé dans le creux de la Tour, alors le trait des ſections horiſontales n'eſt d'aucune utilité.

Nous avons parlé au premier & deuxiéme livre du Trait des ſections verticales des mêmes voutes, dont nous faiſons auſſi peu d'uſage dans cette conſtruction ; il n'eſt en effet néceſſaire qu'au cas qu'on voulut faire une *vis St. Giles, ronde dans une Tour quarrée, ou à pluſieurs pans* ; ce que perſonne que je ſçache n'a propoſé de metre en pratique, quoique la choſe ſoit auſſi faiſable qu'une Voute Sphérique ſur un quarré; la ſeule obſervation qu'il y auroit à faire, c'eſt que les cintres rampans des formerêts ſur les murs des pans de la Tour, ſeroient d'un contour peu agréable à la vûë dans le quarré ; mais ils le deviendroient davantage à meſure que le polygone augmenteroit en nombre de côtez.

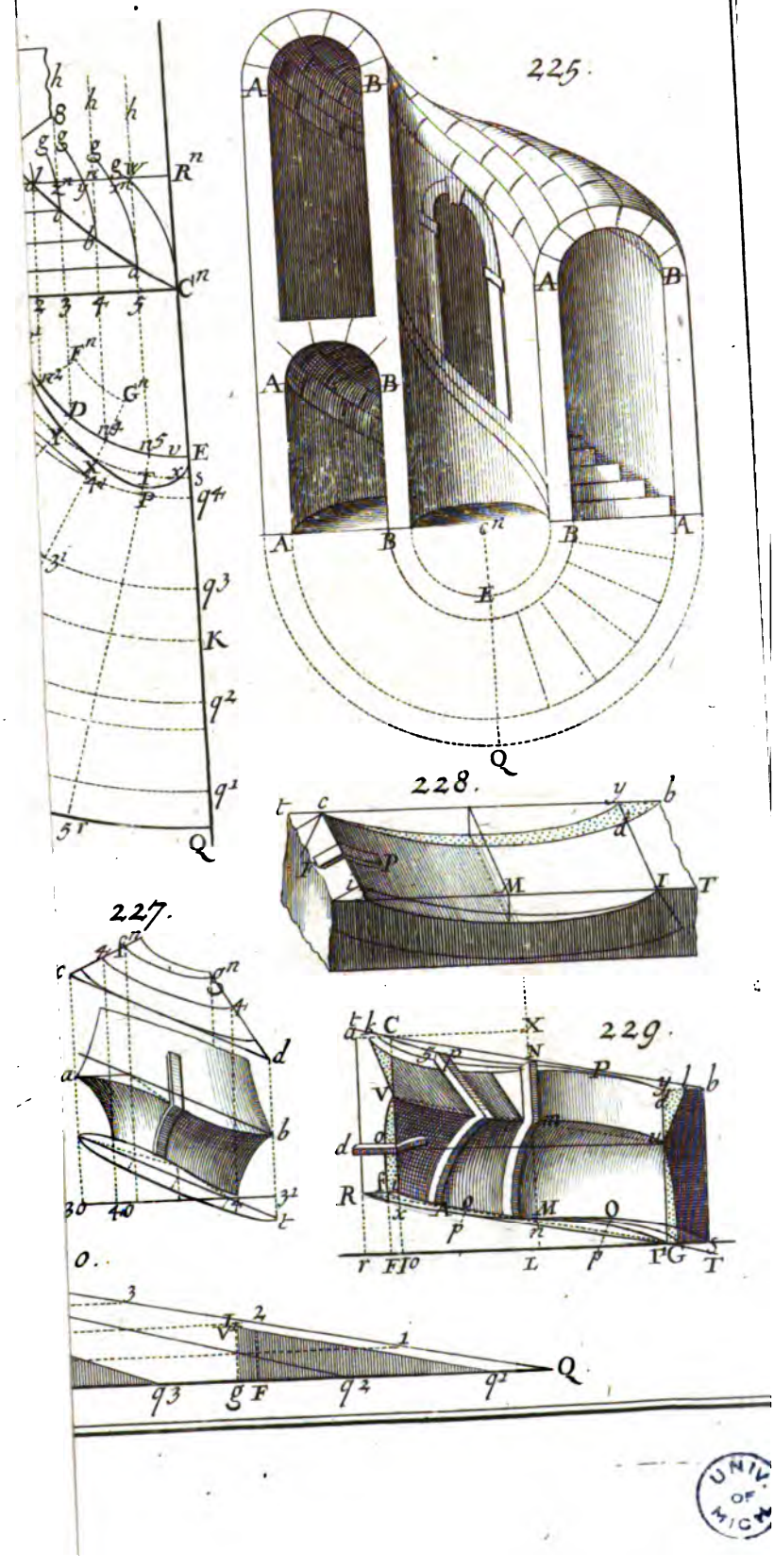
Cette partie de la conſtruction ne rendroit pas le trait plus difficile, parce qu'il ne s'agiroit que de ſubſtituer au dévelopement de l'helice de la naiſſance de la Voute, la courbe du quatriéme ordre dont nous avons parlé, formée ſur la ſection du mur vertical de chaque pan de la Tour, laquelle ſera dans un angle rentrant, ſi l'on veut que le Vouſſoir comprenne une partie de ce pan ; ou en angle ſaillant formant une arête avec la doële de la vis, & un lit taillé horiſontalement, comme ſi l'on formoit une arcade d'arc rampant, laiſſant dans les angles du polygone un pandantif auſſi rampant.

CHAPITRE X.

Des Voutes de ſurfaces irrégulieres.

Toutes les Voutes dont nous avons parlé juſqu'à préſent, ſont des portions des corps réguliers primitifs, de Cylindre, de Cone, ou de Sphère ; ou des corps régulierement irréguliers, comme les Conoïdes, Sphéroïdes, & les Cylindres ſur d'autres baſes que les circulaires.

Ici nous traitons de celles qui n'ont qu'un raport très imparfait avec ces corps, deſquelles nous faiſons deux claſſes, l'une de celles qui ne ſont courbes que dans leurs ſections tranſverſales, & droites dans les longitudinales, comme les cylindriques & les coniques, telles ſont quelques arrieres Vouſſures, & autres Voutes qui participent de l'une & de l'au-



UNIV. OF MICH.

tre eſpece, en ce qu'elles ont dans une de leurs ſections la proprieté du cylindre, lorſque les côtez ſont paralleles à l'axe, & dans une autre la proprieté du cone, en ce que les côtez ſont convergens & tendent à un axe; c'eſt pourquoi je les apelle *Conico-cylindriques.*

La ſeconde claſſe eſt de celles dont la ſurface eſt *à double courbure*, l'une tranſverſale l'autre longitudinale, & comme cette proprieté eſt commune à la Sphére, nous les comparons toutes à ce corps primitif; mais auſſi parce qu'outre cette proprieté il s'en trouve d'autres communes au cone, au cylindre & aux priſmes, nous les apellerons des noms compoſez de *Conico-Sphérique*, *de Sphérico-Cylindrique*, & de *Sphérico-Priſmatique*, comme nous l'expliquerons cy-après.

Premiére Claſſe, des Voutes Conico-Cylindriques.

On peut raporter au cone & au cylindre quelques figures de Voutes ſimples, dont les ſuites des ſections paralleles entr'elles, & perpendiculaires au plan horiſontal & au vertical, par où paſſe leur axe, ſont des courbes differentes, ou de differents diametres; l'on peut réduire ces ſortes de Voutes à trois eſpeces, qui ne ſont proprement que des differens cas de la méme figure de ſurface. *Fig.* 231. & 232.

La premiere eſt celle qu'on apelle *Paſſage ébraſé* entre deux portes, qui paroit du premier abord une Voute en canoniere, ou un cone tronqué, mais cependant qui n'en eſt pas un; car ſupoſant les impoſtes & la clef de niveau, chacune à part, il eſt clair que les directions des impoſtes étant prolongées, ſe rencontreront hors de la Voute, puiſqu'elles ſont convergentes dans un même plan, horiſontal ou incliné, mais l'axe ou ligne du milieu entre ces impoſtes, qui eſt dans ce même plan à l'interſection du vertical, paſſant par la clef qu'on ſupoſe toujours également haute, au deſſus des impoſtes, ne rencontrera jamais la ligne de direction de la clef, puiſqu'elle lui eſt parallele; donc le cintre de face ſurmontée ſe retrécira tellement, qu'il ſe réduira à la ligne droite verticale, au point de la jonction du concours des impoſtes; ainſi la demie Ellipſe de ce cintre ſe réduit à la moitié de ſon grand axe, où elle eſt infiniment étroite, ſon petit axe étant devenu à rien, c'eſt-à-dire, ſuivant le langage de l'Algebre, égal à zero.

La ſeconde eſpece eſt celle des *Voutes en Berceau, en plein cintre par une face, & ſurbauſſé ou ſurbaiſſé à l'autre*, c'eſt-à-dire, dont les demis diametres verticaux ſont inégaux, en ſorte que la Voute eſt rampante, ou par ſes impoſtes, ou par ſa clef, ſupoſant l'un des deux de niveau, ou la clef ou l'impoſte; cette eſpece n'eſt réellement qu'une poſition dif- *Fig.* 238.

ferente du paſſage ébraſé tourné ſur ſon axe, en tranſportant la clef à l'impoſte : car alors cette Voute qui avoit de l'ébraſement horiſontalement, n'en a plus à l'égard de l'horiſon, mais bien verticalement à la clef, ce qui eſt facile à concevoir.

La troiſiéme eſpece, qui eſt l'arriere-vouſſure reglée & bombée, peut être conſiderée comme le ſuplément de la précédente, je veux dire ſon extremité, ſi on la ſupoſe prolongée juſqu'à ce que la clef, qui concourt avec l'axe, s'abaiſſe tellement ſur le plan des impoſtes, que le cintre ſurbaiſſé n'ait plus de hauteur, en ſorte qu'il ſe réduiſe à une ligne droite qui étoit ſon grand axe, le petit étant devenu à rien, en langage de calcul égal à zero. *Fig.* 237.

Pour donner une idée plus ſimple de la formation de cette arriere-Vouſſure, il n'y a qu'à ſe repréſenter une ligne droite A B, qui parcourt en tems égaux par une de ſes extrémitez un arc quelconque D H E, & par l'autre une ligne droite F G, le flux de cette ligne décrira une ſurface, que nous avons apellé *mixtilime* au commencement de ce livre, laquelle eſt celle de la Voute dont nous parlons, où les piédroits peuvent être convergens, ou paralleles entr'eux ſans aucun changement de figure. *Fig.* 238.

On pourroit ajoûter ici une quatriéme eſpece de ſurface de Voutes, dont la génération peut être expliquée par le mouvement d'uoe ligne droite, ſur des courbes de differente eſpece, telle eſt celle de l'arriere-Vouſſure de Marſeille ordinaire, conſiderée dans certaines circonſtances de ſujétion, comme ſi (figure 234.) l'on donnoit l'inclinaiſon A K de la clef, le point T pour la hauteur du ſommet d'un des ventaux, l'arc K I pour moitié du cintre exterieur, & un angle d'ébraſement imaginaire à l'impoſte I *g*, qui n'eſt auſſi que ſupoſée, puiſque le veritable cintre eſt l'arc T I dans le plan vertical T I *f*; ſi l'on prolonge les differens ébraſément *g* I de l'impoſte en Y, & A K de la clef en ligne droite juſqu'à la ligne du milieu D S en B, on reconnoîtra que la ligne génératrice doit ſe mouvoir ſur l'axe D S, de B en Y, pendant qu'elle ſe meut en tems égaux ſur l'arc K L I, & que par ce mouvement la ligne génératrice coupera le plan de la face interieure *g* A D, ſuivant une courbe *g* T A, qui ſera variable ſelon les differentes ouvertures des ébraſemens donnez. Mais quoique cette ſurface ne ſoit pas tellement gauche, qu'elle ne puiſſe être coupée ſuivant certaines poſitions des plans coupans en ligne droite comme à la clef, nous la renvoyons au rang des Voutes irrégulieres à double courbure, parce que les ſections des lits dans l'apareil, ſont des lignes courbes excepté à l'impoſte, & qu'au milieu de la clef, il n'y a jamais de joint. *Fig.* 234.

PROBLEME.

Faire une Voute Conico cylindrique.

Premiere Eſpece,

Paſſage ébrasé entre deux faces droites, dans lequel les impoſtes ſont de niveau, auſſi bien que le milieu de la Clef.

Dans ce Trait comme dans les précédens, il faut commencer par ſe déterminer au choix du cintre primitif, la hauteur qu'on ſe propoſe de lui donner à la clef, doit décider en quelque façon du lieu de cintre, parce qu'il convient quelquefois de le prendre au milieu du paſſage, quelquefois à une des faces ou d'entrée, ou de ſortie.

Soit, (figure 232.) le trapeze A B D E, le plan horiſontal de la Baye qu'on veut vouter, qui eſt plus ouverte d'un côté A B que de l'autre D E ce qui cauſeroit de la difference de hauteur à la clef, ſi les cintres étoient tous circulaires, mais parce qu'on veut qu'elle ſoit de niveau, il eſt évident qu'il faut les rendre elliptiques pour leur donner à tous un demi axe vertical d'égale hauteur. *Fig.* 232.

Suposons que l'on veüille prendre le cintre du milieu *a* H *b*, pour primitif circulaire, celui de la petite face E D ſera ſurmonté, & celui de la grande face A B ſera ſurbaiſſé.

On diviſera donc le demi cercle *a* H *b* en ſes Vouſſoirs à l'ordinaire, aux points 1, 2, 3, 4, ayant fait la projection de ſes diviſions en P & *p* ſur le diametre *a b*, on prolongera les côtez A D B E juſqu'à ce qu'ils ſe rencontrent en *ſ*; d'où par les points de projection P *p*, on tirera les lignes *o p q*, O P Q, qui ſeront les projections horiſontales des joints, ſur leſquels on portera les hauteurs des diviſions du cintre primitif, ſçavoir, P 1 en O 1', & en Q 1"; *p* 2 en *o* 2' & en *q* 2"; C H en H *b* & *m* C ainſi du reſte, & par les points de ces hauteurs, on menera la courbe elliptique qui ſera le cintre de chaque face, ou ſi l'on veut ſur les diametres donnez AB, DE, & les demi-axes H *b*, & *m* C, on diviſera les Ellipſes à l'ordinaire, par le Probl. VI du deuxiéme Livre.

Si l'ébraſement donnoit le point *ſ* trop loin hors du plan de l'Epure, on aura recours au problême I. du troiſiéme Livre pour faire la projection des joins.

Les points de diviſion des trois cintres de face, & du milieu étant donnez, les inclinaiſons des joints de téte le ſeroient auſſi, ſuivant l'uſage des perpendiculaires aux tangentes, mais parce qu'elles ſont ſur des courbes inégales, il en réſulteroit que les lits ſeroient gauches, ce qu'on ne veut pas faire par les raiſons, que j'en ai donné au Livre troſiéme, il convient donc qu'on les aſſujetiſſe aux plans paſſans par les joins de coupe 1·5, 2·6 du cintre primitif.

D'ou il réſulte que les joins de tête $1^{1}x$, $2^{1}x$ du cintre ACB ſont trop couchez, & ceux du cintre D XE ſont trop roides; à cela près cette eſpece de Voute n'enferme aucune difficulté. On pourra la faire par panneaux ou par équarriſſement, cette derniere méthode ſera la plus aiſée, parce que à l'exception de la clef toutes les doëles ſont gauches, ce qui rendroit la voye des panneaux trop compoſée.

Aplication du Trait ſur la Pierre.

Avant dreſſé un parement pour ſervir de lit horiſontal en ſupoſition, on y apliquera le panneau de la projection horiſontale, par exemple A Q O D pour le premier, Q O *o q* pour le ſecond &c. on fera les deux paremens de tête, ſur leſquels on portera les hauteurs des retombées 1 P, 2 *p*, &c. pour y apliquer les panneaux des arcs de face, qui donneront les joins de tête qu'on taillera à l'ordinaire, ce qui ne ſouffre aucune difficulté, parce que toutes les ſurfaces pourront être dreſſées à la regle, obſervant, ce que nous avons dit touchant ſa poſition dans la formation des ſurfaces gauches doliolimes, à la page 36. de ce Livre.

Si le paſſage eſt aſſez long pour qu'on ait beſoin de former des têtes de Vouſſoirs entre le cintre primitif, & une des faces de devant ou de derriere, on vera par le point donné, par exemple L, une ligne L N qui ſera le grand axe d'une Ellipſe, dont la moitié du petit axe ſera la hauteur conſtante CH.

Au contraire ſi le point étoit donné entre *a* & D, par exemple en 1, alors la ligne 1 K ſeroit le petit axe, & C H la moitié du grand.

Sur quoi il y a une *obſervation curieuſe* à faire, c'eſt que la ſuite des foyers des Ellipſes depuis le cintre primitif *a b* vers A, forme une hyperbole *f y* CYF, dont les lignes des impoſtes ADS, BES, ſont les aſymptotes qui s'en aprocheront continuellement, ſi on les prolonge, & ne la rencontreront jamais, comme il eſt aiſé de le demontrer.

Car ſi l'on nomme A *m* moitié du grand axe *a*; F C qui lui eſt égal

par la conſtruction b, la hauteur conſtante mC, c & la diſtance variable mF, x, on aura $bb = aa = cc + xx$, donc $aa - cc = xx$, par conſéquent x ſera toujours plus petit que a, c'eſt-à-dire que mF ne pourra jamais devenir égal à mB ou à mA, *ce qu'il falloit demontrer.*

Il n'en ſera pas de même de la courbe que formera la ſuite des foyers, depuis le diametre ab vers DE, & juſqu'au point S, celle-ci formera une demie Ellipſe gGC, dont la moitié du grand axe ſera CS, & du petit gG égal à la ligne ab, diametre du cintre primitif tourné dans un plan vertical ; la raiſon eſt que les foyers ne ſeront plus dans le même plan horiſontal, que les précédens ; mais dans un plan vertical qui lui eſt perpendiculaire, dans lequel ſont tous les grands axes de la ſuite des Ellipſes, or ici le petit axe deminuë continuellement juſqu'à zero en S, de ſorte qu'alors xx devient $= aa$; par conſéquent la ligne du milieu de la clef eſt une tangente de la courbe, laquelle étant parallele à l'horiſontale CS, il ſuit que la courbe rentreroit en elle-même, ſi elle étoit prolongée au-delà de S.

Corollaire I.

De-là on tire la conſtruction d'une autre Voute que j'apelle Berceau irregulier en descente, *dont les cintres de face ſont d'inégales hauteurs ſur leurs diametres* : car il eſt facile à concevoir que cette Voute n'eſt autre choſe que la partie cCHEb, de la moitié du paſſage ébraſé tournée differemment, mettant l'impoſte bE pour la clef, & la clef CH pour une des impoſtes, répetant la même choſe pour l'autre moitié, comme on le voit à la fig. 233. Fig. 233.

Ainsi la doële de cette Voute eſt auſſi gauche que celle du paſſage ébraſé ; par conſéquent on ne peut la faire commodément par panneaux qu'à la clef, où les cordes des arcs des têtes ſont paralleles entre elles ; ailleurs elles ne le ſont pas, c'eſt pourquoi il convient de la faire par équarriſſement comme le paſſage ébraſé, prenant ſeulement la hauteur de ſa retombée au lieu de la retombée.

Il ſe trouve auſſi dans ce trait la même difficulté concernant les coupes des lits, qu'on ne peut faire plans ſans fauſſer les coupes des differens cintres, & même qu'il convient de faire gauches lorſque les faces ſont aparentes, ce qui embaraſſe fort un apareilleur, comme je l'ai experimenté au premier agrandiſſement de St. Malo à la Place du Fiel, dont j'avois la conduite en ſecond.

Nous faiſions une Voute ſur l'eſcalier, qui monte au rampart, laquelle devoit ſe racorder par le bas avec celle d'un palier en plein cintre, & être ſurbaiſſée par le haut, pour pouvoir paſſer ſous la plate-forme,

où étoit la ſortie aparente, de ſorte qu'en cette circonſtance la doële & les lits devoient être gauches, l'apareilleur embaraſſé traçoit ſes pierſur le tas, & malgré cette précaution les Vouſſoirs ſe trouvent *coupez*, c'eſt-à-dire gatez, perdant ainſi le tems & la pierre ; m'étant aperçû qu'il rejettoit mal à propos la faute ſur l'exécution du travail des tailleurs de pierres, il m'avoüa qu'il ſe conduiſoit à tâton, parce que ce trait ne ſe trouvoit pas dans le Livre du P Deran.

Alors je ſentis de quelle utilité étoit la connoiſſance de la coupe des pierres dans la conduite des Fortifications, d'autant plus que parmi les cinquante Voutes que nous avions à faire ſous le rampart il s'en trouvoit encore deux de figure irréguliere. Quelques années après il ſe préſenta un cas *d'Arondiſſement d'angle ſingulier*, dont j'ai parlé au commencement de ce Livre ; je me trouvai enſuite obligé à l'Iſle de St. Domingue en Amerique, de faire moi-même l'apareilleur, pour executer des Voutes en arcs de cloitre. Toutes ces circonſtances, les fautes que j'avois remarqué en pluſieurs ouvrages, & celles des autres qui ont écrit ſur cette matiere, m'ont fait ſentir la néceſſité du Traité que j'ai entrepris, principalement à l'uſage des Ingenieurs.

On voit à la figure 233. que ſi les coupes $1^{\cdot}5$, $2^{\cdot}6$ du cintre anterieur a FH, ſont tirées du centre C, & que celles du cintre b D b, $1^{*}f$, $2^{*}t$ ſoient perpendiculaires au contour de l'Ellipſe, ces coupes n'étant pas paralleles, les lits ſont des quadrilignes gauches, $5f1^{*}1$, que j'ai apellé *planolimes* au commencement de ce Livre. Si on veut les faire plans, il faut coucher la coupe $1^{*}s$ parallelement à la coupe $1^{\cdot}5$ mais alors l'angle de la tête $s\,1^{*}b$ deviendra entierement aigu & foible, & l'inclinaiſon aparente ſera difforme, en ce qu'elle fait de part & d'autre, deux angles inégaux, l'un aigu & l'autre trop obtus ; c'eſt pourquoi je fis les lits de la Voute dont je parle gauches contre l'uſage ordinaire.

Corollaire II.

De l'arriere-Vouſſure de Marſeille ordinaire.

Si l'on ſupoſe que le paſſage ébraſé, repréſenté en Perſpective à la figure 231. ſoit coupé de chaque côté par un plan vertical, paſſant par un impoſte e ou d de l'arc $c\,b\,d$, & par un point p ou i pris à volonté ſur l'arc bHa, ces deux plans verticaux retrancheront de ce paſſage une partie de ſurface courbe, compriſe par quatre lignes courbes, ſçavoir par tout le demi cercle ou demie Ellipſe $e\,b\,d$, par l'arc p H i, qui eſt

une

une partie arbitraire du cintre *b* H *a*, & par deux autres courbes *p e*, & *d i*. Laquelle portion de ſurface forme celle d'une ſorte d'arriere-Vouſſure qu'on apelle du nom de Marſeille, parce qu'on dit que la premiere qui ait été executée, l'a été à une des Portes de cette Ville.

Nous avons parlé d'une pareille arriere-Vouſſure en traitant des Voutes conique, où nous avons donné la nouvelle maniere de la faire régulierement en portion de cône ſcalene, préſentement nous la conſiderons ſuivant l'uſage ordinaire, comme une portion de ſurface irréguliere, qui ne peut être exactement conique, parce que l'on veut que les courbes *e p*, & *d i* qui devroient être des portios d'hyperpoles, ſoient des arcs de cercles, ou du moins des portions de l'arc *e b d*, de quelque courbe qu'il ſoit, en voici la raiſon.

La fermeture de menuiſerie, qui doit s'apliquer en deux ventaux à l'arc *e b d*, lorſque la Porte eſt fermée, doit trouver un pareil eſpace entre les points *b* & *p*, pour pouvoir s'ouvrir, enſorte que chaque ventau, lorſqu'elle eſt ouverte, puiſſe s'apliquer ſur ſon piédroit, repréſenté par le plan vertical *f e p g* & *d i* L, ce que l'on voit plus diſtinctement à la figure 236. deſſinée en Perſpective en AB *b a*, ED *d e*.

Soit, (figure 235.) la trapeze ABDE, le plan horiſontal de la Baye qu'on veut vouter en arriere-Vouſſure de Marſeille, dont la feüillure eſt BL & *l* D, & le Tableau T L & *t l*. *Fig.* 235.

Du point C milieu de *b d* = BD pour centre, on décrira un demi cercle, ou une demie Ellipſe *b* H *d*, qu'on diviſera en ſes Vouſſoirs, par exemple ici en 5 aux points 1, 2, 3, 4, par leſquels on tirera les joins du centre C indéfinis comme aux Voutes cylindriques; puis ayant porté la baſe du piédroit BA ſur BD en *b* F, on élevera à ce point une perpendiculaire FG, qui coupera l'arc *b* H *d* au point G, par lequel on menera *a* G *e* parallele à EA, qui rencontrera A *a* perpendiculaire ſur AE au point *a*, & ſa parallele E *e* au point *e*, puis ayant pris ſur la ligne du milieu CH prolongée, un point *m* à volonté, on tirera l'arc du cercle *a m e* par les trois points donnez.

Tous les joins de lit à la doële qui couperont cet arc comme 2·6, 3·7 ſeront des lignes droites, & tous ceux qui couperont l'arête du piédroit *a k* ou *e k* feront un pli en angle rentrant, parce que le plan du lit coupe deux ſurfaces differentes, l'une courbe de l'arriere-Vouſſure, l'autre plane du piédroit.

Premierement il faut chercher la projection verticale de l'arc *b* 1 2 G,

ſur l'ébraſement du piédroit en *a* Y *b*, ou ſeulement le point Y de cette projection, où paſſe le plan du lit *o* 5.

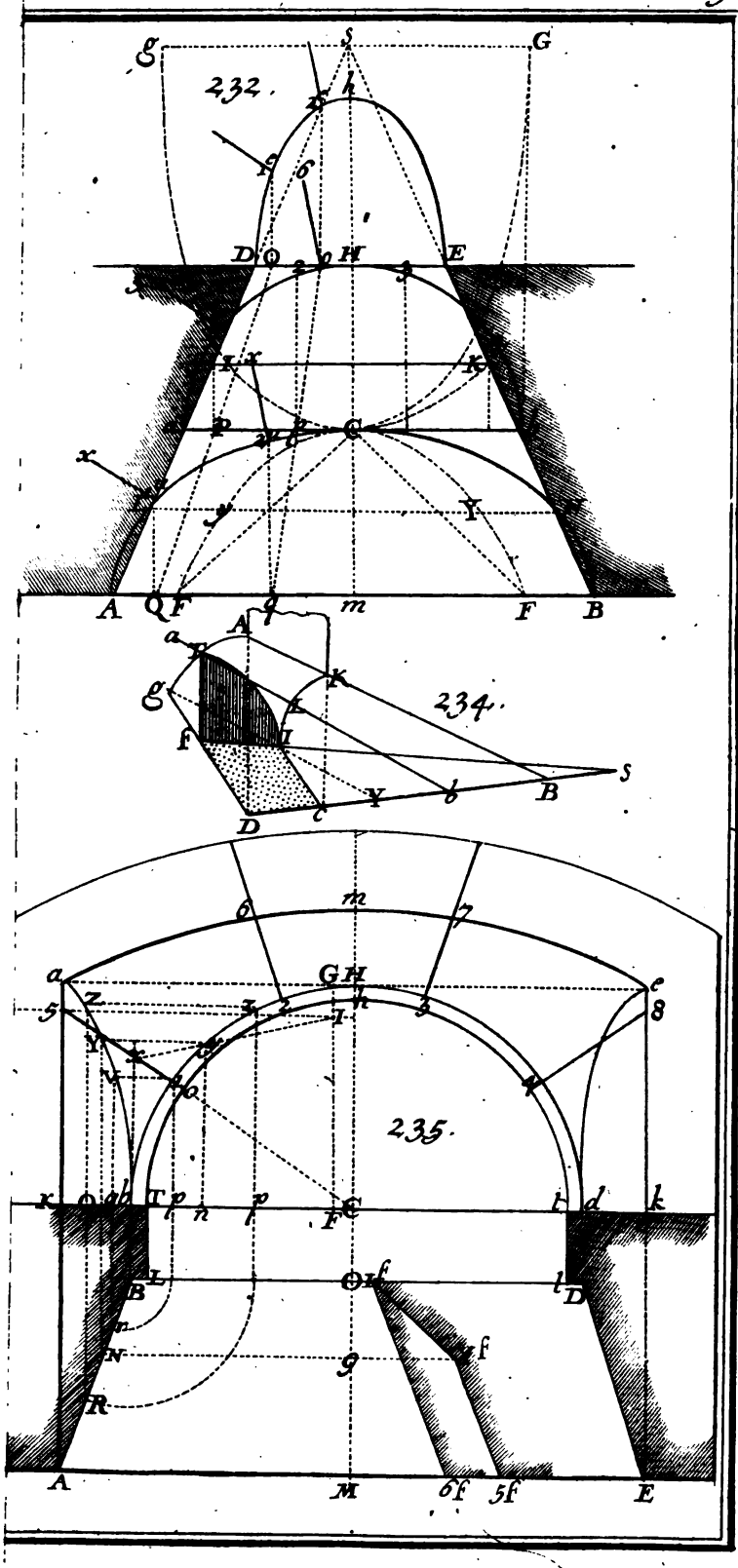
Fig. 240. On tirera par le point *b* ou B une parallele à la verticale CH, qui coupera le joint 1. 5 au point *x*, par le point 5 on menera la ligne 5 I parallele à BD ou *a e*, qui coupera la verticale GF au point I, par lequel & par le point *x*, on tirera la ligne inclinée *x* I, qui coupera l'arc *b* 1 2 G au point *y*, par où on menera l'horiſontale indéfinie *y* Y, & l'aplomb *y n* qui donnera ſur *b d* la retombée *b n*, qu'on portera ſur le piédroit AB en BN, par le point N on menera une parallele à la verticale A *a*, qui coupera l'horiſontale *y* Y, au point Y que l'on cherche, lequel eſt ſur l'arc elliptique *a* Y *b*, où eſt le pli du joint 1. 5 ou 0. 5.

On pourra trouver pluſieurs autres points de cet arc elliptique *a* Y *b*, ſi on veut le décrire exactement par la même pratique, par exemple les correſpondans aux points 1 & 2, en portant leurs retombées *b p*, *b* P ſur BA en Br, BR, & tirant par les points *r* & R, des verticales R *z*, *r* V, qui couperont les horiſontales *z* 2, V 1 aux points *z* & V, la courbe *a z* Y V *b* ſera la projection verticale de l'arc *b* G ſur l'ébraſement du piédroit, qui peut avoir ſon uſage pour l'aplication du Trait ſur la pierre.

Il nous reſte préſentement à tracer les panneaux de lit 1. 5, 2. 6 pour le premier qui fait un pli, on tirera par un point C, pris à volonté ſur *b d*, une perpendiculaire CM, qui coupera BD en O, & AE en M; on prendra O 1*f* égale à la feüillure BL, puis ayant mené par le point Y, une verticale YN, qui rencontrera la baſe du piédroit BA en N, on tirera l'horiſontale NY*f* indéfinie, qui coupera CM au point 9, ſur laquelle on portera la longueur de la partie *o* Y du joint 1. 5, ou o 5 en 9 Y*f*, & l'on tirera la ligne 1*f* Y*f*; enſuite portant toute la longueur du joint 5 o en M 5*f* ſur AE, on tirera la ligne Y*f* 5*f*, le contour *t* CO 1*f* Y*f* 5*f* E, ſera celui du panneau du premier lit o. 5, & de ſon égal 4. 8.

Les autres panneaux de lit qui ſe terminent à l'arc *a m e* ſont plus ſimples, ſupoſant la même baſe de profil pour le tableau, & la feüillure en CO 1*f*, on portera la longueur 2. 6, ſur ME en M 6*f*, puis on tirera la ligne inclinée 1*f* 6*f*; le contour *t* CO 1*f* 6*f* E, ſera celui du ſecond panneau de lit 2. 6, & de ſon égal de l'autre côté de la clef 3. 7.

Ces panneaux étant tracez, l'aplication du Trait ſur la pierre ſe fera de la même maniere qu'il a été dit page 285. pour celle de la même arriere-Vouſſure plus régulierement conique.


232.
234.
235.

COROLLAIRE III

Arriere-Vouſſure reglée & bombée.

De la conſtruction du *Paſſage ébraſé*, on tire encore celle *de l'arriere-Vouſſure reglée & bombée*, laquelle n'eſt autre choſe que le complément de la prolongation d'une des deux Voutes précédentes. Car ſi les piédroits ſont donnez paralleles entr'eux, l'arriere-Vouſſure reglée & bombée n'eſt autre choſe que la prolongation de la Voute de la figure 233. dont les cintres ſont d'inégale hauteur ſur leurs diametres, juſqu'à ce que la ligne du milieu de la clef FD rencontre le plan qui paſſe par les impoſtes *a b* H *b*.

Si les piédroits ſont ébraſez comme ceux de la figure 239. de la planche 64, qui concourent au-delà de *t* T, ce peut être encore le complément de prolongation de la figure 232. avec cette difference que l'on ne ſupoſeroit plus les hauteurs des cintres égales, mais diminuer depuis H juſqu'à rien à un diametre donné, par exemple BD (figure 239.)

La difference qu'il y a ordinairement dans le cintre de l'arriere-Vouſſure reglée, conſiſte en ce que au lieu d'une demie Ellipſe ce cintre n'eſt qu'un arc de cercle AHE, figure 239. ce qui ne fait que rendre la conſtruction plus facile. *Pl. 64. Fig. 239.*

Soit, (figure 239.) le trapeſe ABDE, le plan horiſontal de la Baye qu'on veut vouter pour ſoutenir le mur, derriere celle d'une Porte ou Fenêtre fermée au-dehors en plate-bande; & en dedans en demi Ellipſe ſurbaiſſée, ou ſeulement en arc de cercle de 30 ou moins de degrez. On tirera par le milieu *m* de la plate-bande BD, une perpendiculaire indéfinie HC, ſur laquelle on prendra à volonté un point C, pour centre de l'arc de face intérieure AHE, plus près ou plus loin, ſuivant la hauteur qu'on ſe fixera, pour le milieu H, ſur l'horiſontale AE des impoſtes.

On diviſera enſuite l'arc tracé AHE, en autant de parties égales qu'on voudra de Vouſſoirs, par exemple ici en cinq, aux points 1, 2, 3, 4, par leſquels on tirera au centre C, les coupes des joins de tête 1 *e*, 2 *f*, 3 *g*, 4 *i*, leſquelles étant prolongées couperont la corde AE, aux points Q, R, &c.

Pour faire les projections des joins de lit ſuivant la maniere ordinaire, il n'y a qu'à mener par les poins des diviſions 1, 2, 3, 4, des paralleles à HC, qui couperont la ligne AE, aux points P, *p* &c. &

la ligne B D aux points 5, 6, 7, 8, les lignes P 5, *p* 6, *p* 7, *p* 8, ſe ront les projections des joins de lit.

Il ſeroit plus convenable pour la régularité de la diviſion, de la ſurface de la doële, de diviſer la ligne BD proportionnellement à la ligne AE, dont les points P, *p* &c. répondent à des arcs égaux entr'eux A 1, 1 2, 2 3 &c. en prolongeant AB, juſqu'à ce que la direction de ce piédroit concoure avec l'autre ED, en un point qui tomberoit ici hors de la planche, & que j'apellerai X, ſi l'on tire à ce point X, des lignes droites par les points P & *p*, on aura ſur BD les points *x*, *y*, où ſeront les diviſions des Vouſſoirs à la feüillure de la plate-bande, au lieu des points 5 6; ainſi la difference des largeurs AE, de face intérieure, & BD de la plate-bande ſera répanduë également ſur tous les Vouſſoirs, au lieu que ſuivant l'uſage ordinaire elle tombe toute ſur les deux premiers Vouſſoirs des impoſtes, AP 5 B, & ſon égal opoſé en ED 81.

Il faut préſentement faire un profil de tous ces joins de lit, pour avoir les Biveaux des angles qu'ils font avec la face & avec la plate-bande.

Fig. 240. On tracera dans une figure à part (240.) deux verticales *e p*, *d* 5, éloignées entr'elles de l'épaiſſeur du piédroit, ou plûtôt de la profondeur P 5, de la Voute priſe à la figure 239. que l'on traverſera par une horiſontale *p* 5 à la figure 240. qui repréſentera la naiſſance de Niveau; ou un plan paſſant par l'impoſte de l'arriere-Vouſſure, au deſſus de la feüillure de la plate-bande.

On portera ſur P *e* les hauteurs des retombées P 1, *p* 2, & MH de l'arc AHE en p^1, p^2, *p b* du profil, & on tirera par les points 1 & 2, & par le point 5 les lignes 1 5, 2 5, qui donneront l'inclinaiſon des arêtes des Vouſſoirs, & *b* 5 pour celle du milieu de la clef.

On peut trouver ces inclinaiſons & leur longueur ſur le plan horiſontal, ſans faire de profil à part, en portant les hauteurs des retombées P 1, *p* 2, en P *l*, *p n* ſur la ligne AE, ſi la direction de joins P 5, *p* 6, lui eſt perpendiculaire; mais ſi elle lui eſt oblique comme P *x*, *p y*, il faut que ces retombées ſoient perpendiculaires à la projection du joint, auquel elles répondent, les lignes *l* 5, *n* 6, ſeront les vraies longueurs des joins de lit, par le même moyen on aura *h m* pour le profil du milieu de la clef dans ſa juſte meſure; ce qui revient au même qu'à la figure 240. mais qui convient moins à la pratique, parce que l'on doit mêler le

moins que l'on peut les représentations de differente eſpece, crainte d'une confuſion de lignes, qui embaraſſe & occaſione des mépriſes.

Pour achever la préparation, il faut tirer une horiſontale par chaque diviſion de la face, par exemple 4 V & 1 *k*, qui couperont les aplombs des diviſions en V & *k*.

On tirera auſſi ſi l'on veut des lignes Q 5, R 6, qui donnent un élargiſſement à la projection de chaque Vouſſoir d'un triangle PQ 5, *p* R 6, dont on pourra faire uſage comme on va le dire ci-après.

Enfin on portera les longueurs des profils 5 *l* en 5 L ſur la projection 5 P prolongée, & 6 *n* en 6 N, de même pour tirer par les points L & N, les lignes L *u*, N *o*, la ſurface 5 L *u* 6 ſera le panneau de doële-plate du ſecond Vouſſoir, & 6 *n o* 7, celui de la clef.

Aplication du Trait ſur la Pierre.

Ayant dreſſé un parement pour y apliquer le panneau de la doële-plate, par exemple du premier Vouſſoir, on pourra s'y prendre de deux manieres. La premiere & la plus ſimple eſt de former le panneau ſur le trapeze AQ 5 B, dont le contour étant tracé ſur la pierre, on formera en retour d'équerre ſur le côté AQ, la tête du Vouſſoir, ſur laquelle on tracera par le moyen de la fauſſe équerre l'angle AQ *e*, comme l'on voit à la figure 241. *a q e*, puis portant ſur la ligne *q e*, la longueur Q 1 de la figure 239. en *q* 1, on tracera par le moyen d'un panneau ou d'une cerche l'arc *q* 1, égel à l'arc A 1 de la figure 239. *Fig.* 239. & 241.

Par les trois points donnez *e*, *q*, 5, on fera paſſer une ſurface plane, ſur laquelle on tirera une ligne droite du point 1 au point 5, & la pierre ſera tracée, faiſant abſtraction de la feüillure qui doit être formée en *b* 5, de la largeur & profondeur arbitraire 5 *f*.

Enfin on abattra la pierre à la regle, comme il été dit au commencement de ce Livre page 36. pour former la ſurface de la doële qui eſt de cette eſpece, que nous avons apellé Mixtilime.

Si la pierre ne porte pas immédiatement ſur le piédroit, & qu'elle ait un premier joint de couſſinet en *a* S, il ne ſera pas difficile d'en former, avec la regle le lit, comme le précedent par les trois points dondonnez *a ſb*. Si le Vouſſoir porte un Clavau de la plate-bande, on y ajoutera la partie VL 1 *t f*, tracée comme il a été dit en parlant des plates-bandes, page 64.

La ſeconde maniere eſt de ſe ſervir du panneau de la doële plate AP 5 B, ſans y ajouter le triangle PQ 5, alors il faut faire au long de P 5, un parement de retour d'équerre, ſur l'arête duquel avec la tête, on portera la hauteur de la retombée 1 P, puis ayant tracé ſur ce parement la ligne 1 5, on abattra la pierre pour former le lit de deſſus, avec un Biveau formé ſur l'angle obtus P 1 *e*, ce qui demande comme l'on voit deux operations au lieu d'une; mais qui épargne de la pierre.

Fig. 240. Le ſecond Vouſſoir ſe fera de même que le premier, avec cette difference que la tête ſe formera à angle obtus avec la doële, ſuivant le Biveau formé au profil ſur l'angle 5. 1 *e*, parce que la doële plate du premier étoit une ſupoſition de ſurface horiſontale, paſſant par l'impoſte exprimé au profil (figure 240.) par la ligne *p* 5; mais celle du ſecond Vouſſoir ſera inclinée comme la ligne 1. 5 du même profil; enfin par cette raiſon l'angle de la tête de la clef ſera encore plus obtus comme on le voit en *e* 2. 5, & ce Vouſſoir aura ſes côtez de joins de lit, dans le même plan, c'eſt-à-dire que le panneau de doële plate paſſera par les quatre angles de la clef, ce qui n'arrive point aux autres Vouſſoirs.

Ainsi le plus grand gauche qui ſe trouve à la doële, eſt au premier Vouſſoir exprimé par la hauteur de la retombée 1 P, au ſecond il diminuë comme l'on voit par la hauteur 3 V, qui eſt la difference des retombées 4. I & 3. O, & enfin à la clef il n'y a point de gauche à la doële plate, mais il en reſte toujours à la doële-creuſe, parce qu'elle eſt en ligne droite à la feüillure, & qu'elle ſe courbe vers la tête ſuivant l'arc 2 H 3.

Il faut remarquer que le gauche de la doële plate, ne s'évanoüit à la clef, que parce qu'on ſupoſe les joins du lit équidiſtans de ſon milieu, ce qui fait un aſſemblage de deux ſurfaces gauches, égales tournées en ſens contraire.

Il reſte à préſent à chercher les Courbes des ſections de cette arriere-Vouſſure, entre les faces de devant & de derriere, lorſque les Vouſſoirs ſont de pluſieurs pieces, parce que leurs têtes qui forment les joins de doële, ſont bien des ſections paralleles aux faces; mais non pas ſemblables entr'elles, en ce qu'elles s'aplatiſſent à meſure qu'elles aprochent de la feüillure.

Si le cintre de face intérieure AHE eſt un arc de cercle, par exemple de 30. dégrez, le cintre de la ſection faite par la ligne GF, priſe à volonté entre les deux faces, ſera un arc de cercle d'un nombre dé-

dégrez beaucoup moindre, c'eſt-à-dire d'un plus petit nombre de dégrez que AHE; il ne s'agit que d'en trouver la fleche *b u*.

On portera la longueur de la pierre deſtinée à faire un Vouſſoir au profil 240. de 5 en *g*, & l'on fera *g* F parallele à *e p*, qui coupera *b* 5 au point *x*, la ligne *x g* ſera la fleche qu'on cherche, laquelle étant portée à la figure 239. de *u* en *b*, donnera un troiſiéme point *b* du cintre en arc de cercle, qui doit paſſer par les trois points donnez G *b* F.

Corollaire.

Il ſuit de cette conſtruction, qu'à meſure que la ſection aprochera de la ligne droite BD, l'arc de cercle ſera toujours moins concave, c'eſt-à-dire d'un moindre nombre de dégrez, & ſon rayon beaucoup plus grand, & qu'enfin la ligne droite AB pourra être conſiderée comme un arc d'un cercle, dont le rayon eſt infini, & la fleche eſt infiniment petite, auquel cas cette arriere-Vouſſure peut être conſiderée comme une portion de ſurface de Cône, dont le ſommet n'eſt pas du côté BD, où l'arriere-Vouſſure ſe retrecit; mais au contraire à ſon opoſé en-de-là de AE, ou elle s'élargit, parce que les rayons des ſections paralleles diminuent; ainſi on peut mettre cette Voute au rang des coniques ſcalenes.

D'ou il ſuit que les impoſtes AB, DE, conſiderez dans la rigueur Mathématique, ne doivent pas être en ligne droite.

Si le cintre AHE n'eſt pas un arc de cercle, mais fort ſurbaiſſé en arc d'Ellipſe, il ſera facile d'en trouver pluſieurs points, en portant au devant de la ligne GF de la figure 239. les hauteurs Y *t*, Z *t*, que donnent les interſections de la ligne GF, avec les profils *l* 5, *n* 6, comme Y *t* en *t y*, Z *t* en *t z*, &c. & l'on tirera par les points GYZ *b* &c. la Courbe G *b* F, qui ſera l'arc elliptique que l'on cherche.

La figure 242. fait voir en Perſpective un ſecond Vouſſoir de la gauche 56 NL, renverſé pour montrer comment il doit être ébauché, où la partie diſtinguée par des hachures, exprime ce qu'il faut enlever de la pierre pour former la doële.

Je n'ai point parlé dans ce Trait de la plate-bande, qui fait le linteau de la Porte ou Fenêtre, où ſe fait l'arriere-Vouſſure, parce qu'elle en peut être détachée, ſoit qu'on la faſſe de clavaux ou d'une ſeule pierre, quoique l'arriere-Vouſſure ſoit de pluſieurs pierres, ſes Vouſſoirs ſe termineront à la feüillure, où ſe loge la fermeture de bois du chaſſis dormans ou de ventaux; ainſi on peut joindre ou ne pas joindre l'arriere-

Vouſſure à la plate-bande, ſans quil en réſulte aucune mauvaiſe conſtruction.

Il faut ſeulement remarquer que les coupes de l'arriere-Vouſſure doivent être conformes à celles de la plate-bande, lorſque l'on joint l'un à l'autre pour ne pas faire les lits gauche, & ſi on ne peut les faire de même inclinaiſon, il convient de faire une retraite à la feüillure, à laquelle les lits changeront d'inclinaiſon, pour être faits chacun en ſurface plane.

Il ſera aiſé d'aſſujettir les coupes de la plate-bande à celle de l'arriere-Vouſſure, en faiſant les unes paralleles aux autres; ainſi à la figure 241. ayant tracé l'arête *q e* à la tête de l'arriere-Vouſſure, pour avoir la coupe 5 *d* de la plate-bande, telle que le lit ne ſoit pas gauche, il faut dégauchir deux regles poſées ſur l'une & l'autre de ces coupes.

On ne propoſe pas de faire cette arriere-Vouſſure avec d'autres panneaux, que ceux de doële-plate & de tête, parce que ceux de lit deviennent inutiles, quoiqu'on puiſſe les faire, lorſque les lit ſont plans, il ne pourroit tout au plus ſervir qu'à une verification.

Explication Démonſtrative

Si l'on réleve par la penſée les triangles 5 LP, *6 n p* perpendiculairement au plan AD, les faiſant mouvoir autour des lignes 5 P, *6 p* comme au tour d'un axe, & de même le ſegment de cercle AHE, autour de ſa corde AE; il eſt viſible que le point *l* ſe joindra au point 1, & le point *n* au point 2, & par la même raiſon élevant le ſegement G*b*F, le point *y* ſe joindra au point Y & *t a z*, puiſque par la conſtruction les hauteurs P 1, *p l*; *t y*, *t* Y ſont égales, par conſéquent les lignes *l* 5, *n 6* repréſentent les joins de lit dans leurs juſtes meſures.

La même grandeur ſe trouve auſſi exprimée par le profil 240. où les lignes *p e*, *g* F, 5 *d* repréſentent les plans verticaux perpendiculaires à la direction de l'arriere-Vouſſure, exprimée au plan horiſontal par les lignes AE, GF, BD, dont les élevations ſont les arcs AHE, G*b*F, la troiſiéme BD reſtant ſans hauteur en ligne droite, & ce même profil conſideré dans ſa longueur, eſt équivalent à trois ſections des plans verticaux, paſſant par les projections des joints de lit 5 P, *6 p*, *m* M, & leurs égaux de l'autre côté; d'où il ſuit qu'on peut y prendre toutes les meſures des angles des têtes, & des longueurs des arêtes des joins de lit, s'ils ſont perpendiculaires à BD, ſuivant l'uſage ordinaire; mais non pas s'ils lui ſont inclinez comme *p x* & *p y*, alors il faut un profil pour chacun.

Coroi.

Corollaire IV.

Du Larmier reglé & bombé.

Lorsque la naiſſance de l'arriere-Vouſſure précédente eſt en deſcente comme pour un *Abajour*, cette Voute change de nom chez le P. Deran, qui l'apelle Larmier reglé ; ce n'eſt cependant qu'une très petite modification de la même figure, comme l'on voit au chifre 245. la ſeule difference qu'il y a dans la conſtruction, conſiſte en ce qu'au profil 240. au lieu de faire celui de la face exprimée par la ligne *e* P, perpendiculaire ſur la naiſſance P 5, il faut qu'il lui ſoit incliné, par exemple en RP, ſuivant le plus ou le moins de deſcente ; & alors ce profil mis dans ſa ſituation, eſt tel qu'on le voit à la figure 244. en RMB. *Fig.* 245. *Fig.* 244.

D'ou il ſuit que les Biveaux des joins de lit à la doële plate avec la face, qui étoient déja obtus au deſſus de la naiſſance, le deviennent encore plus.

On a tracé la moitié de l'élévation de cet *Abajour*, A *a* H *m*, à côté du profil RHBN*m*, pour montrer le raport des diviſions des Vouſſoirs 1, 2, avec les profils de leurs joins KB, LB, MB, ce que la figure montre aſſez clairement ſans y ajouter une plus longue explication.

Il faut ſeulement remarquer que ſi la naiſſance à l'impoſte eſt fort inclinée, elle forme en B un angle quelquefois ſi aigu, qu'on ne peut ſe diſpenſer de joindre à la plate-bande une partie de l'arriere-Vouſſure pour éviter l'angle trop aigu ; & quelquefois auſſi pour obvier à la pouſſée, qui pourroit faire ſortir le linteau hors de l'alignement du mur.

Corollaire V.

Du Bonnet de Prêtre.

Des deux précédentes conſtructions, on tire celle d'une ſorte de Voute peu uſitée, que j'apelle à cauſe de ſa figure *un Bonnet de Prêtre* ; telle eſt celle qu'on voit à la figure 243. laquelle peut être propre à racorder une ouverture de Fenêtre quarrée, par de hors avec une ronde par dedans, ou au contraire d'un rond extérieur avec un quarré intérieur ; ce qui peut auſſi convenir aux Vouſſures d'une chambre quarrée, au milieu de laquelle on veut faire un plafond rond, ou au contraire une chambre ronde où l'on voudroit faire une ouverture quarrée.

Il eſt clair qu'une telle Voute ſeroit un compoſé de quatre arriere-Vouſſures bombées & reglées, dont les cintres intérieurs comme AHE, (à la figure 239.) au lieu d'être d'unſixiéme, ſeroient d'un quart de cercle; ainſi la conſtruction n'offre aucune nouvelle difficulté; ce ſeroit faire quatre arriere-Vouſſures continuées au lieu d'une.

Je remarquerai ſeulement en paſſant pour égayer le diſcours, que cette figure de *Bonnet* extraordinaire, inventé depuis environ deux ſiecles à l'uſage des Prêtres, par un Bonnetier nommé Patroüillet, (ſelon Paſquier), donna occaſion à la plaiſanterie d'un Hiſtorien; qui dit que de ſon tems les Prêtres avoient trouvé la *Quadrature du Cercle.*

On peut varier cette figure de Vouſſure, pour la rendre plus agréable, en la faiſant à double courbure, comme nous le dirons ci-après

Deuxiéme Claſſe, des Voutes irrégulieres, dont les ſurfaces ſont à double Courbure.

Puisqu'il n'y a que la Sphère entre les corps réguliers primitifs, qui ſoit courbe en tout ſens, il ſemble qu'on peut lui comparer les ſurfaces irrégulieres, qui ont une double courbure, l'une longitudinale & l'autre tranſverſale; c'eſt-à-dire ſuivant la longueur de leur direction, & ſuivant leur largeur.

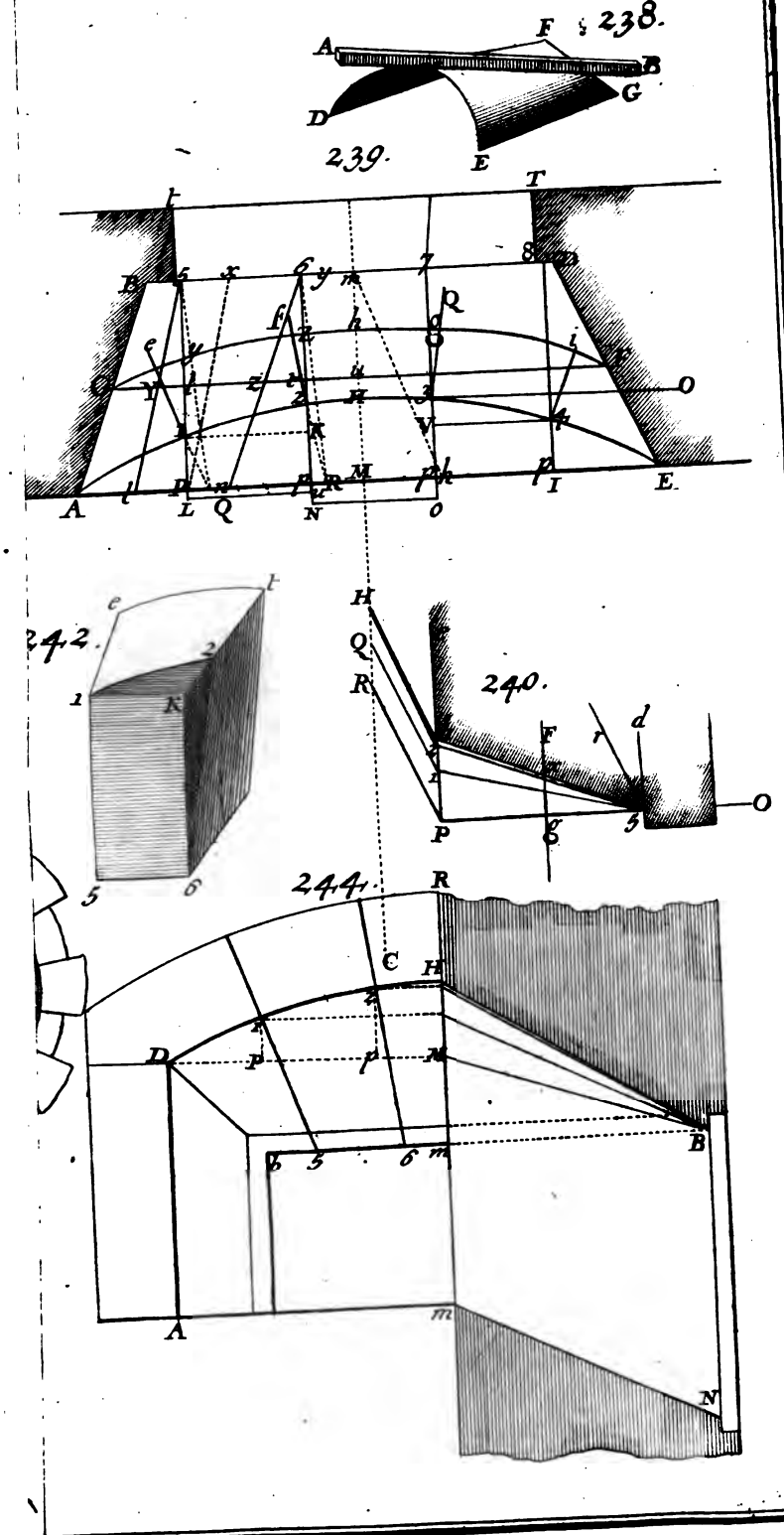
Pour donner quelque ordre à leur figure, on peut auſſi leur atribuer quelque conformité avec le Cône & le Cylindre; ainſi lorſqu'une Voute aura deux côtez droits convergens, & le reſte de la ſurface à double courbure; je l'apellerai *Conico-Sphérique*; telle eſt *la Trompe droite ſur les impoſtes & courbe ſous la clef.*

II. Lorsqu'une Voute aura un côté droit & trois côtez courbes, dont l'opoſé au droit ſera dans un plan à peu près parallele à ce droit; je l'apellerai *Sphérico-cylindrique*; telles ſont les Voutes ci-après, ſçavoir.

1°. *Le Berceau de Niveau Courbe aux impoſtes* & droit à la Clef.
2°. *Berceau ou demi Berceau rampant, droit ſur un impoſte & bombé vers la clef.*
3°. *La Trompe à Panache.*
4°. *L'arriere-Vouſſure de Montpellier.*

III. Lorsqu'une Voute aura trois côtez droits, & une ſurface à double courbure, je l'apellerai *Sphérico-Priſmatique*; telle eſt la ſeule *arriere-Vouſſure de St. Antoine.*

IV. Enfin lorſqu'une Voute ſimple ſera terminée par trois ou quatre


238.
A
F
B
D
G
E
239.
T
A
L
Q
N
O
I
E
240.
H
Q
R
P
F
d
O
242.
1
2
K
5
6
244.
R
C
H
D
B
A
m
N

courbes, ſans que la ſurface courbe qu'ils comprennent ſoit Sphérique; je l'apellerai Sphéroïdale; tels ſont 1o. les Pandantifs des Voutes d'arêtes Gotiques, 2o. les *Trompes à joins de lit cintrez en coquille*, & 3o. *l'Arriere-Vouſſure de Marſeille ordinaire.*

PROBLEME. XXIV.

Faire une Voute Conico-Sphérique.

Apellée en termes de l'Art,

Trompe droite ſur les impoſtes, & Courbe ſur la Clef. Pl. 65.

Soit (figure 246.) l'angle rentrant A ſ B qu'on veut vouter de maniere, que la pointe ſ ſoit en partie émouſſée autant qu'il eſt convenable, pour conſerver quelque beauté à la ſurface de la doële; ſur AB, comme diametre, ayant fait le demi cercle AHB pour cintre de face, qui eſt ici renverſé, & l'ayant diviſé en ſes Vouſſoirs aux points 1, 2, 3, 4, on tirera de ces points des perpendiculaires 1 P, 2 p^2 3 p_3, &c. à l'ordinaire; on tirera enſuite par les points P p au ſommet ſ, les lignes P ſ, p ſ leſquelles ne ſeront pas les projections des joins de lit, comme aux Trompes coniques; mais les cordes des Courbes de leur projection, qui ſeront les hyperboles auſſi bien que les joins qu'elles repréſentent, par le Theor. V, du premier Livre; & le I. du deuxiéme. Fig. 246.

Pour les décrire il faut obſerver.

1o. Que puiſque tous les joins de lit aboutiſſent à la circonference de la face AHB, les hyperboles auront toutes une amplitude égale au rayon CA.

2o. Que paſſant toutes au même ſommet ſ de l'angle, elles ont pour axe commun la ligne C ſ; ainſi elles ſeroient toutes égales, ſi elles avoient le même centre; mais puiſqu'elles doivent ſe reſſerrer vers les impoſtes, & s'ouvrir vers la Clef; il faut qu'elles ayent differens centres.

Pour trouver ces centres on tirera au milieu de la Clef la corde AH, qui coupera la ligne 1 P au point D, la longueur DP portée ſur CS, prolongée de ſ en C^1, donnera le centre de la premiere hyperbole en C^1, la même corde AH coupant auſſi la ligne 2 p au point d, donnera la longueur dp, laquelle étant portée ſur l'axe prolongé de

S en C^3, marquera le centre de la ſeconde hyperbole. Enfin ſi l'on vouloit tracer celle qui paſſe par le milieu de la clef, on porteroit la longueur du rayon CH ſur l'axe prolongé, comme les précédentes en S*b*.

PREMIEREMENT, par le Probleme 11. ou 12. du ſecond Livre, on peut décrire chacune de ces hyperboles, puiſqu'on à trois points donnez, ſçavoir le centre C^1 ou C^2, le ſommet *ſ*, & une ordonnée CA ou CB, c'eſt-à-dire un point à la circonference du demi cercle AHB; ainſi on pourra en trouver les aſymptotes, ou bien les foyers; mais pour ne pas renvoyer le Lecteur à ce Probleme, nous allons donner ici une maniere fort aiſée d'en trouver pluſieurs poins; par exemple pour l'hyperbole qui paſſe par le point 2 du ſecond joint de lit, laquelle a ſon centre en C^2; on tirera la ligne C^2 B, & autant de perpendiculaires à l'axe *ſ*C que l'on voudra avoir, de points de l'hyperbole, comme *io*, *ko*, *lo*, qui couperont C^2 B aux points *o*, *o* & *o*, l'impoſte *ſ*B aux points *ee*, & l'axe *ſ*C aux points *n*, *n*, *n*; puis ayant prolongé le côté AS juſqu'à la rencontre de C^2 B en *z*, on tirera au centre C la ligne ZC, qui coupera toutes les paralleles à AB, en deux également en *m*, d'où comme centre, & de l'intervale *mo* pour rayon; on décrira des arcs de cercles qui couperont *ſ*C en *x*, les lignes *nx* ordonnées chacune au diametre de ſon arc, étant portées en *ny*, ſur leurs diametres; donneront les points *y*, *y* à la circonference d'une hyperbole, par leſquels & par les points *ſ* & B, on tracera à la main la courbe du joint de lit *ſ*Y*y*B, que l'on cherche.

DE la même maniere on tracera les points de l'hyperbole *ſub*, qui eſt celle qui doit paſſer par le point 1 du joint de lit de l'hyperbole, & *ſ*VB, qui doit paſſer par le milieu de la clef.

IL reſte à préſent à tracer les projections P*l ſ*, & *pgſ* de ces joins de lit qui ſont auſſi des hyperboles; dont nous nous contenterons de chercher un point dans une des lignes perpendiculaires à C*ſ*.

Du centre C on tirera au point 1 & 2, les rayons C 1, C 2, & prenant par exemple ſur la ligne *ko*, la longueur *ny*, on la portera de C en G, ſur le rayon C 2 du point G, on menera une parallele à C*ſ*, qui coupera *ko* en *g*, où ſera un des points de l'hyperbole *pgqſ*, qui eſt la projection du joint de lit, paſſant par le point 2 à côté de la clef, c'eſt-à-dire de l'arête du lit de deſſus du ſecond Vouſſoir, & d'un des lits de la clef.

PAR la même maniere on trouvera le point *ſ* de la projection de

l'hyperbole, qui paſſe par le point 1, en portant πy, c'eſt-à-dire le point pris de y, où l'hyperbole S u B coupe la ligne $i o$, ſur le rayon C 1 en C I, la parallele à eS menée par I, coupera $o m i$ au point f, qui ſera un de ceux de l'hyperbole P ff, laquelle eſt la projection de l'arête du lit de deſſus du premier Vouſſoir, & de celui de deſſous du ſecond.

Il faut préſentement tracer le panneau de doële plate, lequel ne peut toucher les quatre angles de la ſurface du Vouſſoir, auquel il eſt deſtiné, parce qu'elle eſt intrinſéquement gauche. Il en touchera ſeulement trois, dont il déſignera les ſommets, & ſervira à trouver celui du quatriéme, & l'inclinaiſon des coupes pour former les lits, ſur leſquels on doit tracer les Courbes des arêtes hyperboliques de leurs joins à la doële.

On peut auſſi faire cette doële plate, de maniere qu'elle ne touche que deux angles de la doële du Vouſſoir, qu'on ſe propoſe de faire, & cependant qu'elle ſerve à trouver la poſition des deux autres, comme nous allons le montrer dans la conſtruction ſuivante.

Ayant déterminé la poſition de la tête du Trompillon, ſuivant la grandeur de la pierre qu'on y doit employer, par exemple en TR, (figure 246.) on portera la longueur de ſon côté ST, ſur le rayon C 1 en C t, & l'on tirera $t r$ parallele à la corde 1 2, & terminée aux deux rayons C 1, C 2, ſupoſant par exemple qu'il s'agiſſe de la formation du ſecond Vouſſoir; cette préparation étant faite, on tracera à part (figure 248.) deux lignes $a b$, m M, qui ſe coupent à angle droit, & du point m de leur interſection, on portera ſur $a b$, de part & d'autre, les moitiez M 1, M 2 de la corde 1 2 de la figure 246. & les deux moitiez de ſa parallele $t r$ en $m t$, $m r$ de la figure 248. *Fig.* 248.

Par les points a & b on menera les lignes a 1, b 2 paralleles à celle du milieu mM, & ayant ouvert le compas de l'intervale TA, des points t & r pour centres, de la figure 248. on fera des arcs 1 d, 2 d qui couperont ces paralleles aux points 1 & 2, par où on tirera la ligne 1 2, le trapeze r 2 1 t ſera le panneau que l'on cherche; lequel ſera celui de la doële plate d'une Trompe droite circulaire, inſcrite à la Trompe en conoïde dont il s'agit, par le moyen de laquelle doële plate on parviendra à la formation des lits, ſur leſquels on doit tracer les arêtes hyperboliques de leurs joins à la doële, comme nous le dirons ci-après en parlant de l'aplication du Trait ſur la pierre.

Secondement, on peut faire ce panneau de doële comme nous l'avons

dit en premier lieu, de maniere qu'il touche trois angles de la doële du Vouſſoir; mais alors il faut s'y préparer en décrivant la Courbe de la ſection plane tranſverſale, qui eſt le cintre de la tête du Trompillon.

On décrira avec la longueur TN, pour rayon (figure 246.) un demi cercle T *b* R (figure 247.) qu'on diviſera en autant de parties égales que le cintre primitif AHB, par exemple ici en cinq aux poins 1, 2, 3, 4, par leſquels on tirera du centre *n* des rayons *n* 1, *n* 2 &c. prolongez indéfiniment, & une ligne aplomb au milieu *b n*, ſur laquelle on portera la longueur N *z*⁶ de la figure 246. qui eſt l'intervale de l'axe pris à la face du Trompillon, juſques à ſa rencontre avec l'hyperbole du milieu SV *z*⁶B. Fig. 247.

On prendra auſſi l'intervale NY du même point N, à l'hyperbole SYB, qu'on portera ſur les rayons de la figure 247. en *n* Y & *n y*, pour avoir les points Y *y*; & enfin l'intervale NX du même point N, à la troiſiéme hyperbole, faite pour le premier lit en *ſ n* XB, qu'on portera ſur les rayons N 1, *n* 4, en *n* X & *n x*, & par les poins TXYZ *y x* R on tracera la Courbe qui ſera la ſection plane tranſverſale de la Trompe par la ligne TR de la figure 246. laquelle eſt le cintre de face du Trompillon.

Suposant préſentement qu'on ſe propoſe de faire un ſecond Vouſſoir comme 3·4, on tirera à la corde 3·4, & par le point du cintre le plus bas *x*; on lui menera une parallele *x u*, compriſe entre les deux rayons *n y*, *n x*; & l'on tirera les coupes *n* 7, *x* 8 du centre *n*, comme aux Trompes ordinaires.

Aplication du Trait ſur la Pierre.

Ayant dreſſé un parement pour y apliquer le panneau de doële plate, & en tracer le contour, on formera des lits avec les Biveaux de lit & de doële, de la même maniere que ſi l'on faiſoit un Vouſſoir de Trompe Droite, ou bien avec le Biveau de doële plate & de tête, comme il a été dit à la page 210. puis on levera un panneau de joint de lit RYB ſur la Courbe YB, qu'on apliquera ſur le lit de deſſus, enſorte que la ligne RB ſoit ſur l'arrête de lit, & de doële conique; on en uſera de même pour le lit de deſſous, pour lequel on levera un panneau ſur R *x* B & ſur la tête du côté du Trompillon; on apliquera le panneau 3 *y x* 4 de la figure 247. & l'on aura les traces des quatre arêtes du Vouſſoir, par le moyen deſquelles on creuſera la doële à vûë d'œil, parce que la regle ne peut y ſervir nulle part.

Il ſuffira de s'aider de quelque cerche formée entre la tête de face, & à la tête du Trompillon, par le moyen d'un cintre pris, par exemple en *ke* & tracée de la même maniere, qu'on a tracé celui de la tête du Trompillon TXR de la figure 247.

Il eſt aiſé de voir que ſi la doële plate a été faite par la ſeconde conſtruction, de maniere à toucher trois des angles de la doële creuſe, il faudra former les lits avec le biveau de lit & de doële conique, parce que la ligne *xu* étant parallele à la corde 4·3, l'angle 8 *x u* eſt égal à l'angle 8·4·3; mais alors au lieu du panneau de lit en triangle R *x* B, il faut ſeulement un ſegment d'hyperbole *x* B, dont la corde *x* B ſera apliquée ſur l'arête de la doële plate, & au lieu du triangle mixte R Y B, pour le lit de deſſus, il en faut un plus petit *x* Y B, parce que *x* Y répond à 4*x* de la figure 247.

Explication Démonſtrative.

Premierement on remarque en fait de beauté de figure, que tous les angles qui ſe font à la jonction des ſurfaces planes avec des courbes, ſont un peu déſagréables à la vûë; c'eſt pourquoi on tache d'effacer ces angles en faiſant la jonction des ſurfaces, qui ſe rencontrent à la ligne d'atouchement de la courbe avec la plane; or dans les Voutes coniques on ne peut effacer l'angle rentrant horiſontal ASB, formé par les plans des piédroits convergens; mais on peut effacer l'angle vertical de la ligne d'interſection des piédroits, avec le côté incliné du Cône, paſſant par la clef en courbant ce côté, de maniere que cette ligne verticale devienne ſa tangente; on en peut faire autant à chaque joint de lit, ſupoſé dans un plan incliné paſſant par un joint de tête; faiſant enſorte que l'interſection du plan du lit & du vertical paſſant par l'interſection des piédroits, ſoit la tangente de la courbe ſubſtituée au côté du Cône, lequel côté devient la corde de cette courbe, par ce moyen on émouſſe la ſurface pointuë du Cône.

On peut pour cette fin ſe ſervir de pluſieurs Courbes. Le P. Deran, comme nous le dirons ci-après, a voulu ſe ſervir du cercle; mais il n'a pas examiné qu'il ne le pouvoit que pour le milieu de la clef, ſans faire une ſurface difforme.

On pourroit ſe ſervir de l'Ellipſe, faiſant toujours enſorte que la naiſſance en S fut à l'extremité d'un des axes.

Mais comme l'hyperbole eſt la courbe qui aproche le plus de l'angle recti-

ligne, qui eſt la ſection du Cône par ſon axe, où doit être la rencontre de tous les joins de lit, cette Courbe eſt celle qui convient le mieux pour former l'arondiſſement du fond de la Trompe, & en émouſſer la pointe.

SECONDEMENT parce que les hyperboles doivent s'ouvrir & s'arondir, à commencer depuis l'angle des impoſtes A ſB, qu'on peut conſiderer comme la premiere hyperbole infiniment peu arondie, & que la plus arondie eſt celle qui doit paſſer par le milieu de la clef, puiſqu'elle eſt la plus éloignée de cette premiere, on prend la diſtance des centres de toutes les hyperboles poſſibles entre la premiere & la derniere, ſuivant une progreſſion exprimée par les lignes paralleles à CH, dans le triangle AHC, telles ſont DP & *dp*, &c. provenant des diviſions de la baſe 1, 2, 3, 4; or comme les centres des hyperboles repréſentent les ſommets de Cône dont elles ſont des ſections, on a trouvé les ordonnées de ces hyperboles, par le moyen des côtez C1B, C2B, des Cônes differens que donnent les poſitions de ces centres; ainſi ces Courbes des joins de lit ſont bien trouvées, *ce qu'il falloit faire.*

Autre façon de Trompe Conico-Sphérique, à joins cintrez en Coquille.

LE P. Deran à la ſuite du Trait de la Trompe ſur le coin, dont nous avons parlé ci-devant page 349. donne une maniere de changer la doële conique en une ſurface irréguliere, qu'il apelle en *Niche*, en traçant ſur les plans des lits des quarts de cercles dont les côtez du Cône, c'eſt-à-dire les arêtes des joins de lit étoient les cordes.

Fig. 249. SOIT, par exemple (figure 249.) le quarré ASBN, la projection horiſontale de la Trompe, les lignes SQ, S*q* celles de ſes joins de lit; on menera par les poins Q & *q* des perpendiculaires à l'axe SN, qui le couperont aux points *f* & *e*, ſi de ces points pour centres & pour rayons *f*S, *e*S, on décrit les quarts de cercles F*k*S, E*i*S, D*b*S, on aura les joins de lit de la doële en niche, & la quart de cercle D*b*S ſera la cerche du milieu de la clef.

LE Pere Dechalles dans ſon Traité *de Lapidum ſectione*, a voulu en changer le Trait, comme il ſuit:

AYANT décrit le quart de cercle D*b*S, ainſi que le P. Deran, il fait avec le même rayon DN ou NS, des arcs de cercles E*o*S, F*n*S, A*n*S ſur les cordes qui étoient données pour joins de lit de la doële conique ES, FS, AS, & des centres *x*, *y*, *z* trouvez par des interſections faites

avec

avec ND pour rayon, & des points S, A, F, E pour centre; mais ce changement fait une figure encore plus irréguliere que celle du P. Deran, qui l'étoit déja beaucoup; pour en juger, il faut tracer la tête du Trompillon, que ni l'un ni l'autre n'ont décrit.

Ayant pris un point G à volonté ſur l'axe SN, on lui tirera la perpendiculaire indéfinie *t* G*b*, qui coupera les arcs des joins de lits aux points *b*, *i*, *k*, *l*, ſuivant le Trait du P. Deran, & ceux du Trait du P. Dechalles aux points *b*, *o*, *n*, *m*.

Presentement ayant pris une ligne LL (figure 250.) pour baſe du Trompillon, du milieu *g* pour centre, & pour rayon G*l* de la figure 249. on décrira un demi cercle L U L, qu'on diviſera en même nombre de Vouſſoirs, que le cintre primitif ANB aux points 1, 2, 3, 4, par leſquels on tirera du centre *g* des rayons *g* 1, *g* 2, &c. prolongez, ſur leſquels on portera les longueurs correſpondantes de la ſection G*b*, de la figure 249. ſçavoir G*b* en *g*H de la figure 250. G*i* en *g*I à la même, G*k* en *g*K & G*l* en *g*L, & par les points LKIH raportez de l'autre côté en *i*K, on tracera à la main la Courbe LHL, qui eſt l'élevation de la tête du Trompillon du P. Deran. *Fig.* 250.

Par la même pratique on trouvera la Courbe M 2 H 3 *m* pour la tête du Trompillon du Trait du P. Dechalles.

Il eſt viſible à l'inſpection de cette figure 250. que la ſurface de la doële d'une telle niche doit être deſagréable à la vûë, en ce qu'elle fait un pli à la clef H comme les Voutes Gotiques, lequel eſt moins choquant dans le Trait du P. Deran, que dans celui du P. Dechalles, qui fait un angle curviligne fort aigu 2 H 3.

Il ſuit de ces conſtructions, qu'en faiſant les impoſtes concaves horiſontalement, on ſort de l'hypoteſe, qui veut que les piédroits AS, SB ſoient en ligne droite comme à toutes les Trompes coniques, de ſorte qu'en les faiſant creux en quart de cercle comme le P. Deran, on change leur angle rectiligne en une demie Tour creuſe, qu'il ſeroit plus beau & plus facile de vouter en niche Sphérique ou Sphéroïde, que de cette maniere irréguliere.

Que ſi l'on fait les impoſtes d'un arc moindre que le quart de cercle comme le P. Dechalles, les deux portions de Tour creuſe, qui ſe formeront une à chaque piédroit, feront à leur jonction un angle curviligne deſagréable à la vûë.

Enfin ſi l'on vouloit conſerver les impoſtes droites, & commen-

cer ſeulement au deſſus à creuſer la Voute, pour aller chercher le premier joint de lit courbe du couſſinet, il s'y formeroit un creux en forme de ſac, comme en TKI, ſuivant le Trait du P. Deran, qui ſeroit fort vilain, & un moindre TN 2, ſuivant le P. Dechalles, lequel ſac ſeroit d'autant difforme que le premier lit *g* K, ſeroit abaiſſé près de l'impoſte *g* L.

Il eſt vrai que ce ſac diminueroit peu à peu en s'aprochant de la face AB d'un côté, & du ſommet S au fond de la Trompe, de l'autre côté où il ſe réduiroit à rien; ainſi le ſac MKI, qui répond à la ſection X *c* M *x* de la figure 249. eſt moindre que TKI, qui répond à GT.

D'ou l'on doit conclure, que cette eſpece de Trompe eſt une idée mal concertée, qu'on ne peut mettre en pratique ſans vouloir faire une choſe difforme de propos déliberé; laquelle eſt non ſeulement moins réguliere & moins belle que la Trompe conique ſur le coin, & que la Sphérique; mais auſſi moins ſolide; par conſéquent dont on ne peut tirer aucun avantage.

PROBLEME XXV.

Faire une Voute Cylindrico-Sphéroïde.

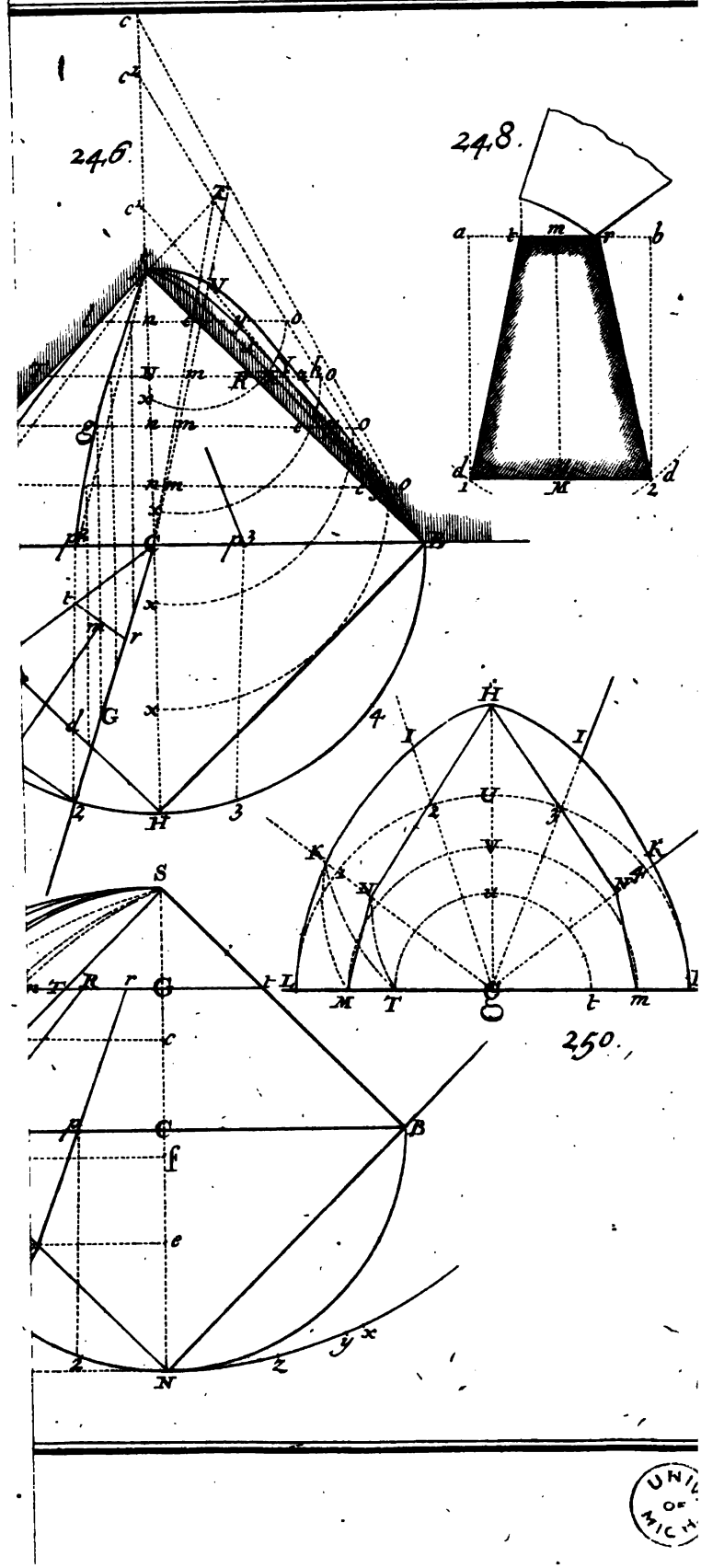
En termes de l'Art,

Faire une eſpece de Berceau, dont la Clef & les Impoſtes ſont de differente nature, ſçavoir, l'un droit, l'autre courbe.

On a vû par le Trait précédent, qu'on peut faire une Voute dont les impoſtes ſont droites & convergentes; mais dont toutes les autres lignes de joins ou de pareilles tracées ſur la doële tendantes au point de concours des impoſtes, ſe courbent d'autant plus qu'elles s'élevent, de ſorte que celle du milieu de la clef eſt la plus concave.

D'ou il ſuit qu'on peut encore faire la même choſe, lorſque les impoſtes ne concourent qu'à une diſtance infinie, c'eſt-à-dire lorſqu'elles ſont paralleles entr'elles.

On peut encore donner à cette figure de doële une autre modification, en faiſant faire un quart de révolution au corps cylindroïde, dont il s'agit, autour de ſon axe, alors les lignes droites des impoſtes ſe placeront où étoit la clef, ſans qu'il arrive d'autre changement à la



UNIV. OF MICH.

Voute, que celui de la ſituation de ſes parties, conſiderées à l'égard de l'horiſon; à laquelle ſituation ayant égard, je diſtinguerai ces ſortes de Voutes en deux eſpeces, l'une où la clef eſt droite & les impoſtes courbes, l'autre où l'impoſte eſt droite & la clef courbe.

PREMIER CAS.

Berceau irrégulier, dont les impoſtes ſont courbes & la Clef droite.

Soit, (figure 251) le quadriligne mixte ABKI, la projection horiſontale d'une Voute, dont les côtez AB, IK ſont droits, & AI, BK courbes concaves, lequel étant diviſé par les lignes de milieu CX, FG, eſt uniforme dans chacun de ſes quarts ACMF, BCMG, &c. Pl. 66. Fig. 251.

Sur AB pris pour diametre du cintre primitif, ayant décrit le demi cercle AHB, on portera les diſtances de la ligne du milieu, MF, MG en C*f*, C*g*, de part & d'autre du point C, & de même les longueurs *m* D, *m* E en C*d*, C*e*, ſupoſant DE parallele à AB, & éloignée à volonté, par exemple à moitié de CM.

Sur la ligne *f g* priſe pour grand axe d'une Ellipſe, & CH pour moitié du petit, on décrira la demie Ellipſe *f* H*g*, qui eſt le plus grand de tous les cintres, de même ſur *d e* pour grand axe, & le double du même CH pour le petit, on décrira la demie Ellipſe *d* H *e* entre ces ceintres, on en pourra tracer de même autant qu'on le jugera à propos, pour la commodité & l'exactitude de la conſtruction.

On diviſera enſuite chacun de ces cintres en un même nombre de parties égales entr'elles, pour former autant de Vouſſoirs qu'on voudra, par exemple ici en cinq aux points A, 1, 2, 3, 4, B pour le circulaire *f*, 1°, 2°, V, *o*, *g*, pour le grand ſurbaiſſé *d*, 1*e*, 2*e*, *u*, *ne* pour le moyen ſurbaiſſé, & par ces points on tracera les courbes 4 *n o*, 3 *u* V qui ſeront les projections verticales, en profil de chacun des joins de lit d'un côté, & leurs égales 1, 1*e*, 2, 2*e*, de l'autre, leſquelles ſont d'autant plus courbes qu'elles aprochent de l'impoſte B*g*, & d'autant plus droites que les lits aprochent de la clef H, dont le milieu eſt parfaitement droit; ces courbes ſervent pour la formation des têtes des Vouſſoirs, par la voye de l'équarriſſement.

Il faut préſentement tracer celles des joins des mêmes lits à la doële.

Sur le diametre AB prolongé, on portera la profondeur de la Vou-

te exprimée par CX avec ſes diviſions MN en *a i*, & par les points *a*, *n*, *m*, *n*, *i*, on lui élevera des perpendiculaires indéfinies *a h*, *n h*, *m h*, *n h*, *i h*; puis par les points des courbes de tête dont nous venons de parler 4, *n*, *o*, 3, *u*, V, & le ſommet H, on menera des horiſontales paralleles à AB, qui couperont les verticales *a h*, &c. en des points qui ſeront au contour des courbes que l'on cherche, leſquelles ſeront repetées de part & d'autre également en ſens contraire, depuis la ligne du milieu *m h*; ainſi l'horiſontal paſſant par le point 4, donnera les points d'interſection 1^f, 4^f; le point *n*, donnera les points N & N, & le point *o*, celui du milieu O, la courbe 1^f NON 4^f, ſera celle du premier lit à la doële.

Par la même pratique les points 3, *u*, V, du prifil de tête donneront la courbe 2^f UVU 3^f pour le ſecond joint de lit à la doële.

De ce que les projections verticales des lits à la tête & à la doële ſont courbes, il ſuit que les projections horiſontales des joins à la doële le ſeront auſſi; c'eſt pourquoi il faut les chercher à peu près comme celles de la coupe, par le moyen des points du profil de tête, d'où l'on abaiſſera des perpendiculaires ſur AB, qu'on prolongera juſqu'à la rencontre de ſes paralleles DE, FG, T *t*, IK. Ainſi la verticale menée par le point 1, donnera les points P & R, celle qui ſera abaiſſé du point 1e, donnera les points *x* & *x*, à la rencontre des lignes DE, T *t*, & celle qui ſera tirée par le point 1e, donnera ſur la ligne du milieu FG le point Q, la courbe P *x* Q *x* R ſera la projection horiſontale du premier joint de lit. Celle du ſecond *p q r* ſe trouvera de même, laquelle comme l'on voit eſt beaucoup moins courbe que la précédente, parce qu'elle aproche de cette projection du milieu de la clef CX, qui eſt parfaitement droite au plan horiſontal comme au vertical en *b b b*.

Puisque toutes les projections des joins de lit ſont courbes, il ſuit que les arêtes des joins en œuvre ſont des Courbes à double courbure, qu'on ne peut faire par la voye du ſimple équarriſſement, par des préparations des ſurfaces planes, mais par une préparation de ſurface cylindrique, & par panneaux flexibles, comme il a été dit au troiſiéme Livre page 311.

Aplication du Trait ſur la Pierre.

Soit, par exemple, propoſé à faire le premier Vouſſoir, dont la projection horiſontale eſt le quadriligne mixte APQF. Ayant dreſſé un parement pour ſervir de lit de niveau, on y apliquera le panneau formé
Fig. 152. ſur l'épure AP *x* QFDA, dont on tracera le contour ſur ce lit, puis on

abattra la pierre à l'équerre ſuivant la courbe P x Q, formant ainſi un morceau de Tour creuſe, dans laquelle on élevera ſur les repaires P x Q, des perpendiculaires au lit de niveau paralleles entr'elles, ſur leſquelles on portera les hauteurs des retombées 1 P, 1' A ſur le milieu x & 1' t ſur le point Q, leſquelles hauteurs donneront des points, par leſquels on tracera avec une regle pliante l'arête du lit de deſſus.

On prendra enſuite le Biveau d'aplomb & de coupe P 1' 5, avec lequel on abattra la pierre, pour former le lit tenant une des branches aplomb, & l'autre d'équerre ſur l'arête, & par ce moyen on formera une ſurface convexe cylindrique, dont la projection eſt marquée au profil par la courbe 1, 1', 1', ou ſon égale 4 n o, de l'autre côté. On formera les têtes avec les Biveaux mixtes x QF & x PA, pour y tracer les arcs A 1 & f 1', ſuivant leſquels la courbe du lit de deſſous ADF, & l'arête trouvée du lit de deſſous, on abattra la pierre pour former la doële concave gauche, dans le milieu de laquelle on apliquera la cerche de l'arc d 1', ſur les apuis donnez en D au lit de deſſous & en x à celui de deſſus, & la pierre ſera faite.

USAGE.

Quoiqu'il paroiſſe du premier abord quelque choſe de bizarre dans la figure de cette Voute, je puis juger qu'elle réuſſit très bien en œuvre, par le modele que j'en ai fait faire pour vouter les bras renflez de la Croix Grecque, d'une Chapelle dont j'ai donné le deſſein à un Comte de l'Empire, qui le fait exécuter auprès de ſon Château de Bockenheim dans le Palatinat. Quoique j'évite les occaſions de me mêler d'Architecture, j'ai embraſſé celle-ci avec plaiſir, tant pour obliger un Seigneur très eſtimable par lui-même, qui m'honore de ſes bienveillances, que pour contribuer à l'œuvre pie du rétabliſſement d'une Chapelle anciennement célébre dans le voiſinage, & même bien avant en Allemagne, qui étoit tombée en mazure par les révolutions des Héreſies.

La Providence ayant rapellé ce Souverain au giron de l'Egliſe à la Religion de ſes Peres, il ſuit les tracées de ces Illuſtres Ancêtres, qui ne ſe ſont pas moins diſtinguez par leur pieté, que par les grandes actions qui leur ont donné un des premiers rangs dans l'Empire de tems immémorial. Nous avons à Landau une preuve de ce que j'avance, car c'eſt à Mrs. les Comtes de Linange, que le Chapitre & l'Egliſe Collegiale doivent leur Fondation depuis environ 470. ans.

Second Cas inverſe du précédent.

Berceau droit ſur les Impoſtes, & courbe ſous la Clef.

Si l'on faiſoit un Berceau complet, c'eſt-à-dire, qui s'étendit d'une impoſte à ſon opoſée; après avoir déterminé la ligne courbe du cintre, de chacune de ſes têtes à volonté ſuivant l'exigence de l'ouvrage, il faudroit déterminer de même à volonté ſuivant l'occurence la ligne courbe, qui détermine la concavité du milieu de la clef au deſſus du côté droit d'un Cylindre inſcrit dans ce Berceau irrégulier ſur même baſe. Enſuite diminuer cette courbure peu à peu en deſcendant juſqu'aux impoſtes où elle doit ſe redreſſer totalement, & ſe confondre avec les cotez du Cylindre inſcrit.

Comme cette figure de Voute n'eſt d'uſage en Architecture que pour les *Eſcaliers ſuſpendus & à Repos*, où elle n'eſt miſe en œuvre qu'à moitié, depuis une impoſte juſqu'à la clef, le reſte demeurant vuide, & qu'elle eſt auſſi plus ordinairement rampante que de niveau, nous choiſiſſons ce cas d'uſage pour l'exemple du Trait, qui conſiſte à:

Faire un demi Berceau Rampant droit à ſon Impoſte, & courbe ſous la Clef.

Fig. 253. Soit, (figure 253.) le parallelograme rectangle ABDR, la projection horiſontale du demi berceau, dont l'impoſte rampante eſt AM, terminée en M par la verticale BM, donnée pour hauteur de la rampe d'eſcalier, élevé ſur le point B, qui eſt de niveau aux point A, déterminée ſuivant le nombre & la hauteur des marches.

Ayant prolongé BA vers C, & déterminé la nature du cintre de face de montée en quart de cercle ou d'Ellipſe, ou ſeulement en arc moindre que le quart, on portera la largeur AR en AC, pour décrire du centre C, l'arc AH, par exemple en quart de cercle; on menera par A la verticale RAT, & par C & M les paralleles C*f*, & M *b*. Enſuite par le ſommet H, on tirera l'horiſontale H *b*, qui coupera AT en *b*, d'où on menera *b b'* parallele à AM, qui coupera la verticale BM prolongée en *b'*.

Ensuite on tracera la Courbe du bombement du ſommet *b f b'*, comme on le jugera à propos, je la ſupoſerai pour plus de facilité en arc de cercle, tiré du point D pour centre, afin que ſi cette Voute rachete par le haut un arc de cloître *b'* N, comme il arrive ordinairement, il ne ſe faſſe pas de jarret en *b'*.

Le cintre de face AH étant diviſé en ſes Vouſſoirs, par exemple en trois également aux points 1, 2, H, on menera par les points 1 & 2 des horiſontales, qui couperont la verticale AT aux points 1^a, 2^a, par leſquels on menera des paralleles à la rampe AM, qui donneront ſur M b^e, les points 1^n 2^n; ces lignes droites ſeront les cordes des arcs des joins de lit, dont la courbure doit diminuer inſenſiblement, à meſure qu'ils aprochent de l'impoſte AM, qui devient enfin en ligne droite.

Pour trouver les points de ces courbes, qui ſont les projections verticales des joins de lit, dont les arêtes doivent être en œuvre à double courbure, il faut diviſer la rampe AM en autant de parties égales qu'on voudra avoir de points de chacune de ces courbes, par exemple en quatre aux points E, F, G, par leſquels on élevera autant de verticales paralleles à TR, qui couperont l'arc donné pour la clef $b f b^e$, aux points e, f, g, & la projection horiſontale aux points b^r, l^r, m^r.

Par les points e, f, g, on menera des paralleles à la rampe AM, qui couperont la ligne AT aux points r, f, t, par leſquels on menera des horiſontales $r f^b$, $f e^c$, $t g^c$, dont les interſections avec la verticale C f aux points f^b, e^c, g^c, donneront les ſommets de chaque quart d'Ellipſe, qui doit être la ſection de chachun des plans paſſans verticalement par les points donnez E, F, G, & perpendiculairement à la direction de l'axe du berceau.

Ainsi les lignes C f^b, C e^c, C g^c étant doublées ſeront le grands axes de ces Elipſes, & CA la moitié du petit axe commun à toutes, de ſorte que par le Probl. VII. du deuxiéme Livre, on pourra décrire les quarts d'Ellipſes A f^b, A e^c, A g^c, qu'on diviſera chacun en même nombre de parties égales entr'elles, qu'on à diviſé le cintre primitif AH, & comme toutes les circonferences de ces quarts d'Ellipſes ſont inégales, leurs diviſions en Vouſſoirs de même nombre ſeront auſſi toutes inégales, comme on voit au profil par les points 2, 2^x, 2^y, 2^z; leſquels ſerviront à trouver la projection horiſontale des joins de lit, & ſi l'on veut auſſi leur projection inclinée ſur le plan de Rampe AM.

Pour trouver les points de leur projection horiſontale, il n'y a qu'à abaiſſer de ces mêmes points des perpendiculaires ſur AC, qu'elles couperont en des points p^z, z, y, x, où ſeront leurs retombées, leſquelles ſeront portées ſur les horiſontales correſpondantes, ſçavoir, A x provenant du point 2^x de l'arc A f^b, ſur la ligne F l^r du point L en x, la retombée A y provenant du point 2^y de l'arc A e^c en K y, & enfin A z provenant de 2^z de l'arc A g^c ſur G m^r de m en z, & par les points

$r^2\ y\ x\ z\ d^2$, on tracera la courbe qui ſera la projection horiſontale du ſecond joint de lit.

On tracera de la même maniere celle du premier lit $r^1\ l\ d^1$, qui ſervira à tracer les Vouſſoirs par l'équarriſſement ordinaire.

Presentement, ſi pour le menagement de la pierre, on veut tracer la projection de ces mêmes joins de lit ſur le plan de rampe, il faut operer differemment.

Par tous les points b, e, f, g, b' de la Courbe du renflement, & par tous les points trouvez des autres joins 2^a, x^2, 2^a; 1^a X 1^a, où ſont les interſections de ces courbes avec les verticales eE, fF, gG, on tirera des perpendiculaires ſur AM, leſquelles étant prolongées couperont le côté $r\ b^2$ aux points $b^1\ e\ f\ b\ b$, qui marqueront les ſommets des tous les cintres tranſverſaux, en projection ſur le plan incliné de la Rampe; & pour en trouver les autres points, on prendra les retombées des diviſions de chaque cintre Ax, Ap^2, &c. ou ce qui eſt la même choſe, les diſtances horiſontales V 2^a, u 2^7, &c. qu'on portera ſur les perpendiculaires à AM, qui correſpondent à ces diviſions, par exemple V2^a, qui eſt au cintre du milieu pour la ſeconde diviſion en o V^2, provenant du point x^2 de la ligne fF, & la diſtance horiſontale i 1^a ſur Xo, prolongée en OP, la courbe FPV$^2 f^1$, ſera la projection inclinée de l'arc elliptique, qui eſt la ſection tranſverſale par le milieu de la longueur du berceau, ainſi des autres, comme la figure le montre ſenſiblement; ce qui eſt ſi relatif aux Traits que nous avons donné ci-devant au Chapitre V. pour les Traits des *Deſcentes*, qu'il paroît inutile d'en détailler tous les autres exemples.

Ces courbes ſont néceſſaires pour tracer les têtes des Vouſſoirs, qui ſont aplombs; mais ſi l'on vouloit les faire couchées perpendiculairement à la rampe, ou bien faire des cerches pour creuſer la doële, propres à être poſées perpendiculairement à la ligne de rampe AM, il eſt clair que les courbes de ces cerches ſeroient repréſentées ſur le plan incliné, en projection par les lignes droites, de ſorte qu'il faut une opetion à part pour en décrire le Contour.

Soit, par exemple une de ces cerches qu'on veut faire, paſſant par le point g, pris à volonté.

On tirera par ce point une perpendiculaire $g\ a$ ſur AM, laquelle étant prolongée, coupera les courbes de projection $1^1\ 1^1\ 1^1$, & 2^1 V^x 2^1 en des points $o^1\ o^2$, & la Droite $b^1\ b^1$, au point b.

On portera à part (figure 254.) la ligne $a\ b$ avec ſes diviſions $o^1\ o^2$ en $a\ b^v$,

$a\,b^{\text{iv}}$, V^{1}, V^{2}, par leſquelles on élevera des perpendiculaires $V^{1}\,1^{\text{iv}}$, $V^{2}\,2^{\text{iv}}\,b^{\text{iv}}\,g^{\text{iv}}$, qu'on fera égales aux hauteurs des diviſions, priſes ſur la projection verticales dans les points d'interſections de la ligne $g\,a$, avec les courbes des projections verticales des joins de lit $1^{\text{iv}}\,2^{\text{iv}}$ g, de la figure 253. & par les points trouvez $1^{\text{iv}}\,2^{\text{iv}}\,g^{\text{iv}}$ de la figure 254. on tracera une courbe qui ſera celle de la cerche qu'on demande, ou d'une ſection de tête inclinée de Vouſſoir, pour ſervir de joint de doële tranſverſale.

J'ai donné pour exemple de ce Trait un cintre primitif en quart de cercle, d'où ſuivent des cintres ſecondaires en quart d'Ellipſe; mais comme cette Voute pouſſe au vuide à ſon ſommet entre ſes deux extrémitez, il convient ſouvent de faire le cintre primitif moindre que le quart de cercle, ou plûtôt parabolique; de cette derniere conſtruction, il ſuit que les cintres ſecondaires ſont auſſi tous paraboliques, dont les amplitudes ſe trouvent de même que les ſommets des quarts d'Ellipſes, & qu'on peut décrire par le Probl. X. du deuxiéme Livre.

Explication Démonſtrative

Lorsque les ſurfaces ſont des Voutes néceſſairement differentes des régulieres primitives, il convient de les en raprocher autant qu'il eſt poſſible, c'eſt pourquoi entre les courbes données, pour les deux cintres de face, de montée & de deſcente, nous avons déterminé une ſuite de quarts d'Ellipſes, terminez par le bas à l'impoſte donnée, & à la hauteur deſignée par les points de ſection, pris à volonté ſur la courbe du ſommet, qui eſt auſſi donnée, & parce que les joins de lit aparens doivent diviſer la doële en parties toujours proportionelles, pour que les intervales des Vouſſoirs s'élargiſſent, & ſe reſſerrent d'une maniere uniforme, nous avons diviſé les circonferences des ſections priſes à volonté, en un même nombre de parties aliquotes, leſquelles font toujours une ſuite qui s'écarte de la ligne droite, d'où il réſulte que les arêtes des lits à la doële ſont des courbes à double courbure, puiſque leurs trois projections, ſçavoir, la verticale de coupe en longueur, celle de profil en travers & celle du plan horiſontal, ſont chacune differemment courbes.

Or le Trait de pareilles arêtes ne peut être ébauché que par le moyen de la ſupoſition d'une ſurface creuſe cylindrique, formée ſur l'une des trois projections, comme nous l'avons expliqué au troiſiéme Livre à la page 311. & aux ſuivantes. Le reſte de cette Voute rampante eſt relatif aux deſcentes, dont nous avons parlé au long à la fin du cinquéme Chapitre.

Aplication du Trait ſur la Pierre.

Puisque cette Voute eſt à double courbure comme les Sphéroïdes, & que les arêtes des lits des Vouſſoirs ne ſont pas planes, c'eſt-à-dire dans un plan, il eſt clair qu'il faut commencer par former une furface concave cylindrique, comme nous l'avons expliqué au Chapitre VII. en parlant des Voutes Sphéroïdes, & recemment au dernier Trait; mais à cauſe que cette Voute rampe, on peut faire cette premiere ſurface cylindrique, ou ſur les courbes de la projection horiſontale comme $r^2 x d^2$, $r^1 l d^1$, ou ſur celles de la projection inclinée $2' V^2 2^s$, & $1' 1^s$.

Dans la premiere méthode il y a beaucoup de pierre à perdre, parce qu'après avoir operé comme au cas précédent, il faut enſuite retrancher les parties triangulaires, l'une par exemple AEK, pour un premier Vouſſoir au lit de deſſous, & l'autre 1^s Y 2^s au lit de deſſus.

Dans la ſeconde méthode il y a encore deux parties triangulaires à retrancher d'un Parallelepipede AY, mais un peu moindres qu'à la précédente dans le raport du triangle AEK à ſon opoſée YEO, auquel eſt égal celui de l'autre extrémité $a i$ A, ſi les joins de tête ſont aplomb, & il n'y aura que ce dernier, ſi l'on fait les têtes perpendiculaires à la rampe; ainſi l'on peut choiſir celle des deux méthodes, qui conviendra le mieux, ſuivant les circonſtances d'aplomb, ou d'équerre ſur la rampe.

Cette premiere diſpoſition d'ébauche étant faite, après avoir creuſé une doële de ſupoſition d'aplomb comme il a été dit au Trait précédent, on portera dans ce creux les hauteurs des retombées des bouts du Vouſſoir, & du milieu pour y tracer avec une regle pliante l'arête du lit ſuperieur, & avec le biveau d'aplomb & de coupe, on formera le lit de deſſus convexe, & le lit de deſſous du Vouſſoir ſuivant concave, comme il convient au complément du même biveau renverſé.

Le parement creux de ſupoſition verticale, & les lits étant faits, on tracera l'arête du lit de deſſous, en portant les retombées perpendiculairement aux arêtes de tête du parement creux, de la même maniere que nous l'avons expliqué pour la formation des Vouſſoirs de la Vis St. Giles, à laquelle cette Voute a quelque raport, avec cette difference que les têtes ne ſont pas en coupe comme à la Vis, mais paralleles entre elles, comme aux Voutes en berceau en deſcente.

Remarques ſur les Fautes de l'ancien Trait.

Les Auteurs de la coupe des Pierres, on fait quatre fautes dans le Trait de cette Voute.

La premiere conſiſte en ce qu'ils font un jarret en pli, à la naiſſance de leur cintre primitif ſur le piédroit, comme il eſt aiſé de le voir par leur conſtruction; ayant élevé CH perpendiculaire & égale à CA, ils prennent l'intervale HA pour rayon de ce cintre, dont ils cherchent le centre par l'interſection des arcs V 7 V 8, décris avec le même rayon des centres H & A; ainſi décrivant l'arc A 9 H du centre V, il eſt viſible que la verticale AR, qui eſt le profil du piédroit ne lui eſt pas tangente, puiſque le rayon VA lui eſt incliné en angle aigu VAR, par conſéquent cet arc fait un jarret en A, où eſt ſa naiſſance.

On voit par cette conſtruction, qu'au lieu d'un quart de cercle comme je l'ai fait par exemple en H 2 A, ils ne font qu'un arc de 60. dégrez; leur raiſon eſt ſans doute de deminuer la pouſſée du ſommet; qui pouſſe au vuide entre ſes deux extrémitez. J'admets cette raiſon, mais je ferai voir comment on peut concilier la régularité de la naiſſance ſans jarret, avec cette raiſon de ſolidité, par le moyen d'un cintre Parabolique, lorſqu'il ſera queſtion des Voutes compoſées par la jonction des Trompes, comme il arrive aux *Eſcaliers ſuſpendus*, & *à Repos*.

La ſeconde faute des Auteurs conſiſte, en ce qu'ils font les projections horiſontales des joins de lit en ligne droite, ce qui rend les diviſions des doëles des Vouſſoirs inégales entr'elles dans chaque ſection verticale, parce que les quarts d'Ellipſes ou autres courbes de ces ſections, n'étant pas paralleles à celle du cintre primitif HA, ſeront inégalement inclinées à une même verticale, par exemple 2^x P, d'où il ſuit que les diviſions ne ſeront point des parties aliquotes égales de chaque cintre; car, ſi l'on prend par exemple 2 *q*, pour une de ces verticales, qui repréſentent le plan, dont la ſection longitudinale parallele à l'axe, donne pour projection du joint de lit une ligne droite, il eſt clair que la portion f^x *q* eſt moindre que f^x 2^x, qui eſt le quart de l'arc elliptique f^x A; & par l'inverſe, ſi l'on prend cette varticale en 2^x P, il eſt viſible que l'arc HP ſera plus grand que le quart de l'arc de cercle HA: ainſi des autres joins.

La troiſiéme faute conſiſte, en ce qu'ils tracent mal les courbes des joins de lit, conſiderez dans leur élevation, comme 1^x X 1^n; 2^x x^2 2^n, relativement à la courbe du ſommet $b f b^x$, parce qu'ils partagent la diſtan-

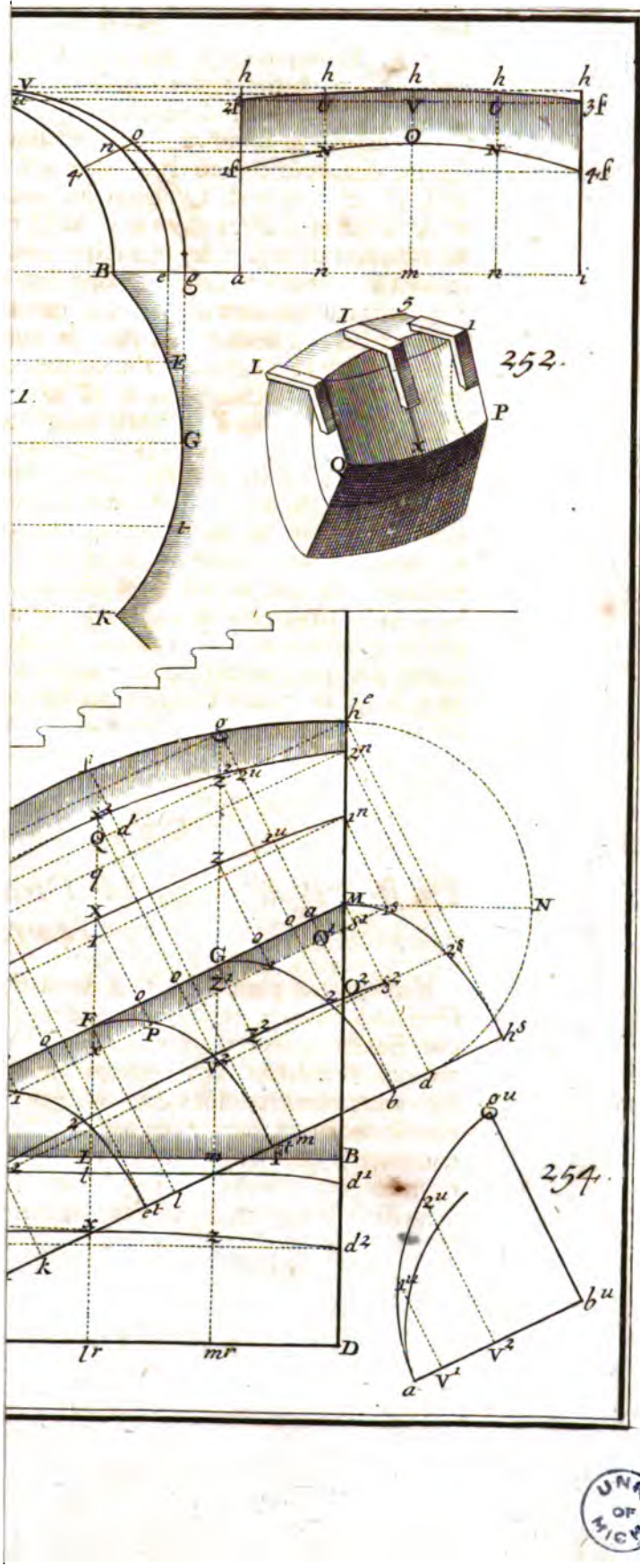
ce fQ, du ſommet f de cet arc donné à ſa corde bb, en un même nombre de parties égales, qu'il y a de rangs des Vouſſoirs, par exemple ici en trois pour déterminer la diſtance de chaque arc au deſſus de ſa corde, par le nombre de ces diviſions, dont elle doit être augmentée ou diminuée ; ainſi l'intervale 1X de la corde 1^a 1^a, à ſon arc 1^aX 1^a, eſt le tiers de Qf ſelon les Auteurs ; l'intervale qx^2 de la corde 2^a 2^a à ſon arc, & les deux tiers de Qf, ainſi du reſte ; ce qui leur donne occaſion de tracer des arcs circulaires par trois points donnés, dont ils font les joins de lit, & qui produit encore évidemment des diviſions des Vouſſoirs inégales entr'elles, parce que ces diſtances en aplomb ſont proportionelles aux fleches fd, &c. de ces arcs ; leſquelles fleches ne ſont point entr'elles en raiſon Arithmétique, ni dans le cercle, ni dans l'Ellipſe ; or il eſt viſible que ces diſtances dépendent de la difference des hauteurs des diviſions proportionelles des arcs f^2 2 A, & H 2 A.

La quatrième faute conſiſte dans la nature de ces courbes, qu'ils font circulaires, qui ne peuvent l'être ſuivant les diviſions des rangs de Vouſſoirs, ni ſuivant la nature du corps coupé, qui n'eſt certainement point du nombre des réguliers, dont les ſections par des plans paralleles entr'eux, en long ou en large ſont circulaires, par conſéquent forçant les joins à paſſer par des arcs de cercles ; ils ne peuvent le faire que par le moyen des inflexions de la ſurface de la doële, qui doivent y cauſer des irrégularitez, comparables à celles des ondes de l'eau agitée. Je conviens que ces ſinuoſitez ne ſeront pas fort ſenſibles, mais elles y ſeront réellement & ſans aucune néceſſité, puiſqu'on peut mieux faire avec autant de facilité qu'il s'en trouve dans l'exécution de l'ancien Trait.

COROLLAIRE.

Du Bonnet de Prêtre, de Direction concave d'une face à l'autre.

Nous avons parlé ci-devant de la figure, que produiroit dans ſon ébraſement une ouverture quarréé d'un côté, & ronde par l'autre comme une Fenêtre, ou un enfoncement de Voute, lorſque les lignes de direction, tirées du quarré intérieur au cercle extérieur ſont droites ; préſentement nous ſupoſons que ces lignes ſont courbes en quart d'Ellipſe, plus & moins alongez ; en ce cas il ſe formera une ſurface à double courbure, qui peut très bien convenir à racorder dans une chambre quarréé, par un renfoncement de Vouſſure, une bordure ronde, ou au contraire une ouverture, ou bordure quarrée ſur une Tour ronde.



UNIV. OF MICH.

Le Trait d'une telle Vouſſure ne ſeroit differend de la Voute, dont nous venons de parler, qu'en ce que ce ſeroit un compoſé de quatre parties de la même eſpece tournées differemment, enſorte que leur naiſſance & leurs ſommets ſoient dans des plans horiſontaux, l'un au deſſus de l'autre, au lieu qu'il étoient dans des plans verticaux paralleles entr'eux. Secondement que chacun de ces quarts ſoit renfermé entre des plans verticaux convergens, ſur leſquels on pourra prendre les cintres primitifs, dont les diagonales ſeront un des demi-axes, & la hautèur ſera l'autre toujours égal; ces Vouſſures ſont très propres à orner un plat-fond, par la varieté de tranſition des figures du rond au quarré, ou du rectangle à l'Ellipſe qui ſe trouvent ainſi racordez agréablement.

Deuxiéme Eſpece.

VOUTE SPHERICO-CYLINDRIQUE.

Apellée en termes de l'Art,

Trompe à Panache.

Lorsque deux Berceaux d'égale hauteur ſe croiſent perpendiculairement, il ſe forme à leur interſection deux arêtes elliptiques, qui n'ont pas tant de force que le reſte des Berceaux, parce qu'elles ſont fort ſurbaiſſées, ſi les cintres de ces berceaux ſont circulaires, & encore plus s'ils ſont déja ſurbaiſſez, pour fortifier cette croiſée, & pour lui donner plus de grace, on la voute en cul-de-four, comme on voit en pluſieurs Egliſes, dont le plan eſt en Croix, ce qui forme une *Voute Sphérique en pandantif ſur un quarré*, lorſque les diametres des berceaux ſont égaux.

Dans la plûpart de nos Egliſes modernes au lieu du cul-de-four, on a élevé ſur ce quarré une Tour ronde, qui porte en l'air à *faux* ſur quatre *Panaches*, dans laquelle on tire du jour par pluſieurs vitraux, au deſſus deſquels on voute la Tour en hémiſphère; cette eſpece d'édifice s'apelle en François un *Dome*, & en Italien *Cupola*, au lieu que *Dome* ſignifie la principale Egliſe d'une Ville.

Lorsque la Tour du Dome eſt de même diametre que les berceaux de la Nef, & ceux des bras de la Croix, les Panaches prennent leurs naiſſances, comme les Pandantifs de la Voute d'arête, qu'on y peut faire, chacun ſur un point, qui eſt l'angle ſaillant de la rencontre de deux piédroits des berceaux, avec cette difference, que le Panache tient lieu des deux Pandantifs de la Voute d'arête, qui feroient un angle ſaillant

Et parce que ce Panache eſt triangulaire, il s'apelle auſſi Pandantif; dans ce cas il peut être un triangle Sphérique, tel que nous l'avons dit en parlant de la Voute Sphérique ſur un Pandantif.

Mais parce qu'une telle naiſſance eſt trop petite pour la ſolidité de l'Edifice, les bons Architectes coupent l'angle des deux piédroits des berceaux par un *Pan*, qui diminue un peu l'imperfection du *Porte-à-faux*, ce qui augmente auſſi le diametre du Dome à l'égard de celui des berceaux.

On voit des exemples de differens raports de ces diametres de Tour, & de Berceaux dans les Edifices les plus conſiderables.

Aux Invalides à Paris, celui du berceau eſt à celui de la Tour, environ comme un eſt à deux, ce qui retranche du côté du quarré circonſcrit, à chaque angle, environ le quart du diametre du Dome.

A St. Pierre de Rome, environ un cinquéme. Au Val de Grace à Paris environ un ſixiéme, à la Sorbonne encore moins, & au Noviciat des Jeſuites les diametres des Berceaux, & du cul-de-four ſont preſque égaux.

Dans tous ces cas le Panache n'eſt pas comme le Pandantif un triangle Sphérique, mais une ſurface quadrilatere mixte irréguliere, d'autant moins creuſe que le *Pan* ou la naiſſance, qui eſt ſur une ligne droite eſt plus grande.

J'apelle cette ſurface *Sphérico-cylindrique*, parce qu'elle eſt à double courbure comme la Sphère, & qu'on peut faire paſſer un Cylindre par trois de ſes côtez, ſçavoir par ſon impoſte qui eſt droite, & ſes deux arcs de cercles verticaux; en voici le Trait, qu'aucun Auteur n'a donné.

Pl. 67. Fig. 255. Soit, (figure 255.) le quart de cercle CGD, la projection horiſontale du quart de la Tour, d'un Dome inſcrit dans un quarré SDCG, coupé par un pan AB, qui en retranche le triangle ASB, le quadriligne mixte ABDMG, ſera la projection horiſontale du Panache, qui doit racheter le quart de la Tour creuſe, ou d'une calotte Sphérique élevée ſur le cercle, dont l'arc horiſontal GMD eſt le quart, lequel eſt tout en Fig. 257. l'air comme il eſt repréſenté à la figure 257. au deſſous par les mêmes lettres G^c M^c D^c B^c A^c, où l'on voit qu'il n'y a que la ſeule impoſte A^cB^c, qui en eſt le plus petit côté, qui porte de fond ſur le ſolide.

Comme cette impoſte, & le Couronnement $G^cM^cD^c$, ſont chacun dans un plan horiſontal, il ſuit que les joins de lit doivent auſſi être tous

horiſontaux, du moins à la doële; mais les joins montans qui doivent être dans des plans verticaux, peuvent avoir deux differentes directions, l'une Sphérique qui peut tendre au centre C, comme (dans *l'Octans* MKD) les plans dont les projections ſont *m* MC, BLC, p^1 KC, p^2 IC, &c.

L'autre diſpoſition de joins montans, qui eſt la conique peut être ſuivant les directions des plans verticaux, qui concourent tous en S, où eſt le ſommet S de l'angle du quarré circonſcrit, comme ſont (dans l'Octans GNM) ceux dont la projection ſont les lignes GAS, O *o* S, N *n* S, M *m* S.

La premiere de ces diſpoſitions de joins montans, qui eſt la Sphérique, paroît la plus naturelle, & doit être ſuivie lorſque le Panache porte immédiatement une calotte de Voute Sphérique, parce qu'alors ils doivent tous tendre au Pole, dont le point C eſt la projection; mais c'eſt celle qui pouſſe le plus ſur les arcades des berceaux, parce que les parties p^1 K, p^2 I, pouſſent totalement au vuide en p^1 & p^2.

La ſeconde de ces diſpoſitions, qui eſt la conique, paroît la plus belle, en ce que les joints qui viennent toujours en s'élargiſſant juſqu'au couronnement, forment l'agréable figure de la queuë de Paon; elle eſt auſſi plus ſolide que la précédente, parce que, ſupoſant que l'on fit les joins montans en déliaiſon, chaque rang vertical de Vouſſoir porteroit ſur une baſe ſolide, & non pas une partie au vuide comme dans la diſpoſition précédente; mais elle ne convient qu'aux Panaches, qui portent une Tour, & non pas immédiatement une Voute Sphérique, parce que la direction des joins du Panache ne pourroit pas être continuée dans la Voute en calotte. Ainſi l'une & l'autre diſpoſition pouvant avoir ſon uſage; il convient de donner la conſtruction des deux.

Pour *la premiere diſpoſition*, on commencera par faire ſur le demi diametre d'un des berceaux BD, le cintre circulaire ou elliptique B 2 H, qu'on diviſera en ſes Vouſſoirs comme ici en ſept, qui donnent trois & demi juſqu'au milieu de la clef aux points 1, 2, 3, H, d'où ayant abaiſſé des perpendiculaires, on aura leurs projections ſur BD en p^1, p^2, p^3, par leſquels on tirera des lignes au centre C, qui couperont l'arc horiſontal MD, aux points L, K, I, &c.

On élevera enſuite B *d* parallele & égal à DH, & par le point H ſommet du cintre, on tirera H *d* parallele & égal à DB, ſur laquelle *d* H, on portera les longueurs BL en *d* L', B p^1 + p^1 K en *d* K', B p^2 + p^2 I en *d* I'; les points B, L'; 1, K'; 2, I', ſeront les extrémitez des arcs

de cercles des joins montans, qui paſſeront par les points donnez à chaque aſſiſe B, 1, 2, &c.

La corde d'un arc étant donnée, tout le monde ſçait la maniere de décrire cet arc, il n'y a qu'à la diviſer en deux également, lui tirer une perpendiculaire ſur le milieu, & prendre le centre à l'interſection de cette ligne avec le demi diametre BD prolongé ; ainſi on aura le centre de l'arc BL' en X, celui de 1 K' en Y, & celui de 2 I' en Z.

Par une ſemblable méthode, on trouvera les arcs des ſections verticales des joins montans de la ſeconde diſpoſition.

Par les points G, O, N, M, pris à volonté, ou ſi l'on veut, par parties égales ſur l'arc GM, on tirera au point S des lignes qui couperont la droite AB, aux points A, *o*, *n*, *m*; puis ayant pris à volonté un point *a* ſur DS prolongée, on y élevera une perpendiculaire *a* T égale à DH, & l'on tirera l'horiſontale TH, ſur laquelle on portera les longueurs *o* O en TO', *n* N en TN', *m* M en TM', & par les points M', N', O', on tirera des lignes droites au point *a*, qui ſeront les cordes des arcs que l'on cherche.

On peut diviſer toutes ces cordes en deux également tout d'un coup, en menant par le milieu *e* de la ligne T *a*, la ligne *e i* parallele à TH ; elle les coupera aux points *m*, *m'*, *m'*, par leſquels tirant une perpendiculaire à chaque corde prolongée, juſqu'à ce qu'elle rencontre la ligne BD prolongée, on aura pour centre de l'arc *a z* O', le point Z pris ſur *a* E, pour centre de l'arc *a y* N', le point *y* pris ſur la même *a* E, & le point *x* pris ſur la même pour l'arc *a* M'.

Presentement, il faut chercher les courbes horiſontales des joins de lit à chaque aſſiſe.

Ayant diviſé le cintre primitif B 2 H, en ſes Vouſſoirs aux points 1, 2, 3, H, on menera par chacun de ces points des paralleles V 3, *u* 2, *u* 1, à la ligne TH, chacune deſquelles coupera les trois arcs des profils des joins montans *a* M', *a* N', *a* O', aux points *x*, *y*, *z*.

On prendra les diſtances de ces points à la verticale T *a*, pour les porter ſur chaque projection des arcs, *o* O, *n* N, *m* M, depuis la ligne AB, par exemple V *x* du profil en *m x*, du plan horiſontal, V *y* en *m y* V *z* en *m z*, enſuite *u x* au deſſous en *n x*, du plan, *u y* en *n y*, *u z* en *n z*, ainſi du reſte, & par les points des projections des diviſions 1, 2, 3, ſur AG & ſur BD, & par les points trouvez, on tracera à la main les courbes

courbes $1_a\,x\,p^1$, $2^a\,y\,p^2$, $3^e\,z\,p^3$, qui ſeront les projections demandées des joins de lit à la doële.

On en uſera de même pour trouver pluſieurs points ſur les projections BC, p_1 C p_2 C, lorſque les joins montans ont été tracez ſuivant la premiere diſpoſition Sphérique, par exemple ſur BC, on portera les diſtances de l'arc BL', à la ligne verticale dB, ſçavoir $d^1\,l$ en B l, $d^2\,l$ en B l^2, $d\,l$ en B l^1 & dL' en BL.

A l'égard des diſtances des autres arcs, il en faudra retrancher les longueurs des retombées ; ainſi ſur p^1C, on prendra les diſtances des ſections, des arcs de profil à la ligne $b\,p^1$, & non pas à la ligne dB, ainſi des autres ; parce que chacune des projections des diviſions du cintre primitif, donne le premier point de la courbe horiſontale des joins de lit, de chaque aſſiſe ſur le rayon BD.

Pour les autres profils, qui du point C vont ſe terminer à la ligne AB, comme par exemple Cm, & tous ceux qu'on peut tirer entre m & B, les diſtances des ſections des profils, s'il y en avoit, ſe prendroient toujours depuis la ligne dB, qui repréſente en profil tout le plan, dont AB eſt la projection.

La maniere d'orner les piédroits de pilaſtres, les uns droits, les autres pliez dans les angles rentrans, eſt exprimée en plan horiſontal à la figure 260. & en élevation à la figure 257. comme on l'a exécuté à St. Pierre de Rome.

Il peut arriver que le Panache au lieu d'avoir pour baſe une ligne droite comme AB, à la figure 255. prenne naiſſance ſur un angle obtus comme $b\,Q\,a$, à la figure 256. alors ce Panache devient un vrai Pandantif Sphérique régulier, pour lequel il faut faire le Trait de la Voute Sphérique en Pandantif ſur un Octogone; tels doivent être ceux de l'Egliſe de St. Paul de Londres, repréſentez en Perſpective à la figure 258. *Fig.* 256.

Où il faut remarquer une irrégularité aſſez ſinguliere, c'eſt que le ſommet de l'angle du Pandantif $a\,Q\,b$, ne tombant pas au milieu du piédroit du pilier a-b, il doit reſter d'un côté de la ſurface Sphérique une portion de ſurface plane verticale triangulaire mixte, compriſe entre l'arc $q\,m$ du Pandantif, l'arc $b\,m$ de l'arcade du *Pan coupé*, & l'impoſte $q\,b$ droite, qui eſt plus longue que l'impoſte $q\,a$ de toute la largeur d'un pilaſtre, & l'intervale du pilaſtre plié au pilaſtre droit. *Fig.* 258. & 259. *Fig.* 259.

On demandera peut-être d'où eſt provenuë cette bizarrerie, je vais en dire la raiſon par une petite digreſſion, qui ne déplaira peut-être pas au Lecteur.

Le Chevalier Wren, Architecte de la fameuse Egliſe de St. Paul de Londres, a fait le Dome d'un diametre plus de moitié plus grand que celui de la Nef, dans le raport de 108 à 42, pour pouvoir prolonger les bas côtez au travers de la Tour du Dome, & pour ne pas trop reſſerer l'ouverture de la Nef, il a jetté les pilliers ſur les bas côtez; comme l'on voit à la figure 256.

L'irre'gularite' dont nous venons de parler, en occaſionne encore une autre dans les Bayes des arcades des pans coupez, en ce qu'elles deviennent plus étroites que celles des Nefs, par conſéquent pour faire toutes les clefs de niveau, il faut qu'elles ſoient ſurhauſſées, quoique les cintres de la nef & de la croiſée ſoient circulaires. Mais ces irrégularitez ſont balancées par des avantages qu'a cette conſtruction, ſur les Domes à petits pans coupez ordinaires.

Premierement, en augmentant le nombre des pilliers, l'Architecte a diminué l'imperfection du *Porte-à-faux*, qui eſt choquant dans les Domes ordinaires, où les pans ſont fort petits, comme au Noviciat des Jeſuites de Rome, bâti par Vignole, qui a été imité par un grand nombre d'Architectes.

Secondement, la baſe de la Tour devient régulierement octogone.

Troiſiémement, les bas côtez tant de la nef que de la croiſée, percent & ſe continuent ſans interruption au travers du Dome; comme on voit à la figure 256. par la direction des lignes du milieu *k i* & *g l*, qui ſe croiſent au milieu M de l'arcade *b d*, ce qui paroît encore mieux à la figure en Perſpective 258; en KM *i m k*.

Explication Démonſtrative.

De quelque maniere que l'on coupe une Sphère par des plans, la ſection ſera toujours un cercle; ainſi ſupoſant que le Panache ne fût qu'un Pandantif ordinaire, en triangle Sphérique, comme ceux d'une Voute Sphérique ſur un quarré, il eſt clair que les ſections qui concourent au centre C de la Sphère, ou celles qui concourent à un point S conſideré comme Pole, ſeront toujours des cercles, & que ce triangle Sphérique étant coupé par un plan vertical, paſſant par AB, il ſe formeroit par cette ſection un arc de cercle, dont AB ſeroit la projection; mais comme cet arc s'éleveroit tout au deſſus de la ligne AB, il s'écarteroit de l'impoſte droite & de niveau, ſur laquelle on veut que le Panache prenne ſa naiſſance; donc aucun des points du corps Sphérique régulier ne paſſeroit par la naiſſance rectiligne AB, par conſé-

quent la ſurface du Panache eſt irréguliere, & toute en dedans de la Sphère.

Presentement, ſupoſant des plans verticaux, qui coupent cette ſurface, leurs ſections en ſeront les élemens, dans leſquels on a deux points donnez, l'un ſur l'impoſte AB, l'autre ſur le cercle du couronnement GMD, par conſéquent on a les deux extrémitez de leurs cordes; mais comme ce n'eſt pas aſſez de deux points pour décrire un arc de cercle, puiſqu'on peut faire paſſer une infinité d'arc differens par les deux mêmes points, on a tiré une perpendiculaire ſur le milieu de cette corde, pour trouver un centre qui n'eſt pas donné de poſition, mais ſeulement de hauteur, parce qu'il doit être dans l'horiſontal BD, pour que chaque arc ſoit tangent au piédroit vertical; afin qu'il ne s'y faſſe point de jarret par la raiſon, que nous avons tant de fois repeté, que l'angle de l'arc avec ſa tangente eſt infiniment ouvert, par conſéquent inſenſible à la vûë.

Il eſt clair que quoique tous les élemens verticaux de cette ſurface ſoient des arcs de cercle, il ne s'en ſuit pas qu'elle ſoit pour cela Sphérique, parce que les ſections horiſontales que j'apelle les élemens horiſontaux, ſont des courbes differentes $1 x p^1$, $2 y p^2$, &c. qui ſe redreſſent d'autant plus qu'elles aprochent de l'impoſte droite AB, & au contraire qui ſe courbent d'autant plus qu'elles s'en éloignent; enſorte qu'elles different peu de la circulaire dans les aſſiſes du Panache, qui ſont ſous le couronnement de la Tour à pans, lequel eſt la baſe de la Tour circulaire, que les Panaches doivent racheter & porter.

Quoique nous ayons pris pour les élemens verticaux de cette ſurface des arcs de cercles, rien n'empeche qu'on ne puiſſe leur ſubſtituer des arcs elliptiques; mais alors le Trait deviendroit trop difficile, en ce que les axes & les foyers ſeroient trop indéterminez, n'y ayant que deux points donnez à la circonference de l'Ellipſe, ou équivalemment trois, ſçavoir, un à l'impoſte, un au deſſus de l'axe, & l'autre au deſſous à pareille diſtance; or on ne peut déterminer une Ellipſe que par le moyen de quatre points donnez, c'eſt pourquoi nous ne parlons point de ce cas, qui ne me paroît d'aucun uſage, n'étant pas néceſſaire pour les Panaches qui doivent racheter des berceaux ſurhauſſez ou ſurbaiſſez. Cependant s'il arrivoit, qu'on voulût faire tous ces arcs d'un quart d'Ellipſe chacun, on pourroit former cette ſurface à peu près comme l'arriere-Vouſſure ſuivante; parce qu'alors on a quatre points donnez pour chaque Ellipſe, puiſqu'on a les deux axes.

COROLLAIRE.

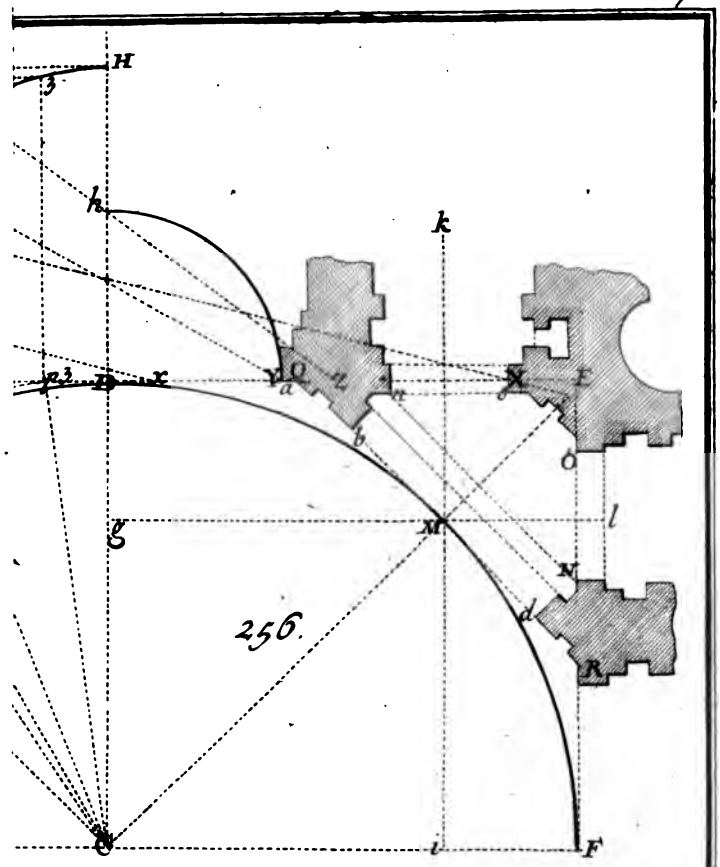
De l'Arriere-Vousſure de Montpelier.

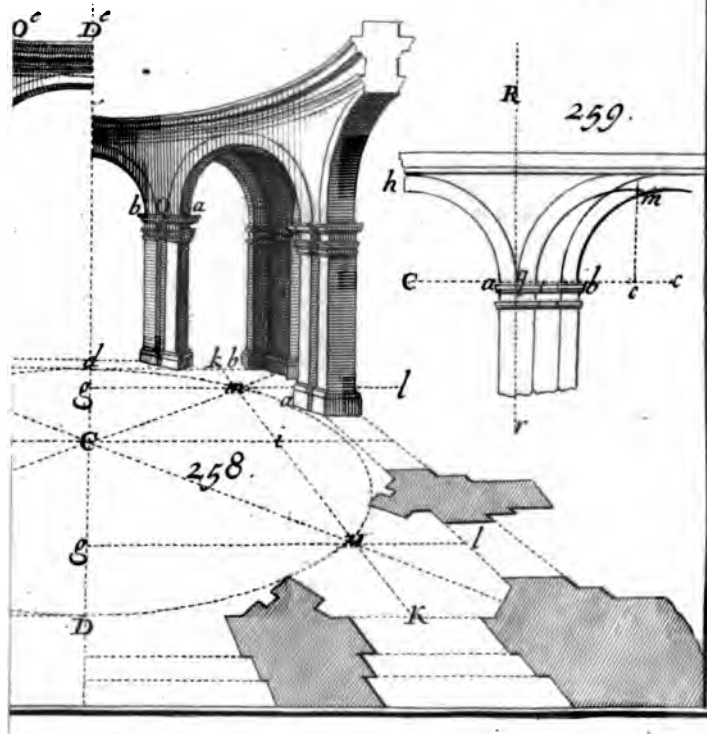
Si l'on renverſe la Voute du Panache, dont nous venons de parler, avec ébraſement, ou ſans ébraſement, tranſportant la naiſſance droite AB, de la figure 245. au Couronnement en plate-bande, comme à la figure
Pl. 68. 263. de la planche 68. & prenant l'arc GMD qui étoit horiſontal, pour la
Fig. 263. naiſſance de l'arriere-Vouſſure, tournée en ſituation verticale, & plus reſſerée. On aura cette figure de Voute repréſentée en Perſpective au chifre 263. que Blanchard apelle *Arriere-Vouſſure de Marſeille, tombant ſur l'angle obtus*, & d'autres Artiſtes, *Arriere-Vouſſure de Montpeller*, laquelle étant régulierement faite, ne differe du Panache renverſé, qu'en ce que les élemens de ſes ſections verticales doivent être des quarts d'Ellipſes, au lieu qu'au Panache c'étoit des arcs de cercles de different nombre de dégrez, comme les fait encore le même Blanchard, aſſez mal à propos; nous en dirons la raiſon.

Aucun des Auteurs de la coupe des pierres n'a parlé de cette arriere-Vouſſure. Il eſt ſeulement fait mention dans le Livre de la coupe des bois du Menuiſier nommé, & ſous le nom cité ci-deſſus; cependant depuis que nos Architectes ſe ſont aviſez de faire, aux maiſons des particuliers, des Fenêtres en plein cintre, qu'on n'employoit gueres anciennement qu'aux Egliſes, elle eſt devenuë fort à la mode par deux raiſons, la premiere, que la fermeture intérieure en plate-bande laiſſe un eſpace plus régulier ſous la corniche du plat-fond de la chambre, que l'arriere-Vouſſure de Marſeille, ou de St. Antoine, qui y laiſſe un quadriligne mixte peu agréable à la vûë, s'il n'eſt orné de quelque Sculpture; la ſeconde, c'eſt que l'ébraſement ſuperieur retranche de cet eſpace une partie, qui eſt ſombre par l'opoſition du grand jour de la fenêtre, & qu'il racorde bien le cintre du dehors avec la plate-bande du dedans.

Sans rien changer à ſa ſurface de la doële de cette arriere-Vouſſure, on peut l'exécuter des trois manieres differentes, par la ſeule diſpoſition des lits des Vouſſoirs.

Premierement, on peut la faire perpendiculaire à la Courbe du cintre de feüillure; comme aux berceaux & à l'arriere-Vouſſure de Marſeille,
Fig. 261. tels ſont les joints 1·7, & 2·8, Mais il en arrive deux inconveniens, l'un que les têtes des Vouſſoirs deviennent fort larges à la plate-bande, & fort inégales entr'elles dans le raport des tangentes; l'autre que les lits ainſi diſpoſez font des arêtes trop aiguës vers le piédroit, comme *a* 8 L,


H
h
k
256.
F


259.
258.
K

ce qui les rend ſans force, & faciles à caſſer en les taillant, de ſorte qu'on eſt obligé d'en changer la direction.

Secondement, on peut faire les joins de doële dans des plans paralleles à la direction de la Voute, tels ſont ceux dont les projections ſont exprimées par les lignes p^4 N, p^5 N, p^6 N, ce qui pourroit s'exécuter en briſant le lit en deux ou trois parties, ſçavoir, l'un aplomb ſous la plate-bande, l'autre en coupe au deſſus de la plate-bande peu inclinée, & la troiſiéme à l'arcade du cintre ſur le tableau;

Mais cette diſpoſition a encore ſes inconveniens.

1°. Que ſi l'on fait les diviſions du cintre de feüillure égales entr'elles, les largeurs des têtes des Vouſſoirs à la plate-bande deviennent très inégales entr'elles, comme l'on voit les têtes fg, gh, ik, qui vont en diminuant dans les raports des Sinus verſes juſqu'à l'ébraſement, & augmentent au contraire tout d'un coup de k en e, ſuivant le plus ou moins d'ébraſement, ce qui jette une irrégularité deſagréable à la vûë.

2°. Lorsque les largeurs horiſontales des Vouſſoirs diminuent, ſuivant le raport des Sinus verſes des arcs, elles deviennent tout d'un coup ridiculement petites, comme on voit ik, à l'égard de la précédente bi; de ſorte que pour y conſerver quelque aparence d'égalité aux têtes de la plate-bande, il faudroit embraſſer deux têtes du cintre de feüillure 5·6, 6d pour avoir celle de la plate-bande bk, à peu près égale à gh.

3°. Enfin il en réſulteroit encore un troiſiéme défaut, c'eſt que les angles mixtes du côté de l'impoſte comme 5·6 i & 6dk, deviendroient ſi aigus, qu'il ſeroit impoſſible de les former en pierre ſans les caſſer, de ſorte qu'il faudroit en retrancher la partie 6d, pour l'ajouter au couſſinet, ce que l'on peut faire par le moyen d'une petite portion de coupe 6l, qui donneroit la partie l6d, au dehors de l'aplomb kd, du ſommier.

La troiſiéme maniere, de diſpoſer les joins des lits à la doële, eſt de les faire dans des plans verticaux dirigez à un point S, de l'axe MS, où tendent les ébraſſemens des piédroits prolongez comme ABS, EDS alors par le point S, & les projections des diviſions 1, 2, 3, données ſur BD en p^1, p_2, p_3, on tirera les lignes p^1 Q, p^2 R, p^3 O, qui couperont la projection de la face AE aux points Q, R, O, par leſquels on menera les verticales Qx, Ry, Og, qui couperont la plate-bande ae aux points x, y, g, où feront les diviſions des têtes des Vouſſoirs, par leſquelles on tire d'un point M, pris à volonté pour centre de coupe, les joins de tête xX, yY, gz.

CETTE maniere eſt plus belle que la précédente, en ce ſur chaque Vouſſoir une partie de l'ébraſement, qui ſe entier au premier DNE ; mais elle n'ôte pas les imperfecti trop aiguës vers les diviſions 1 & 2 ; de ſorte qu'il y faut portion de coupe en *o* 1, *o* 2, *o* 3, en dedans à la feüillu longer au dehors, comme il convient à la largeur du Ban l'Archivolte ; ce qui oblige l'Apareilleur de faire un reſſa Nous allons parler en particulier de chacune de ces mani ſant la premiere à cauſe de ſes défauts, nous venons à la

Fig. 261. SOIT, (figure 261.) le trapeze ABDE, le plan horiſon qu'on veut vouter ; ſoient BF, GD, les feüillures où doit ſ meture de Menuiſerie, & FT, G*p*⁶ les tableaux.

ON décrira ſur *b d* comme diametre égal à BD, le demi & ſon parallele pour la feüillure T *h p*⁶. On placera enſuit volonté l'horiſontale *a e* pour la hauteur de la plate-banc qui ſera terminée en *a* & *b* par les verticales *a* A, *e* E, points d'ébraſement A & E.

PUIS ayant diviſé le cintre primitif *b* H *d* en ſes Vouſſoir ple en ſept aux points 1, 2, 3, 4, 5, 6, on menera p des perpendiculaires à la baſe d'élevation PQ, qui coupe bande *a e*, aux points 8, *y*, *c*, *f*, *g*, *h*, *i*, *k*, par leſquel joins comme aux plates-bandes d'un point M, pris au triangle équilateral, qui a pour côté la longueur de la pl (comme il a été dit au Probleme VII. page 64.)

PRESENTEMENT, ſi l'on tire les coupes du cintre *b* H *d* comme il convient naturellement au plein cintre, on aura l 5 *a*, 6 *a*, qui ne ſeront pas paralleles aux coupes de la pla *l x*, *i x*, par conſéquent les lits qui paſſeront par ces ligne pas des ſurfaces planes ; mais gauches d'autant plus qu'elles de la clef, ce que l'on doit éviter, par les raiſons que nou nez pluſieurs fois ; de ſorte qu'il convient de faire ces lits ties planes, l'une qui comprenne le tableau & la feüillure ſ l'autre qui ſe détache de la précédente, par une retraite ou rieur, qui ne peut paroître qu'à l'extrados, qui n'eſt j œuvre.

POUR en ſentir la néceſſité, il n'y a qu'à tirer par les p (par exemple) les lignes 5 *u*, 6 V, paralleles aux coupes bande *g x*, *l x*, *i x*, & l'on verra qu'outre que la coupe du laire ſeroit fauſſe & difforme, ſi la face extérieure étoit a

angles de la coupe au tableau 4 5 n, 5 6 V, seroient si aigus qu'on ne pourroit les conserver en les taillant, & qu'étant posez ils seroient sans force, & éclateroient infailliblement à la charge.

Les directions des coupes étant déterminées, & celles des lits étant aussi données parallelement à la ligne du milieu MC, il faut trouver les Courbes des joins, c'est-à-dire des arêtes des mêmes lits à la doële, qui sont des sections de plans verticaux exprimez à la projection par les lignes p^4, N^4, p^5, N^5, &c. paralleles entr'eux, & à la direction du milieu MC, desquelles sections, il n'y a que deux points donnez à chacune, sçavoir, l'un à la feüillure aux divisions 1, 2, 3, 4, &c. l'autre à la plate-bande, y, e, f, g, &c. de sorte qu'on peut faire passer par les deux points de chaque section plusieurs Courbes de même, ou de differente espece. Blanchard y fait passer des acrs de cercles; mais comme leur naissance à la feüillure doit commencer insensiblement, & finir de même à la plate-bande, il faut que les arcs soient tangens à la feüillure, à une ligne verticale, & tangens aussi à une ligne horisontale sous la plate-bande; ce qui ne peut convenir au cercle, que dans le seul cas où la hauteur de la plate-bande sur le joint du tableau est égale à la profondeur de l'arriere-Voussure; par tout ailleurs un arc de cercle y fera un pli avec la ligne d'aplomb, & celle de niveau, c'est pourquoi on n'y peut employer que des quarts d'Ellipses.

Pour les tracer ces quarts d'Ellipses, il faut commencer par faire le profil de l'arriere-Voussure, qui donnera la position de leurs demi axes, (figure 262.)

Ayant prolongé a e, & PQ à volonté vers S & O, on prendra aussi à volonté une ligne de hauteur EI, à laquelle on menera une parallele SO, à la distance FS, égale à la profondeur de l'arierre-Voussure m M; puis par le milieu H de la clef, & les divisions 4, 5, 6, on menera des paralleles à a S, qui couperont FI aux points 3^4, 2^5, 1^6, & SO aux points b^c, 3^c, 2^c 1^c, les lignes IO, OS seront les deux demi-axes, du plus grand quart d'Ellipse, exprimé à l'élevation de la figure 261. par la verticale k d à l'imposte pour tracer I a S; les lignes 1^6 1^c, 1^c S, seront les deux demi-axes de la section exprimée par la verticale i 6, les lignes 2^5 2^c, 2^c S, seront ceux de la section par l 5, ainsi des autres; puis par le Probleme VII. du deuxiéme Livre, on tracera les quarts d'Ellipses I a S, 1^6 b S, 2^5 c S, 3^4 d S, où l'on voit que leurs demi-axes étoient déja donnez à la figure 261. sçavoir, l'horisontal m M, qui est commun à tous ces quarts d'Ellipses; est donné au plan horisontal, & les autres qui sont variables, sont donnez à l'élevation en g 4, l 5, i 6, k d. Fig. 262.

Les Courbes des joins de lit étant tracées, on tirera leurs cordes

IS, I⁶S, 2⁵ S, &c. dont on ſe ſervira pour former les panneaux de la doële plate, qui ſeront des Perallogrames rectangles, dont ces cordes déterminent la longueur, & les diviſions des Vouſſoirs donneront leur largeur.

Ainsi le Parallelograme p^3. $p\,u\,t$, ſera la doële plate de la clef, faiſant $p\,u$ = à la corde S 3⁴. du profil de la figure 262. le rectangle $p\,P\,s\,n'$, ſera le panneau de doële plate du Vouſſoir ſuivant, compris entre les diviſions 4 & 5; P G $r\,n^4$, celui du panneau enſuite, &c. comme on les voit rangez de ſuite en forme de dévelopement, à la figure 261. & l'épure ſera tracée.

Aplication du Trait ſur la Pierre.

Pour ôter de ce Trait l'embarras, que peut cauſer la formation du tableau & de la feüillure, qui ſont des parties étrangeres à l'arriere-Vouſſure, nous renvoyons leur conſtruction à l'arriere-Vouſſure de Marſeille, dont nous avons parlé ci-devant; cela ſupoſé nous prendrons pour exemple la taille du ſecond Vouſſoir au deſſus de l'impoſte, marqué à l'élevation 5 *li* 6, dans lequel il y le plus de gauche.

Ayant dreſſé un parement pour ſervir de doële plate, on y apliquera le panneau PG $r\,n^4$, pour en tracer le contour, puis avec le biveau formé ſur l'angle 1⁶ SV de la corde avec une verticale, on abattra la pierre pour former la tête de la plate-bande, ſur laquelle on apliquera le panneau de tête $x^5\,l\,i\,x^6$. poſant le côté *li*, ſur l'arête de la doële plate.

Fig. 61. & 62.

On prendra auſſi de même le biveau de l'inclinaiſon, de la doële plate avec l'horiſon ſur l'angle S 1⁶ W, avec lequel on abattra la pierre, comme on a fait à la plate-bande, pour prendre ſur cette troiſiéme ſurface l'épaiſſeur de la feüillure, & même encore du tableau, ſi le Vouſſoir peut le porter; nous ſupoſerons qu'il ne porte que la feüillure pour la ſimplicité de l'operation.

Ayant tracé ſur cette troiſiéme ſurface, la ligne de profondeur de la feüillure, on abattra la pierre en retour d'équerre, pour former une quatriéme ſurface plane, qui ſera le parement extérieur, ſi le tableau eſt compris, ou qui ſera en œuvre verticale dans l'épaiſſeur du mur, s'il ne s'agit que de la feüillure; ſur laquelle ſurface on tracera la tête V 6 5 *u*.

Apres avoir fait ces deux paremens de troiſiéme & quatriéme ſurface, on en fera une cinquiéme en retour d'équerre au lit de deſſus, paſſant par

le

le côté droit du panneau de la doële plate, pour yapliquer le panneau de joint de lit inferieur S b 1^6, & le ſuperieur 2^5. c S, poſez l'un ſur l'autre comme ils ſont au profil, & en tracer le contour. La même choſe ne peut ſe faire au lit de deſſous, à cauſe que la coupe 6 V fait un angle obtus avec l'horiſontale t 6, c'eſt pourquoi il faut creuſer une fauſſe doële cylindrique, ſur la Courbe T AL, de la figure 265. quarrément à la ſurface T 5, & une plumée ſuivant le côté de la doële plate, dans laquelle on ajuſtera la cerche du lit inferieur 1^6 b S, poſée perpendiculairement au plan de la doële plate, poſant le point 1^6, ſur le point 6 de la figure 265. & le point S de la cerche elliptique ſur le point i de la même figure 265.

Alors on aura les quatre lignes du contour de la doële creuſe, ſçavoir la droite l i à la plate-bande. Fig. 265.

L'arc de cercle 6, 5 à la feüillure.

Le quart d'Ellipſe 1^6 b S, au lit de deſſous.

Et le quart d'Ellipſe 2^5 c S, au lit de deſſus.

Enfin on tracera ſur la ſeconde ſurface, qui eſt celle de la plate-bande, les coupes de tête x^6 i, l x^5, avec le panneau de tête, & ſur la quatriéme ſurface, qui eſt l'aplomb de la feüillure contre le tableau, on tracera la tête V 6 5 u, faiſant 5 u & 6 V parallele à l x^5, & i x^6, & le Vouſſoir ſera tout tracé, comme il eſt repréſenté en Perſpective à la figure 265.

Il ne s'agit plus que d'abattre la pierre des lits, qui ne ſont pas des ſurfaces planes, quoiqu'ils le paroiſſent du premier abord, en ce que les joins ſont dans des plans verticaux, car celle du lit de deſſus eſt convexe, & celle du lit de deſſous eſt concave; mais leur courbure ſe fait inſenſiblement, & facilement au lit de deſſus, il n'y a qu'à prendre le biveau de l'angle obtus d'aplomb, & de coupe t 5 u, & abattre la pierre à meſure qu'on le fait couler ſur la Courbe du lit, qui a été tracée dans le plan vertical, tenant toujours une des branches parallele à elle-même, & à la ſurface de la plate-bande.

Il n'en eſt pas de même pour le lit de deſſous, il faut prendre le biveau de l'inclinaiſon de la coupe ſur l'horiſon, qui eſt t 6 V, & tenir toujours une de ſes branches parallele à l'arête de la plate-bande, avec la doële qu'on fera couler ainſi dans la ſurface creuſe cylindrique, & l'autre branche ſera tenuë parallele à l'arête de cette plate-bande, avec la coupe du lit inférieur; dans cette ſituation on fera couler l'angle du biveau, ſur la Courbe d'arête du lit inférieur, pour abattre la pierre du lit de maniere qu'il ſe forme une ſurface un peu concave.

Si le Voussoir portoit le tableau, il est visible que les fu
qui sont cylindriques, se changeroient en d'autres à doul
qui seroient très gauches dans les premiers Voussoirs, parce
6 6^a fait un grand angle avec la coupe parallele à celle de la plat
ce qui rend l'exécution plus difficile; c'est à l'Apareilleur à
construction lui convient, en ce cas on formera cette surfac
gauches planolimes, dont il a été parlé au Chapitre 1. de

Seconde maniere, où les lits sont droit

Il y auroit encore une maniere de tracer des Courbes
l'on vouloit faire *des lits plans*, ce qui est possible & qui r
cution beaucoup plus aisée, supposant que les Voussoirs n
le tableau, ou qu'au cas qu'on veüille qu'ils les portent
les coupes intérieurement par un ressaut.

Nous avons fait à la construction précédente les directio
de lit, en projection horisontale paralleles entr'elles, &
milieu m M, & pour conserver la régularité de ces dire
avons fait des lits de surfaces courbes cylindriquement
convexes.

Presentement, nous allons proposer de leur donner d
convergentes vers la feüillure, proportionnellement à l'éb
piédroits.

Et nous ferons des lits en surfaces planes au lieu des cylin

Soit, le même plan horisontal de la Baye de l'arriere-V
Fig. 261. figure 261. on prolongera les piédroits AB, DE, jusqu'à
courent en S, d'où par les projections p^1, p^2, p^3 des divisions
cintre primitif, ou tracera les lignes p^1 Q, p^2 R, p^3 O, qui se
jections des cordes des Courbes des joins de lit à la doële
Courbes seront comme à la construction précédente des
lipses; mais differens en ce qu'au lieu de prendre pour le
hauteur une ligne verticale comme 1 y, 2 c, 3 f, on pren
ce de la division du cintre primitif à la plate-bande, s
inclinée parallele à la coupe de la plate-bande, comme 6 Z^e,
tirées des divisions correspondantes, & égales à celle
côté 1, 2, 3, pour éviter la confusion des lignes; par l
ces demi-axes, & de l'horisontal m M, commun à toutes
on tracera d'autres quarts d'Ellipses que ceux de la figure

On élevera ensuite des verticales sur AE, par les poi

Q, R, O ; qui couperont la plate-bande *ae* aux points *x*, *y*, 9, par leſquelles du centre de coupe M ou T, on tirera les joins de tête 9Z, *y*Y, *x*X.

Pour former les panneaux de doële plate, on prendra les cordes des quarts d'Ellipſes, enſuite les projections horiſontales des diviſions du cintre primitif & de la plate-bande, dont on formera un trapeze, comme il a été dit aux Problemes X & XI, du troiſiéme Livre.

Suposons, par exemple (ce qui n'eſt pas) que l'arc 1^6 *b*S, ſoit celui de la ſection par le point 1 de la premiere diviſion, on fera Q*q*, perpendiculaire ſur AE & indéfinie, puis du point p^1 pour centre, & de l'intervale de ſa corde 1^6 S, pour rayon, on décrira un arc qui coupera la perpendiculaire Q*q* au point *q*, par où on menera *q r*, parallele & égale à QR, puis on tirera *r* p^2, le trapeze p^1 *q r* p^2, ſera celui de la ſeconde doële plate, de la même maniere on aura le trapeze p_2 r^2 $ſ p^3$, pour le panneau de la troiſiéme, ainſi de ſuite.

Aplication du Trait ſur la Pierre.

L'Aplication du Trait ſur la pierre, ſuivant cette conſtruction eſt preſque la même que la précédente, la difference ne conſiſte qu'en ce que les lits étant des ſurfaces plans, il y a beaucoup moins de façon; après avoir formé la quatriéme ſurface qui eſt verticale parallele aux faces, pour y poſer le panneau de tête cintrée, il n'y a qu'à abattre la pierre en parement droit d'un joint de tête à l'autre, ce qui eſt aiſé à la regle, puiſqu'on la peut faire couler ſur trois lignes données, ſçavoir, ſur le côté de la doële plate, & ſur les deux têtes tracées.

Les lits étant formez, il ne s'agit que d'y apliquer les panneaux des quarts d'Ellipſes, tracez au profil pour les joins de lit à la doële, alors on à les quatre côtez de la ſurface gauche, & ſans qu'ils ſoit néceſſaire de biveau, on en taillera la ſurface comme les gauches, que nous avons apellé mixtilimes au commencement de ce Livre, & la doële de l'arriere-Vouſſure de Marſeille, dont celle-ci eſt dérivée, en ſupoſant ſa ligne de ſommité infiniment peu courbe, c'eſt-à-dire ſenſiblement droite.

Il nous reſte à chercher les Courbes des joins de doële tranſverſaux, comme ſont ceux des têtes des Vouſſoirs, qui ne ſont pas aſſez longs pour occuper toute la profondeur de l'arriere-Vouſſure; ce qui ſe fera à peu près de même, que nous l'avons dit pour l'arriere-Vouſſure de Marſeille ordinaire. Soit par exemple pour la premiere

conſtruction, un plan vertical qui coupe l'arriere-vouſſure pa faces par les points *k*, 1, *n*, de la projection horiſontale, ou que la longueur de la pierre depuis la feüillure juſqu'à l de doële tranſverſale ; on portera la diſtance D *a* ou P *c* au profil 262. de F en E, ou P *k* de F en G, ſi la pierre ét puis par le point E ou G on menera E *a* ou G *g*, para cale FI, qui coupera les quarts d'Ellipſes du profil aux p par leſquels on menera des horiſontales, qui couperon reſpondans à l'élevation en a^e, b^e, c^e, d^e, ſçavoir, le p *d k* en a^e ; *b i* en b^e ; 5 *l* en c^e ; 4 *g* en d^e, & par ces ction, on menera la Courbe d^e, c^e, b^e, a^e, qui ſervira à neau de tête du Vouſſoir, qui n'auroit de longueur horiſon de la figure 262, ou ce qui eſt la même choſe G *b*, de il eſt viſible qu'on auroit de même la tête d'un Vouſ pour longueur GI, du plan horiſontal ou FG du profil une autre Courbe moins concave, tracée à l'élevation précédente, & au deſſous de la plate-bande *a e*.

Pour ne pas trop embroüiller l'épure par des lignes ſuffira de porter les hauteurs du profil E *a*, E *b*, E *c*, &c bande *a e*, de l'élevation ſur les verticales, qui ſont les joins de lit comme E *a*, ſur *k* a^e, &c.

Nous ne comprenons point dans les Vouſſoirs le premier une partie de l'ébraſement du piédroit, & le ſommier de parce que la meilleure maniere de le faire eſt la même près, que pour l'arriere-Vouſſure de Marſeille, dont nous a qu'il comprenne l'angle rentrant dans une ſeule piece ; q auſſi le faire comme les autres Vouſſoirs ; mais avec trop pour en conſeiller la taille.

Du Revêtement de cette Arriere - Vouſſu Lambris de Menuiſerie.

Le Principe des Traits expliqué à la page 290. par de Menuiſerie, où l'on ſupoſe les pieces des Bâtis de les, doit s'apliquer à l'arriere - Vouſſure de Montpelie comme à celle de Marſeille, dont nous avons parlé à la p à cauſe que la doële de celle dont il s'agit ici, eſt une ſu courbure, le Trait en eſt un peu plus difficile ; on rec comparaiſon de celui que je vais donner la groſſiereté celui qu'on voit au Livre de la coupe des Bois de Maît

(Chap. XL) ſous le nom *d'Arriere-Vouſſure de Marſeille, tombant ſur l'angle obtus.*

Soit, (figure 264.) le trapeze ABDE, le plan horiſontal de la Baye; P $a e^2$ Q, l'élevation de l'arriere-Vouſſure faite comme au Trait de la coupe des pierres de la figure 261. on diviſera le cintre BHD en autant de parties égales qu'on voudra avoir de points des Courbes de projection des Bâtis, tant horiſontales, que verticales, par exemple ici en ſix aux points 1, 2, H, 4, 5, par leſquels on tirera autant de perpendiculaires à PQ ou AE, comme mM, nN, nN, Kk, &c. $r p^n$, r N², ſur leſquelles on tracera des quarts d'Ellipſes, comme il a été dit au Trait précédent, ſur les demi-axes donnez r1, & Gp^n; r2 & I N²; mH, & CM; tels ſont les arcs $n o y$1, $a z$2, M² lH, pour les ſections paſſant par les points 1, 2, H, leſquelles ſont égales à celles de l'autre côté, faites par les lignes n4, n5 & l'arc D T k^2, pour la ſection par KD & BM². *Fig.* 264.

A l'égard de l'arc de naiſſance ſur le piédroit DE, on en fera l'élevation comme D 2, E², & la projection verticale D $f e^2$, ſur les demi-axes donnez, dont les horiſontaux DQ & DE, ſont l'un plus grand, l'autre plus petit que ceux des autres ſections, qui ſont tous égaux entr'eux; & à la perpendiculaire CM, & les verticaux ſont égaux à la hauteur Qe^2, comme on voit en DT k^2.

Cette préparation étant faite, il faut chercher par le moyen de ces ſections verticales, des points équidiſtans du contour du cintre BHD, & de la plate-bande $a e^2$, pour tracer les Courbes de projection des arêtes des bâtis, qui ſont à double courbure, comme fL g & $6\,o\,7$, au plan horiſontal & ſur le plan vertical V 9 & 8 7.

Par des points pris à volonté ſur l'arc BH, comme d & e, on tirera du centre C des lignes dx, ei, qui couperont les ſections verticales rG, rI aux points x, & i, par leſquels on tirera les perpendiculaires xy, iz, qui couperont les arcs elliptiques $n y$1, $a z$2, aux points y & z, enſuite par les points x & i, on tirera des perpendiculaires xY & eZ aux lignes ei & dx, qu'on fera égales aux précédentes xy & iz, & l'on tracera à la main des arcs Z e, Y d, ſur leſquels on prendra la largeur donnée du bâtis d F & eZ, qui ſe trouve ici par hazard tomber en Z.

Il ſuffira pour l'exactitude néceſſaire à la pratique, de tracer ces arcs à la main un peu plus concaves, que ceux des ſections verticales y1 & z2; cependant ſi l'on vouloit avoir ces arcs avec plus d'exa-

ctitude, & en trouver pluſieurs points, il faudra cherche
ſuit.

On prolongera la ligne dx en S, cette ligne coupera deu
r G & M^2 B, aux points x & u, & la plate-bande $a\,e^2$ en S, p
rera ſur d S les perpendiculaires x Y, ut, S s, leſquelles ſe
d'ordonnées de la Courbe que l'on cherche, qui ſont com
ſections verticales: nous avons déja trouvé la premiere x Y =
ſiéme S s eſt évidemment égale à la profondeur de l'arriere-Vo
la ſeconde ut ſe trouveroit comme la premiere, ſi nous a
la ſection elliptique ſur la verticale; mais comme faute d
pour éviter la confuſion de la figure, ſon égale a été tracée
côté en DT k^2, on tirera par le point u une parallele uT
tre BD, qui coupera l'arc D k^2 au point T, & la droite K
V; la ligne VT ſera l'ordonnée que l'on cherche, qu'on
l'autre côté en ut, & par les points f, t, Y, d, on t
main, ou avec un regle pliante la Courbe ftYfd, que l'on

Nous avons trouvé dans la formation des Courbes ez,
lies des largeurs du bâtis inférieur, exprimées par les lign
pour avoir les ordonnées de la Courbe de porjection horiſontale
& les largeurs gd, ie, priſes ſur un plan vertical, leſquell
nent les points de la projection verticale g, i, V, g^x, il fa
ment déterminer la rencontre de la largeur du bâtis tra
ferieur, avec celui de chaque naiſſance de l'arriere-Vouſſu
piédroits en traçant la Courbe de projection de chacun de
ce que l'on fera de la même maniere que nous l'avons dit à l
relativement à la figure 151. de la planche 52.

L'Aplication du Trait ſur le bois ſera auſſi la même.

Explication Démonſtrative

Nous avons déja dit pluſieurs fois pourquoi les naiſſance
& ſurfaces qui s'élevent ſur des lignes droites, ou ſur le pla
ſe trouver aux points d'atouchement; ainſi les lignes courb
les élemens verticaux de la ſurface de l'arriere-Vouſſure, d
tangentes à deux plans, c'eſt-à-dire à leurs ſections par ces
ſçavoir, au plan vertical paſſant par le centre primitif, & à
paſſant par l'arête de la plate-bande; or comme ces plan
pendiculaires entr'eux, il n'y a de Courbe des ſections
qui puiſſe les toucher tous deux, que celles qui rentren
mêmes, comme le cercle & l'Ellipſe; mais le cercle ne peut to

perpendiculaires qu'à diſtances égales de leur interſection, donc cette Courbe ne convient qu'au ſeul cas, où la hauteur de la plate-bande ſur la naiſſance de la doële eſt égale à la profondeur de l'arriere-Vouſſure, donc par-tout ailleurs cette Courbe fera un jarret avec la ligne d'aplomb ſur la naiſſance, ou avec celle du niveau à la plate-bande, par la 36. du troiſiéme Livre d'Euclide; ce qui condamne le Trait de Maître Blanchard.

Il n'en eſt pas de même de l'Ellipſe, elle peut toucher deux lignes perpendiculaires entr'elles, à telle diſtance qu'on voudra de part & d'autre du point de leur interſection, donc les élemens de la ſurface de l'arriere-Vouſſure en queſtion doivent être des quarts d'Ellipſes; & il n'importe qu'ils ſoient dirigez parallelement entr'eux, ou dans des plans converges proportionnellement à ceux des piédroits, parce que en quelque ſituation qu'ils ſoient autour de l'axe, qui demeure en ſituation verticale, ils ſeront toujours tangens au plan horiſontal paſſant par la plate-bande.

Mais ſi l'on ſupoſe la doële coupée par un plan incliné, comme par exemple en S *d*, (figure 264.) il eſt clair que la ſection ne ſera plus de même eſpece, c'eſt pourquoi nous avons été obligé d'en chercher les points par l'interſection de ce plan incliné, avec les verticaux elliptiques; parce que tous ces plans étant perpendiculaires à un troiſiéme vertical, paſſant par le cintre primitif BHD, leurs communes interſections lui ſeront auſſi perpendiculaires; or ces lignes d'interſection ſont des ordonnées connuës dans l'Ellipſe, par conſéquent elles donneront à leurs extremitez des points de la nouvelle Courbe inconnuë, dont la connoiſſance devient par cette conſtruction inutile pour la décrire, puiſqu'on la décrit exactement ſans en connoître la nature.

Corollaire.

De là on tire la maniere de *faire une Vouſſure droite ſur les impoſtes, qui rachete un arc circulaire ou elliptique, dont le plan eſt parallele à celui qui paſſe par les impoſtes.*

Si l'on veut faire un plat-fond circulaire ſur une chambre quarrée, ou elliptique ſur une chambre barlongue, on le peut facilement par le moyen d'une Vouſſure, dont le Trait ſe fera de la même maniere que l'arriere-Vouſſure de Montpelier; car ſi l'on y fait attention, la hauteur aplomb de l'impoſte au plat-fond étant par-tout la même, & la retombée de chaque point du cercle horiſontal, qui eſt la bordure du plat-fond étant inégale, on aura une ſuite de quarts d'Ellipſes, qui au-

ront un demi-axe conſtant, ſçavoir, le vertical & un
qui eſt l'horiſontal.

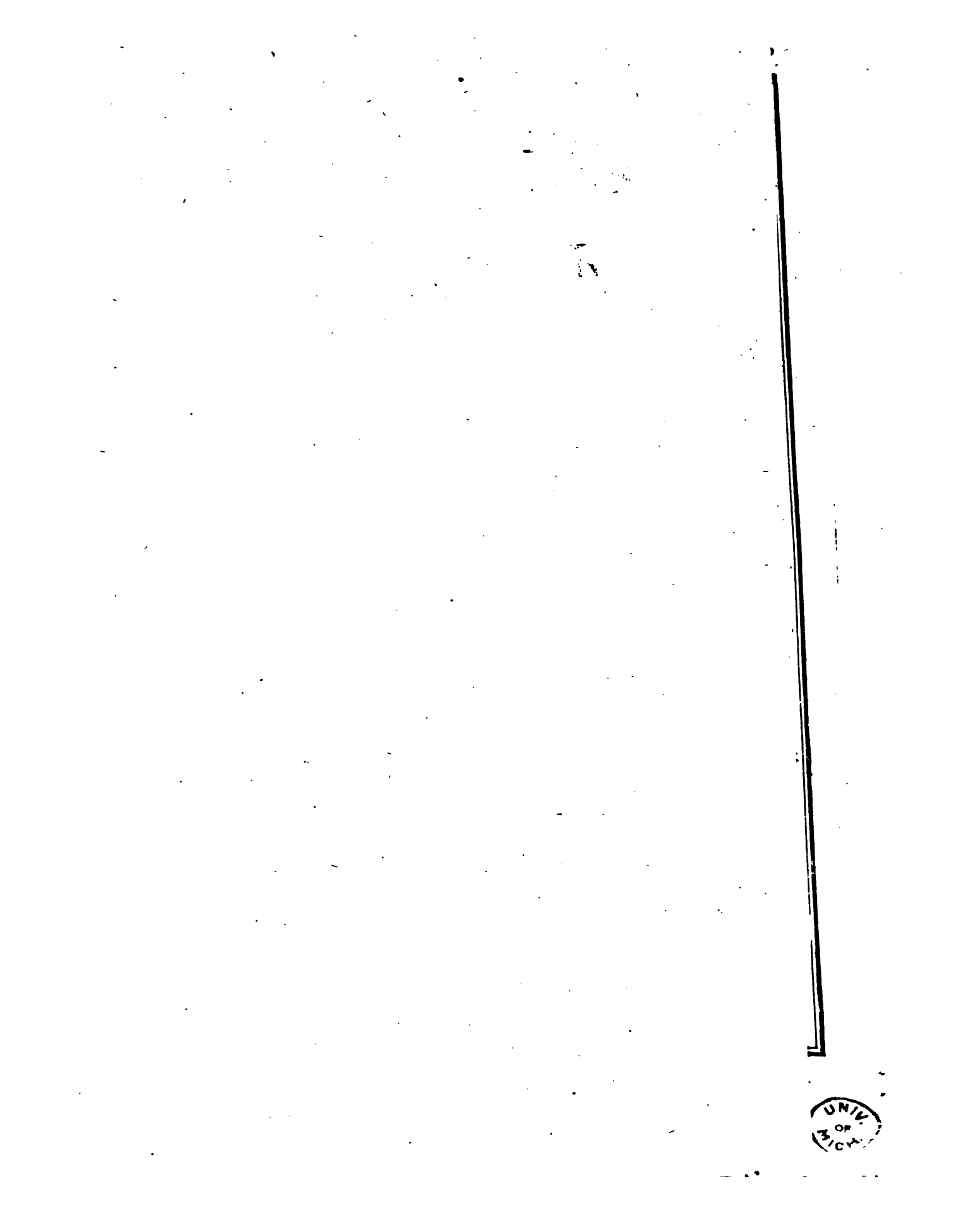
Il doit y avoir ſeulement une petite difference dan
plans de ces Ellipſes, qui doivent toujours être range
cercle à la circonference, ce qui n'eſt pas de même
Vouſſure.

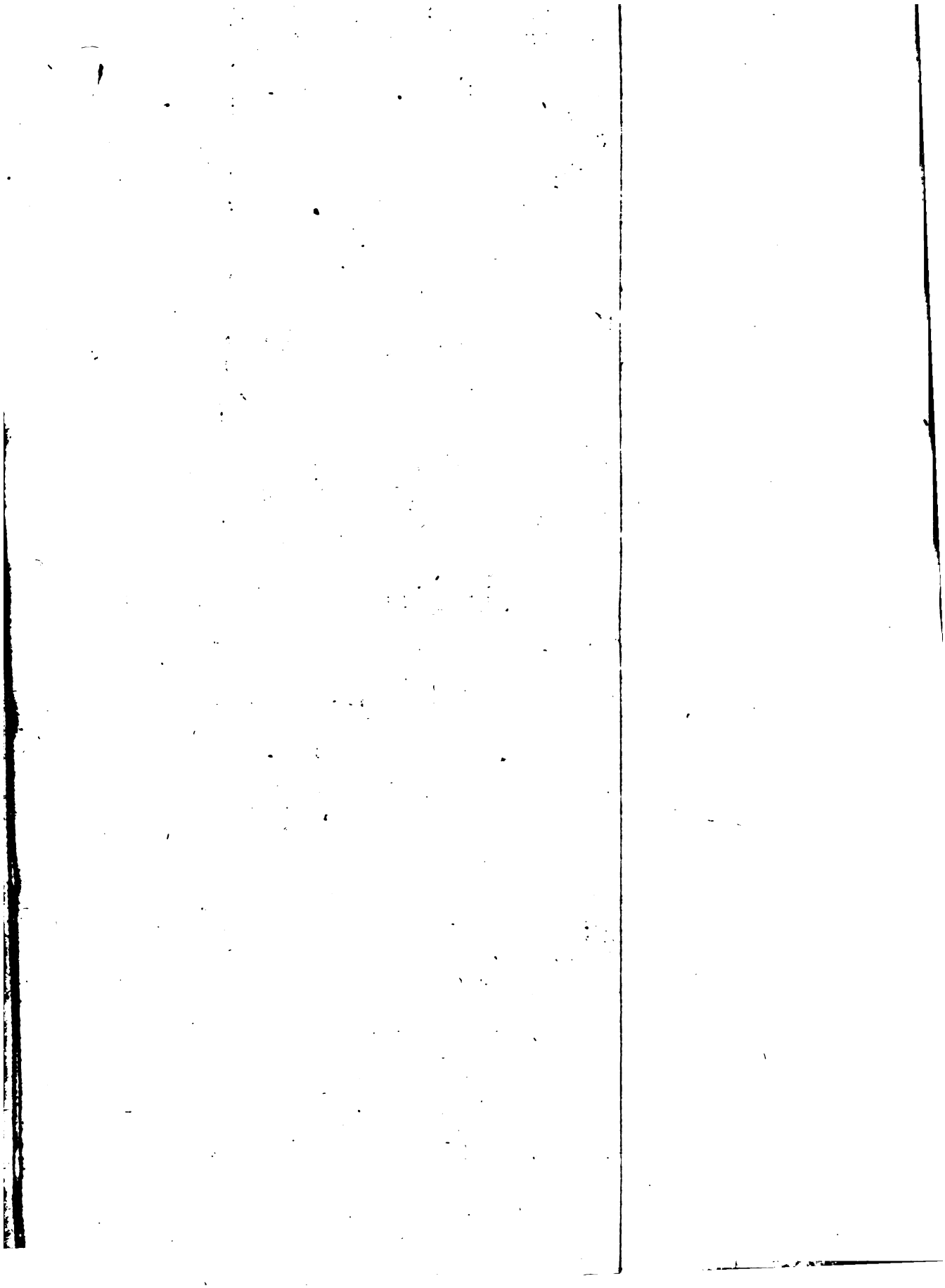
Secondement, que les joins des lits horiſontaux
ſeront inégalement éloignez dans la ſurface, qu'ils part
de largeur inégale.

Au reſte les Courbes de ces joins horiſontaux ſe t
ſement de la même maniere, que nous avons employé p
de la trompe à Panache, il faut ſeulement du choix p
lipſe, qui doit ſervir de cintre primitif, ſur lequel on
ſion; ſi l'on prend celui qui eſt dans la diagonale du
prendre des diviſions égales, il en réſulte deux inconv
l'irrégularité ſe jette au milieu dans le quart d'Ellipſe,
deux diagonales, & perpendiculaire au côté droit, où
rieures ſe reſſerrent trop à la doële, & ſi l'on prend
cintre primitif, l'irrégularité ſejette aux diagonales où le
s'élargiſſent trop; d'où il faut conclure qu'on doit prendr
mitif l'arc elliptique, qui eſt au quart de la circonfere
cercle compris entre les deux diagonales. Ayant les ar
joins montans, & les Courbes irrégulieres des joins de l
Vouſſure comme la Trompe à Panache, ou pour remon
la méthode de l'inſcription des cylindres, comme on l'a
conſtruction des Voutes Sphériques.

On pourroit faire les diviſions des joins en lit toutes
quart d'Ellipſe, alors les lits ne ſeroient plus de nive
montans depuis le milieu de l'impoſte droite juſqu'à
quarré, d'où ils retomberoient en deſcendant juſqu'au
contigu; ainſi de ſuite, la conſtruction & la décoration
moins bonnes.

* *
*


UNIV. OF MICH.



Troiſiéme eſpece de Voute, de Surface irréguliere, que j'apelle Sphérico-Priſmatique.

En termes de l'Art,

ARRIERE-VOUSSURE DE ST. ANTOINE.

Nous avons parlé des Voutes de ſurfaces irrégulieres à double courbure, qui étoient terminées les unes par un côté droit & trois Courbes, les autres par deux côtez droits & deux Courbes; il nous reſte à traiter de celles qui ſont terminées par trois côtez droits & un Courbe, telles ſont *les Arrieres-Vouſſures de St. Antoine*; ainſi apellées, parce qu'aparemment les premieres qui ayent été faites, ſont les trois de la Porte de Paris connuë, ſous le nom de Porte de *St. Antoine.*

La figure de cette Voute, qui eſt repréſentée au chifre 266. de la ſoixante-neuviéme planche, eſt telle qu'elle préſente par ſa face une ſection de Voute Sphérique, qui dégenere dans le fond en plate-bande, ſous laquelle eſt la Baye de la Porte voutée auſſi en plein cintre, pour ſoutenir cette plate-bande, où eſt la hauteur des impoſtes ſur les piédroits, leſquels ſont paralleles entr'eux. Pl. 69. Fig. 266.

Comme cette plate-bande peut ſe ſoutenir par ſa coupe, ou par un linteau d'une piece, on peut ſuprimer cette ſeconde Vouſſure du tableau cintré en berceau, & faire l'arriere-Vouſſure plus ſimple, telle qu'elle eſt repréſentée à la figure 269, & ébraſer les piédroits ſi on le juge à propos. Fig. 269.

On peut conſiderer la ſurface de cette Voute, comme une ſuite de quarts d'Ellipſes de differentes hauteurs; mais dont les naiſſances ſont de niveau, leſquels ſont rangez ſuivant la direction des piédroits, s'ils ſont paralleles, ou concourant au même ſommet, s'ils ſont convergens; ainſi cette arriere-Vouſſure eſt la contraire de la précédente, où les ſommets étoient de niveau, & les naiſſances à hauteur inégales.

Autrement on peut la conſiderer comme une ſuite de demi-Ovales verticales, paralleles à la face, dont un des axes qui eſt l'horiſontal peut être conſtant, ſi les piédroits ſont paralleles entr'eux comme à la Porte *St. Antoine*, ou variable ſi les piédroits ſont ébraſez; & dont l'autre demi-axe qui détermine la hauteur de chaque Ovale, diminue depuis la face juſqu'à la plate-bande, où il ſe réduit à rien, ſuivant le raport des ordonnées d'un quarts de cercle; ſi la hauteur de la face, & la profondeur

de l'arriere-Vouſſure, ſont égales entr'elles, ou bien ſu
des ordonnées d'un quart d'Ellipſe, lorſque la hauteur &
ſont des lignes inégales.

Cette ſorte d'arriere-Vouſſure, qui eſt le contraire de
te, dont la plate-bande eſt tranſportée du haut en bas,
au dedans, eſt ſuſceptible des mêmes variétez, non ſe
la ſituation de ſa direction à l'égard des faces qui peut être
ſe, & de celle des piédroits, qui pouvent être parallele
ébraſez; mais auſſi dans la nature, & l'arangement des ci
terminent la concavité de la doële, & les ſections des joi
des joins de lit.

Prmierement, on peut faire les cintres des joins de lit e
cles, ſuivant la pratique du Trait de P. Deran; mais ce
convient non plus à l'arriere-Vouſſure dont il s'agit, qu'à
par la même raiſon, & encore moins à la naiſſance d
trans; ainſi les élemens de cette ſurface doivent être d
lipſes verticaux, dont les centres ſoient rangez ſur u
ſontale.

Secondement, ces quarts d'Ellipſes peuvent être parallele
convergens, proportionnellement à l'ébraſement des pi

Troiſiémement, les ſections de cette Voute qui forme
Vouſſures, peuvent être des ſurfaces planes ou des cylin
près comme à la précédente.

A l'arriere-Vouſſure exécutée à la Porte St. Antoin
piédroits ſont paralleles entr'eux, M. de la Ruë y a ren
Vouſſoirs du fond y étoient apuyez à leur naiſſance ſur u
retraite, qui en ſoutient la plate-bande, de ſorte qu'ils ne
avec le tableau de la Baye, qui a ſon centre au deſſous,
ſoirs duquel cette feüillure eſt pratiquée.

Cette conſtruction a donné occaſion à l'Auteur cité,
de deux ſortes d'arrieres-Vouſſures de St. Antoine, l'un
ſeulement en *plein Cintre*, qui eſt celle-ci, dont la naiſſan
par une ſeconde naiſſance, l'autre qu'il appelle en *plein*
riere & quarrée par devant.

Je ne vois pas là de raiſon ſuffiſante pour une diſtinct
mieux dire l'arriere-Vouſſure, dont la naiſſance en pl
ſoutenuë, & celle où elle ſe ſoutient elle-même par la c

plus que le plein cintre dénominateur peut fort bien être ſurbaiſſé, & même un apui maſſif, ou une plate-bande au deſſous de celle de la naiſſance.

Au reſte l'arriere-Vouſſure peut fort bien ſubſiſter à la plate-bande par ſa propre coupe, l'Architecte de la Porte St. Antoine ne l'a apuyé que pour une plus grande ſolidité, parce qu'elle eſt compoſée de quinze Vouſſoirs, c'eſt pourquoi nous ſubſtituons à cette diſtinction, celle du nom propre originaire, & celle à fermeture droite ſans ſuport à la plate-bande.

Arriere-Vouſſure de St. Antoine, proprement dite, dont les piédroits ſont paralleles entr'eux.

Soit, figure 267. le rectangle ABDE, le plan horiſontal de la Baye, qu'on veut vouter avec ſes feüillures A*f*, B*g*, & ſes tableaux F*f*, G*g*, que nous regarderons comme des parties étrangeres à l'arriere-Vouſſure, de laquelle elles ſont indépendantes, quoique adhérentes; ſur *de*, égal DE comme diametre, on décrira le cintre de face circulaire, ou elliptique comme l'on voudra, nous le ſupoſerons ici circulaire *d*H*e*, puis l'ayant diviſé en ſes Vouſſoirs, par exemple en ſept aux points 1, 2, 3, 4, 5, 6, on menera par ces points autant de paralleles aux piédroits AD, BE, qui couperont la projection de la plate-bande AB, aux points p^1, p^2, p^3, *m*, &c. & la face DE, aux points q^1, q^2, q^3, M, &c.

On fera enſuite le profil de la Voute, c'eſt-à-dire une projection verticale de ſes joins de lit, raſſemblez ſur un même plan.

Nous prenons ici pour la commodité de l'épure la ligne BE, pour baſe de ce profil, & la ligne EH^f égale à CH, pour la hauteur, ſi ces deux lignes BE, EH^f, ſont égales entr'elles, elles ſeront les rayons d'un quart de cercle, lequel eſt le cintre du milieu de la clef de l'arriere-Vouſſure.

Mais ſi ces lignes ſont inégales, on les prendra pour des demi-axes d'un quart d'Ellipſe, qui fera un cintre ſurhauſſé ou ſurbaiſſé; en continuant la même conſtruction pour tous les joins de lit, on aura toujours la même ligne BE pour axe commun, & les hauteurs des retombées 1F, 2P, 3*p*, &c. pour l'autre demi-axe de chaque quart d'Ellipſe, qui déſigne la ſection par les joins de lit à la doële. Ainſi ayant tranſporté la hauteur 1F en E 1^6, on décrira le premier quart d'Ellpſe B*r* 1^6, de même la hauteur 2P tranſportée en E 2^5, on décrira le ſecond quart;

d'Ellipſe B $f 2^5$, de même auſſi avec la hauteur 3 p tranſportée en 3^4, on aura le quart d'Ellipſe B $t 3^4$.

Il faut préſentement chercher les Courbes des joins de doële tranſverſaux, tant pour ſervir à former les cerches néceſſaires pour creuſer exactement la doële, que pour former les têtes des Vouſſoirs, qui ne ſont pas aſſez longs pour s'étendre depuis la plate-bande du fond au cintre de la face intérieure.

On prendra à volonté ſur la ligne BE, autant de points que l'on voudra former de ces cerches, nous n'en prendrons ici que deux, un en L l'autre en N, par leſquels on lui menera des perpendiculaires, qui couperont les Courbes du Profil, l'une aux points $r f t b$, l'autre aux points $x\ y\ z\ v$, & l'on portera toutes ces differentes diſtances de la ligne BE, ſur les aplombs correſpondans.

Sçavoir, N r en FR & GR; NS en PS & oS; N t en pT & $o t$, &c. N b en C b, & par tous les points RST $b t$, &c. on tracera à la main ou avec une regle pliante la Courbe $d b e$.

De la même maniere on portera L x du profil en FX & G x, de l'élevation, L y en PY & $o y$; L z en $p z$ & $o z$, L v en CV, & par les points XYZV, &c. on décirera de même la Courbe d V e, que l'on cherche, pour ſection verticale de la doële coupée par un plan parallele à ſa face.

Aplication du Trait ſur la Pierre, par équarriſſement

Fig. 268. Souposons, par exemple qu'il s'agiſſe de faire le premier Vouſſoir ſur l'impoſte, qu'on appelle *Sommier*.

Apres avoir dreſſé un parement pour ſervir de lit de deſſous, comme $k b$ F p, on lui en fera deux autres à l'équerre l'un $k p b e$, pour la tête, l'autre $b p$, FG, d'équerre auſſi ſur la tête, pour y tracer l'arête du premier lit en coupe.

On tracera enſuite au lit de deſſous, le contour KDA fF, du pié-droit, ſoit par le moyen d'un panneau, ou ſeulement à la regle, & au Compas, en KD, à f F d, de la figure 268.

On apliquera ſur le parement de tête $k b$. le panneau levé ſur la tête d I T, de la figure 267. pour en tracer les contours ſur la pierre.

Enfin on apliquera ſur le parement *b* GF*p*, le panneau du quart d'Ellipſe B r 1⁶ E en *bfp*, pour y tracer l'arête du lit *bf*, & la pierre ſera tracée.

Il faut préſentement prendre le biveau d'aplomb, & de coupe F 1 T, & tenant toujours une de ſes branches paralleles à l'arête *bp*, & l'autre parallele à *b* T, on le fera mouvoir en cette ſituation, le long de la Courbe *fb*, abattant toute la pierre qui excéde l'angle, qui formera une ſurface cylindrique convexe.

Les lits de deſſus & de deſſous étant formez, on abattra la pierre compriſe entre quatre lignes données, & tracées ſur ſes paremens, ſçavoir, l'arc circulaire de tête D *b*, les quarts d'Ellipſe *bf*, la droite d'arête du lit de deſſous D *a*, & de la droite de feüillure *af*.

Mais comme cette ſurface eſt du nombre de ces irrégulieres, dont la concavité varie continuellement, il eſt à propos pour la creuſer régulierement de ſe ſervir des cerches, formées comme nous l'avons dit ſur des ſections tranſverſales, priſes à volonté parallelement aux faces, c'eſt pourquoi, ſupoſant qu'on veuille ſe ſervir de la premiere, marquée au plan horiſontal *l* L, on portera la diſtance D *l* ſur l'arête D *a* du Vouſſoir de la figure 268. en D *l*, puis ayant levé une cerche ſur l'arc *d* X de l'élevation, on la placera ſur le point L*, de la figure 268. parallelement à la ſurface de la tête *k* D *b*, en apuyant le bas de la cerche ſur L, & le haut ſur l'arête elliptique *bf*, & l'on creuſera ſuivant l'exigence du contour de la cerche. Si l'on veut operer avec plus de préciſion, on peut encore ſe ſervir d'une autre cerche *d* R, priſe ſur la ſection *n* N, laquelle aproche plus de la figure de l'arête circulaire de la tête; il eſt viſible que ſi le Vouſſoir ne compernoit qu'une partie de la profondeur de l'arriere-Vouſſure, il faudroit operer comme nous venons de faire, en ſe ſervant de pareille cerche pour tracer le contour de la tête au lieu de l'arc D 1.

En ſuivant cette méthode de tailler les Vouſſoirs par équarriſſement, on ſent la néceſſité de former deux paremens, l'un de ſupoſition horiſontale, l'autre de ſupoſition verticale pour tous les Vouſſoirs, qui ſont au deſſus du ſommier, pour pouvoir placer dans l'un la projection horiſontale de l'arête du joint de lit de deſſous, & dans l'autre la projection verticale de l'arête du lit de deſſus, & ſervir à la poſition du biveau de coupe & d'aplomb, comme nous l'avons fait au premier Vouſſoir.

Il ſera auſſi néceſſaire d'en uſer pour la formation des Vouſſoirs de

cette arriere-Vouſſure, comme nous avons
cédente à l'égard de la formation du lit de
Vouſſoirs au-deſſus du ſommier.

C'EST-à-dire, qu'il faudra tracer ſur le pare
eſt l'arête du lit de deſſus celle du lit de
fauſſe doële cylindrique, laquelle ſervira pou
de la coupe de lit de deſſous avec l'horiſon,
lelement à la ſurface de tête ſur l'arête du
on abattra cette ſurface cylindrique en creu
arêtes du lit de deſſus & de deſſous, avec
ſections tranſverſales, comme nous l'avons e

REMARQU

ON peut remarquer qu'en conſervant la r
du lit à l'égard de l'horiſon, il en réſulte l'inc
pes, qui font les angles des arêtes obtus
Ainſi par cette conſtruction on fait une ar
vers la feüillure, lorſque le Couſſinet n'eſt
ſte; en ce cas il faut remedier par quelqu
peu de l'arête en angle obtus ſaillant, qui
que l'on fait porter au Vouſſoir de deſſous
des clavaux des plates-bandes; ce qui eſt i
eſt ſi vive qu'on a lieu de préſumer, qu'on
que de la caſſer.

ON voit à la figure 268. l'accord de l'arr
bande, par un reſſaut triangulaire marqué
*g*F, du devant de la plate-bande, où nous
claveau doit faire abattre le priſme triang
moins incliné que *tf*; on voit à peu prè
re 271.

Seconde maniere, & Vari
par Panneaux de Do

LES differences de ce Trait avec le préc

1°. QUE dans le Trait précédent nous avon
plans paralleles entr'eux, préſentement nou
convergens.

2°. Nous avons fait les diviſions de la pl

les faiſons égales. Enfin nous avons operé par équarriſſement, ici nous operons par panneaux de doële plate, voilà deux Variations de conſtruction, & une difference de méthode.

Soit, (figure 272.) le trapeze ADEB, le plan horiſontal de la Baye qu'on veut vouter en arriere-Vouſſure de St. Antoine, laiſſant à part la feüillure, & le tableau comme une partie facile à creuſer, & étrangere au Trait:

Sur AB comme diametre du cintre de face, on décrira la demi-cerche AHB, ou ſi l'on veut une demi-Ellipſe ſurhauſſée ou ſurbaiſſée, il n'importe; l'ayant diviſé en ſes Vouſſoirs, par exemple en ſept aux points 1, 2, 3, 4, 5, 6, on abaiſſera à l'ordinaire des perpendiculaires indéfinies ſur AB, qui les couperont aux points p^1, p^2, p^3, P p^5 p^6.

On diviſera enſuite la plate-bande DE en un même nombre de parties égales, moins deux de ce qu'on a diviſé le cintre AHB, c'eſt-à-dire ici en cinq, ſi ce cintre a été diviſé en ſept Vouſſoirs, ſçavoir, aux points 2^n, 3^n, 4^n 5^n, deſquels points on tirera des lignes aux projections des diviſions p^1 p^2 p^3, &c. ces lignes ſerviront pour faire les profils des arêtes des joins de lit, comme il ſuit.

Ayant fait l'angle droit NL h, on portera ſur LN les longueurs de chacune de ces lignes D p^1, 2^n p^2, 3^n p^3 de L vers N, où nous ſuposons pour plus de facilité du diſcours, qu'elles viennent toutes aboutir, parce que la difference de leur longueur n'eſt pas fort ſenſible, quoiqu'elle ſoit réelle, enſuite on portera ſur L h les hauteurs des retombées 1 p^1, 2 p^2, 3 p^3, qui donneront ſur L h les points 1^6, 2^5, 3^4, par leſquels & par le point N, on tirera les cordes N 1^6, N 2_5, N 3^4, & par les mêmes points on fera paſſer autant de quarts d'Ellipſes N fi 1^6, &c. ſur les demi-axes donnez, qui ont leur centre commun en L.

Cette préparation étant faite, on tracera les panneaux de doële plate, dont les deux premiers ſeront des triangles compoſez de trois côtez, dont il y en a deux de donnez, ſçavoir. 1°. l'impoſte au piédroit AD ou BE. 2°. la corde A 1 ou B 6, de la premiere tête ſur l'impoſte, & le troiſiéme ſe trouvera en portant la retombée 1 p^1, de p^1 en x, ſur une perpendiculaire à la projection D p^1; la ligne D x ſera le troiſiéme côté de ce triangle; ainſi faiſant une ſection avec les rayons D x & A 1 des points D & A pour centre, on aura le point y, le triangle A y D ſera le panneau de doële plate que l'on cherche ſi l'on veut.

Je dis ſi l'on veut, parce qu'il n'y a aucun avantage de tailler ces Vouſſoirs ou Sommiers par panneaux, il eſt plus commo-

de de le faire par équarriſſem
Vouſſoirs.

Les panneaux des doëles plat
d eur, & de figure inégales dans

Pour le premier au deſſus du
de N 1^{6} avec le Compas, dont
plan horiſontal, & avec l'autre c
2 p^{2}, prolongé en X par où on m
l'aplomb 1p^{1}, prolongé au point
le trapeze D 2^{n} X d^{1}, ſera le pan
que les trois angles D, 2^{n}, d^{1}, qui
en eſt éloigné aplomb ſuivant la h
diminuë à meſure qu'on aproche c

De la même maniere pour forn
prendra avec le compas l'ouverture c
rayon, & du point 3^{n} pour centr
l'aplomb 3 p^{3}, prolongé au point Y
à BA, qui coupera l'aplomb 2 p^{2},
3^{n} Y d^{2} 2^{n} ſera la figure de la doële pla
tres, obſervant que le panneau de la c
doële concave, ce qui n'arrive à auc

Il ne reſte plus qu'à chercher les a
avec la face, & avec la plate-bande, leſ
mes que ceux des cordes du profil a
faces, & la ligne de niveau pour la plat
cordes ſont dans des plans un peu in
& de feüillure, leurs interſections ave
les angles, par le Lemme du troiſiéme l
un profil exprès.

On portera la ligne CM, qui eſt la pr
à part (figure 273.) ſur laquelle ayant él
y portera toutes les hauteurs des retombé
1, 2, 3, par leſquels on menera du point
les angles M 1 H, &c. feront ceux de la
leurs égaux opoſez 1 M F, 2 MF, ceux
feüillure, & ſi la plate-bande eſt portée c
ne, on prendra les angles de la doële a
l'épure ſera faite.

Aplication du Trait ſur la Pierre.

Ayant dreſſé un parement, par exemple pour le premier Vouſſoir; on y apliquera le panneau de doële plate, tracée à l'épure en D 2^n X d^1, de la figure 272. qu'on a deſſigné en Perſpective, à la figure 271. & marqué des mêmes lettres.

Ensuite avec le biveau de doële & de tête M 1 H, poſé quarrément ſur la ligne tracée d^1 X, on abattra la pierre pour former un ſecond parement, ſur lequel on apliquera le panneau de tête T 1 *u* 2 *t* de la figure 272.

On fera de même avec le biveau de doële plate avec l'horiſon 1 MR, on formera un troiſiéme parement pour la plate-bande, ſi elle eſt ſoutenuë dans une retraite, comme à la Porte citée.

Il eſt viſible que ſi la plate-bande n'eſt pas ſoutenuë, il faut commencer par former l'angle rentrant FM 1, de la feüillure avec la doële, qui doit être d'une même piece.

Presentement, il faut former une portion de ſurface verticale, pour y poſer le panneau du lit ſupérieur, qui eſt le quart d'Ellipſe, marqué au profil N f^2 2^5, en abattant la pierre le long du côté n^2 X, & de la ligne *u* 2, qui eſt dans le plan de la tête, à la figure 272. & marqué X 2, à la figure 271. c'eſt-à-dire en faiſant paſſer une ſurface plane par trois points donnez n^2 X^2 (par le Probleme I. du quatriéme Livre.)

On apliquera ſur cette ſurface la panneau de profil du ſecond point de lit elliptique, (figure 272.) N f^2 2^5 1^6, poſant la corde N 1^6 ſur le côté n^2 X, de la figure 271. & après avoir tracé le contour N f^2 2^5 en 2 $f n^2$, on prendra le biveau d'aplomb & de coupe *u* 2 *t*, dont on tienda les deux branches paralleles, l'une à l'arête X 2, l'autre au joint de tête 2 *t*, & dans cette ſituation, on fera couler ſon angle ſur la ligne courbe 2 $f n^2$, abattant la pierre qui excéde, & ainſi on aura formé le lit de deſſus.

Le lit de deſſous ſe fera par la même méthode, qu'au cas précédent, comme il a été dit & expliqué par la figure 270. en formant une fauſſe doële cylindrique paſſant par l'arc du premier joint de lit N f^1 1^6, pour y faire couler un biveau dans la ſituation parallele à la face.

Pour poſer la cerche de ce premier joint dans ſa juſte ſituation, il faut tirer ſur le parement de tête une ligne d_1 V, perpendiculaire à

d'X, ſur laquelle on apliquera une regle, par laquelle il faut borneyer le plan de la cerche, & dans cette ſituation on en tracera le contour pour marquer avec préciſion dans la ſurface cylindrique la ligne d'arête de lit & de doële, ſur laquelle il faut faire couler le biveau T I u, comme nous l'avons dit pour former exactement le lit concave du deſſous du premier Vouſſoir, qui doit s'adapter ſur le convexe du ſommier, après quoi on creuſera la doële comme il a été dit à la conſtruction précédente; ſi les Vouſſoirs ne ſont pas aſſez longs pour s'étendre du devant au fond de l'arriere-Vouſſure, on pourra chercher les joins tranſverſaux comme à la conſtructon citée.

Ou bien pour s'en épargner la peine, aſſembler deux quartiers de pierre bien joins à l'équerre, & de longueur convenable, puis les tracer ainſi joins, comme ſi ce n'étoit qu'une ſeule pierre.

Cette pratique eſt commode; mais ſi les joins tranſverſaux devoient faire une ſuite, elle ne pourroit ſervir à leur donner une régularité de contour, telle qu'il convient, il faut alors avoir recours au Trait, & aux panneaux de tête de joins de doële, leſquels ſont auſſi néceſſaires, étant coupez en ſens contraire de cerches convexes pour ſe bien conduire dans l'excavation de la doële, qui eſt une ſurface très gauche, dont la concavité diminuë inſenſiblement depuis la face juſqu'à la plate-bande, où elle ſe reduit à la ligne droite.

REMARQUE.

Quoique nous ne parlions pas ici des arrieres-Vouſſures biaiſes, pour ne pas multiplier les exemples du même Trait, nous pouvons avancer que la méthode des panneaux de doële plate, leur convient également qu'à celle qui ſont droites dans leur direction aux faces; la ſeule difference qui en réſultera ſera celle des ſurfaces de trapezes changez en trapezoïdes, qui n'auront aucun côté parallele à ſon opoſé, parce que le plan vertical de face & celui de feüillure ne ſeront plus paralleles.

Si l'arriere-Vouſſure ſe faiſoit dans un mur en talud, il faudroit en former le cintre primitif ſur une ſurface plane auſſi en talud, parce que ſi on le prenoit ſur un plan vertical, le cintre ſecondaire qui ſeroit la ſection plane d'une arriere-Vouſſure ordinaire deviendroit une Ovale, dont le contour ſeroit moins agréable, que le cercle ou l'Ellipſe du cintre primitif, d'où il dériveroit.

Il eſt aiſé de voir combien la méthode des panneaux de doële plate eſt avantageuſe pour le ménagement de la pierre.

Troiſiéme maniere, & Variation de Coupes.

Dans les deux manieres précédentes, les arêtes des joins de lit à la doële étoient des courbes planes formées par des ſections de plans verticaux; ici ſe ſont des Courbes à double courbure, formées par des ſections des ſurfaces cylindriques perpendiculaires au plan vertical de la face, paſſant par les diviſions du cintre de cette face, & par celle de la plate-bande.

L'Epure du plan horiſontal & de la face, étant tracée préciſément, comme au Trait précédent pour la diviſion de la plate-bande, & les projections des diviſions de la face. On tirera des lignes droites de chacune des diviſions de la plate-bande 4e, 5e, E, des paralleles à la direction HC, qui couperont AB aux points Qq & K, par leſquels & ceux des diviſions de l'arc de face 4, 5, 6, on tirera les lignes inclinées $4Q$, $5q$, $6k$, qu'on diviſera chacune en eux également aux points m, m, m, par où on leur tirera des perpendiculaires, qui couperont le diametre AB, prolongé en z, y & x, qui ſe trouve hors de la planche; ces points d'interſection ſeront les centres des arcs de cercles $4SQ$, $5Sq$, $6SK$, leſquels ſont les projections verticales des joins de lit à la doële de l'arriere-Vouſſure.

Presentement, il faut faire les profils des joins de lit comme à la premiere conſtruction, avec cette difference, qu'au lieu de prendre pour demi-axe vertical une ligne droite, qui étoit la hauteur de la retombée de chaque diviſion, il faut prendre ici la rectification de l'arc de cercle, qui eſt la projection verticale du joint courbe.

Par exemple pour le profil du joint de lit, qui doit paſſer par la diviſion 4, il faut prendre pour axe horiſontal la droite $4^{e}Q$, qu'on portera en NL du profil, & pour demi-axe de hauteur le dévelopement de l'arc $Q4$, qu'on portera en L 34 du profil, le quart d'Ellipſe $N\beta$, 3^{4}, formé ſur ces deux demi-axes, ſera celui que l'on cherche, ainſi des autres.

Quant à la deſcription des ſections tranſverſales pour former les têtes cachées des Vouſſoirs, qui ſont trop courts pour s'étendre de la plate-bande à la face, on ſuivra la conſtruction du premier Trait, ſans égard aux quarts d'Ellipſes deſtinez pour la formation des panneaux de joins de lit; parce qu'il ne s'agit que de trouver les hauteurs des points de ces Courbes, qui doivent toujours être priſes ſur une projection verticale.

Aplication du Trait ſur

Ayant dreſſé un parement pour être ſupc
en fera un autre d'équerre pour vertical deſti
on apliquera le panneau de tête, joint à tou
dedans du cintre, qu'il faudra enſuite enlever,
figure mixte compoſée de trois lignesdroites,
exemple pour le ſecond Vouſſoir au deſſu
t 5 ſ q K 6 *t*⁶, pour le ſuivant la figure *t* 4 SQ

Le contour du panneau étant tracé, on
tour à l'équerre, comme ſi l'on vouloit faire
ceaux droit, formant deux ſurfaces cylindriq
tre convexe, ſur leſquelles on apliquera les
lipſes des profils des joins de lit tracez, &
re flexible comme du carton, du fer-blanc,
afin qu'ils puiſſent être exactement apliquez
dont nous parlons, poſant un des axes ſur l'
l'autre ſur celle de la face verticale; dans
contours, qui déterminent les arêtes courbe
joins de lit à la doële; entre leſquelles on
moyen des cerches, comme on a fait aux de

On voit que par cette conſtruction les lits
& qu'ainſi on n'a beſoin d'aucun biveau.

Il eſt viſible auſſi que ces mêmes lits ſerve
bande, qu'ils ſoutiennent à la place des lits
ordinairement, de ſorte qu'il n'eſt pas néce
dans l'intérieur des Vouſſoirs, qui portent la
la feüillure, où il ſefait une interruption de
vaux de la plate-bande, & de la coupe co
Vouſſure; ainſi ce Trait facilite beaucoup l'ope
proprieté de plus que toutes les Coupes cou
commencent par un angle droit ou infiniment
parce que le centre des arcs cylindriques e
bande prolongée, de ſorte que les Clavaux c
gale force, au lieu qu'aux plate-bandes ord
l'autre aigu, d'autant plus qu'il aproche du

Le ſeul inconvenient qui ſe rencontre dan

faut employer de très gros quartiers de pierre, & que la perte en eſt très conſiderable, particulierement lorſque les Vouſſoirs ſont parpains; ainſi lorſqu'on n'a pas de gros blocs à diſcrétion, il eſt plus avantageux d'avoir recours à la méthode des panneaux de doële plate.

On peut cependant encore menager la pierre dans la diſpoſition des joins courbes de plate-bande, parce que l'on peut commencer la tête du côté de la plate-bande, pour faire les lits cylindriques en portion de Cylindres Droits excentriques, l'un concave au lit de deſſous, l'autre convexe au lit de deſſus, & apliquer ſur ces ſurfaces les mêmes Courbes elliptiques pliées ſur des panneaux flexibles, taillez en ſens contraire des précédens; c'eſt-à-dire, qu'au lieu de les couper dans le partie intérieure, qui donne un contour convexe, & un quart de la ſurface elliptique, on peut les découper ſur la partie extérieure, qui donne un contour concave, laiſſant la ſurface elliptique au dehors, comme par exemple le quadriligne n N b S du profil, au lieu du quart d'Ellipſe en triangle mixte LNb; ce qui revient au même; ou pour le dire en deux mots, ſuivant les termes de l'Art, tourner en panneau ce qui étoit en cerché.

Nous n'avons point propoſé le Trait de P. Deran, qui fait ſes joins de lit en arcs de cercles, par la même raiſon que nous avons donné pour rejetter les Traits de Maître Blanchard, laquelle eſt aprouvée par l'experience, comme l'a remarqué M. de la Rue, qui dit que l'arriere-Vouſſure *eſt bien moins gracieuſe, & réguliere*, principalement du côté de ſa feüillure;

Du Revêtement de cette Arriere-Vouſſure de St. Antoine, en Lambris de Menuiſerie.

Nous avons dit que l'on pouvoit conſiderer cette arriere-Vouſſure, comme une eſpece de renverſement de celle de Montpelier, tant il y a de conformité dans la formation des ſurfaces concaves de ces deux Voutes, en effet ſi l'on tranſporte le cintre de l'une à la place de la plate-bande de l'autre, c'eſt-à-dire le haut en bas, & le devant au derriere, on pourra avec les mêmes profils de ſections verticales auſſi tranſpoſez du milieu ſur les côtez, former la ſurface de l'arriere-Vouſſure de St. Antoine.

D'ou il ſuit que la maniere d'en tracer les bâtis de Menuiſerie, doit auſſi être la même tranſpoſée; par conſéquent tout ce que nous avons dit de l'arriere-Vouſſure de Montpelier ſervira pour le revêtement de celle de St. Antoine, dont il s'agit; il n'y a qu'à en faire une Apli-

cation, dont tout Lecteur qui aura entendu la premiere, ſera capable de lui-même, obſervant que les juſtes hauteurs & largeurs, qui doivent déterminer les points des Courbes de projection des arêtes des bâtis, doivent être priſes ſur les co-ordonnées aux axes des Courbes des ſections perpendiculaires aux arêtes des cintres donnez, & non pas ſur des ſections verticales comme le fait Maître Blanchard, dont nous avons démontré l'erreur.

Mais comme ces nouvelles ſections, ſuivant la coupe des joins de tête, ne ſont pas des quarts d'Ellipſes ainſi que les ſections verticales, quoiqu'elles ſoient de même perpendiculaires au plan de la face, & qu'il faut en chercher pluſieurs points par les interſections des profils aplombs, comme nous l'avons dit; je vais donner un moyen de s'épargner la peine de chercher ces points, & de former des Courbes, qui ſervent à prendre les largeurs des bâtis.

Avant déterminé la largeur du bâtis, ſuivant le deſſein de la Menuiſerie; on en prendra l'intervale avec le Compas, dont on poſera une des pointes en B, au profil de la figure 267. & avec l'autre on tracera un arc, qui coupera les profils des joins de lit aux points *a y* R, par leſquels on abaiſſera des perpendiculaires ſur CM prolongées, qui couperont les lignes des projections des joins de lit aux points *b c d e d c b*, par leſquels on tracera la Courbe de projection du bâtis à la plate-bande.

Au contraire pour le Bâtis du cintre, on prendra la projection verticale à l'élevation ſur la Courbe, qui a été tracée pour une cerche de joint ou ſection tranſverſale, paſſant par les points *n*N de la projection, ſupoſant que cette ligne paſſât par le point *r* du profil le plus couché, ſur lequel on a dû prendre la largeur du bâtis 1^6 *r*, parce que c'eſt l'endroit où elle avance le plus dans la Voute.

On me demandera pourquoi je me ſers dans l'un des bâtis de la projection horiſontale, & à l'autre de la ſection verticale, c'eſt parce qu'il convient de chercher la partie la plus creuſe, pour connoître quelle doit être l'épaiſſeur du bois; or à la plate-bande c'eſt l'arête ſupérieure; puiſque l'inférieure eſt droite, & au cintre c'eſt l'arête ſupérieure, dont la projection horiſontale eſt une ligne droite, & l'inférieure *d h e* eſt moins creuſe dans ſon élevation, puiſqu'elle eſt ſurbaiſſée.

Aplication du Trait ſur le Bois.

Cette préparation étant faite, ſupoſant que le bâtis d'impoſte doive monter juſqu'en *a*, où nous prenons le premier point, que nous pou-

Scanned with CamScanner

prendre plus bas ou plus haut, ſuivant l'exigence de ce bâtis-
rendra un morceau de bois de la largeur de *f b*, & de la hau-
de LR, qui eſt la plus grande qu'on équarrira, puis ayant tracé au-
nent de deſſus la Courbe *b d e b*; on débillardera, c'eſt-à-dire, on
era le bois, depuis la ligne droite de la plate-bande du deſſous
'à la ligne courbe du deſſus, ſuivant les cerches des arcs des pro-
a, B*y*, BR, puis avec un compas ouvert on trainera la largeur
née du bâtis, en tenant une pointe ſur la plate-bande, l'autre
ra l'arête du deſſus, tenant ce compas un peu incliné vers les cô-
, je veux dire que la ligne droite qu'on imagine paſſer par les deux
ts, ne doit être perpendiculaire à la plate-bande qu'au milieu, &
cher de plus en plus en coupe vers les côtes, en ſorte qu'elle ſoit
jours à peu près perpendiculaire à la Courbe de l'arête de deſſus.

On obſervera la même choſe pour le bâtis du cintre, où l'on peut
ſervir du *Truſquin*, ou bien du Compas, dont la direction des points
t perpendiculaire à une ligne moyeene entre les deux arêtes, en
inant la pointe de direction ſur le cintre de face, l'autre pointe tra-
a l'arête inférieure; & l'on coupera du bois ce qui excéde le Trait
e le Compas aura marqué pour telle arête.

Par cette méthode on voit qu'il ſuffit de connoître un des côtez,
ur trouver la largeur de l'autre exactement, ſans en chercher la Courbe
ns l'épure en deux endroits, à la projection horiſontale & à l'élevation.

Je ne crois pas qu'il ſoit néceſſaire d'ajouter ici une explication de
s trois conſtructions de l'arriere-Vouſſure de St. Antoine, parce que
n ai déja donné une bonne introduction au troiſiéme Livre à la page
12. & ſuivantes, relatives à la planche 21, & que d'ailleurs j'ai mêlé
s raiſons à la pratique dans la deſcription des differentes operations,
ue je viens de propoſer.

Voila toutes les eſpeces de Voutes ſimples, qui ſont venuës à ma
onnoiſſance, je doute qu'on puiſſe en former de nouvelles qui ſoient
ıtrinſequement differentes, car les variations de biais, de talud, & de
ampe, de cintres ſurhauſſez ou ſurbaiſſez, ne ſont que des accidens,
ont je crois avoir ſuffiſamment inſtruit les Lecteurs, pour qu'ils ne
oivent lui cauſer aucun embarras, c'eſt pourquoi je paſſe à la ſeconde
artie de ce quatriéme Livre, qui concerne les Voutes compoſées.

Fin du ſecond Tome.